1. $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2 = x^2 - ax + \frac{9}{4}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 9　　② 6　　③ 3　　④ 1　　⑤ 0

해설

$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = x^2 - ax + \frac{9}{4}$ 이므로 $a = 3$ 이다.

2. 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

$$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)=3^{\square}-1$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)$
$=(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)$
$=(3^4-1)(3^4+1)$
$=3^8-1$

3. $a = -1$, $b = 2$ 일 때, $-3a + 6b - 3(b + 2a)$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$-3a + 6b - 3(b + 2a)$
$= -3a + 6b - 3b - 6a = -9a + 3b$
대입을 하면 $-9 \times (-1) + 3 \times 2 = 9 + 6 = 15$

4. $y = 2 - 3x$ 일 때, $2x - 3y + 5$ 를 x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $11x - 1$

해설

준식에 y 값을 대입하면

$2x - 3(2 - 3x) + 5 = 2x - 6 + 9x + 5 = 11x - 1$

5. $a = -1$, $b = 2$ 일 때, $-3a + 6b - 3(b + 2a)$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned} -3a + 6b - 3(b + 2a) &= -3a + 6b - 3b - 6a \\ &= -9a + 3b \end{aligned}$$

$\therefore -9 \times (-1) + 3 \times 2 = 9 + 6 = 15$

6. $y = 2x - 3$ 일 때, $-7x + 2y + 2$ 를 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $-3x + 4$　② $3x + 4$　③ $3x - 4$
④ $-3x - 4$　⑤ $-3x - 3$

해설

$$\begin{aligned} -7x + 2y + 2 &= -7x + 2(2x - 3) + 2 \\ &= -7x + 4x - 6 + 2 \\ &= -3x - 4 \end{aligned}$$

7. 다음 비례식을 x 에 관하여 풀어라.

$5 : x = 6 : (2x - y)$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{5}{4}y$

해설

$5 : x = 6 : (2x - y)$

$6x = 5(2x - y)$

$6x = 10x - 5y$

$4x = 5y$

$\therefore x = \frac{5}{4}y$

8. 가로의 길이가 $3a+2$, 세로의 길이가 $5b$ 인 직사각형 모양의 화단에 꽃을 심으려고 한다. $a=1,\ b=2$ 일 때, 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

(직사각형의 넓이)
$=$ (가로의 길이) $\times$ (세로의 길이)
$=(3a+2)\times 5b$
$=15ab+10b$
$=15\times 1\times 2+10\times 2$
$=50$

9. $(1-y)(1+y)(1+y^2)(1+y^4)$ 을 간단히 하면?

① $1+y^{32}$ ② $1+y^2$ ③ $1-y^2$
④ $1-y^4$ ⑤ $1-y^8$

해설

$$\begin{aligned}(1-y^2)(1+y^2)(1+y^4) &= (1-y^4)(1+y^4)\\ &= 1-y^8\end{aligned}$$

10. $(2x+4)(x+3)-(x-5)(x+1)$ 를 간단히 하였을 때, x 의 계수와 상수항의 합은?

① 11　② 21　③ 31　④ 41　⑤ 51

해설

(준식) $=(2x^2+10x+12)-(x^2-4x-5)$
$=2x^2+10x+12-x^2+4x+5$
$=x^2+14x+17$
따라서 x 의 계수와 상수항의 합은 $14+17=31$ 이 된다.

11. $(x-3)^2-2(3x-1)(3x+1)+(2x+2)(4x-1)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합은?

① -3　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 3

해설

$(x^2-6x+9)-2(9x^2-1)+(8x^2+6x-2)=x^2-6x+9-18x^2+2+8x^2+6x-2$

동류항끼리 묶어 정리하면 $-9x^2+9$ 이다.

따라서 x^2 의 계수와 상수항의 합은 0 이다.

12. 다음은 곱셈 공식 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$을 이용하여 $(2x+y-3)^2$을 전개한 것이다. ( ) 안을 알맞게 채운 것은?

> $2x+y=A$로 놓으면, 주어진 식은
> $(2x+y-3)^2 = (A-3)^2 = (㉠) - 6A + 9$
> 이제 A 대신에 $2x+y$를 대입하면
> (준식) $= (㉡) - 6(2x+y) + 9$
> $= 4x^2 + (㉢) + y^2 - 12x - 6y + 9$

① ㉠ A^2　② ㉠ A^3　③ ㉡ $(x+y)^2$
④ ㉡ $(x+2y)^3$　⑤ ㉢ $3xy$

해설

$2x+y=A$로 놓으면, 주어진 식은
$(2x+y-3)^2 = (A-3)^2$
$= A^2 - 6A + 9$
이제 A 대신에 $2x+y$를 대입하면
$= (2x+y)^2 - 6(2x+y) + 9$
$= 4x^2 + 4xy + y^2 - 12x - 6y + 9$
$\therefore$ ㉠ $= A^2$, ㉡ $= (2x+y)^2$, ㉢ $= 4xy$

13. $a-b=-2$, $ab=4$ 일 때, a^2+b^2 의 값은?

① 8　② 12　③ -4　④ -7　⑤ -15

해설

$a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=(-2)^2+2\times4=12$

14. $a+b=6$, $ab=8$ 일 때, a^2+b^2 의 값은?

① 0 ② 10 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$이므로, $6^2-2\times 8=36-16=20$

15. $x+y=3$, $xy=-4$ 일 때, $(x-y)^2$ 의 값은?

① 20 ② 25 ③ 7 ④ 5 ⑤ 10

해설

$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=3^2-4\times(-4)=25$

16. $x+y=3,\ xy=-4$ 일 때, x^2+y^2-xy 의 값은?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} x^2-xy+y^2 &= (x+y)^2-3xy \\ &= 3^2-3\times(-4) \\ &= 21 \end{aligned}$$

17. $x+y=3,\ xy=2$ 일 때, x^4+y^4 의 값은?

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=3^2-2\times 2=5$

$\therefore\ x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2(xy)^2=25-2\times 4=17$

18. $x+\frac{1}{x}=3$ 일 때, $2x^2+\frac{1}{x^2}-3x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2x^2+\frac{1}{x^2}-3x=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+(x^2-3x)$,

$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=9-2=7$,

$x+\frac{1}{x}=3$ 의 양변에 x 를 곱하면

$x^2+1=3x$, $x^2-3x=-1$,

$\therefore\ 2x^2+\frac{1}{x^2}-3x=7+(-1)=6$

19. $x^2-3x+1=0$ 일 때, $x(x+1)+\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x}+1\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2-3x+1=0$ 의 양변을 x 로 나누면 $x-3+\frac{1}{x}=0$ 이다.

$\therefore x+\frac{1}{x}=3$

주어진 식을 정리하면

$x(x+1)+\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x}+1\right)=x^2+x+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}=x^2+\frac{1}{x^2}+\left(x+\frac{1}{x}\right)$

이므로

$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=3^2-2=9$,

$\therefore\ x(x+1)+\frac{1}{x}\left(\frac{1}{x}+1\right)=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+\left(x+\frac{1}{x}\right)=7+3=10$

20. $A = 3x - 2y,\ B = 2x + y$ 일 때, $2(3A - 2B) - 3(2A - B)$ 를 $x,\ y$ 에 관한 식으로 나타내면?

① $2x + y$　　② $-2x - y$　　③ $5x - y$

④ $3x - y$　　⑤ $x - 3y$

해설

$2(3A - 2B) - 3(2A - B) = 6A - 4B - 6A + 3B = -B$

$B = 2x + y$이므로 대입하면 $-B = -2x - y$ 이다.

21. $2x-y+3=3x-2y+5$ 임을 이용하여 x^2+xy-3 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $3x-3$　② x^2+x-3　③ $2x^2+x-3$
④ $2x^2+2x-3$　⑤ $2x^2+3x-3$

해설

$2x-y+3=3x-2y+5$ 를 y 로 정리하면 $y=x+2$ 이다.
주어진 식에 대입하면
$x^2+x(x+2)-3=2x^2+2x-3$ 이다.

22. $8x-2y+2=4x-y-3$ 일 때, $2x-3y+1$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $-10x+16$　② $-10x-14$　③ $12x+16$
④ $10x-14$　⑤ $10x-16$

해설

$8x-2y+2=4x-y-3$ 이므로 $y=4x+5$ 이다.

$$\begin{aligned} 2x-3y+1 &= 2x-3(4x+5)+1 \\ &= 2x-12x-15+1 \\ &= -10x-14 \end{aligned}$$

23. $-x+2y+2=3y-1$ 일 때, $2x-y+3$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $3x$　　② $-3x+1$　　③ $3x+1$

④ $3x+4$　　⑤ $-3x+2$

해설

$-x+2y+2=3y-1$을 y로 정리하면 $y=-x+3$
주어진 식에 대입하면
$2x-y+3=2x-(-x+3)+3=3x$

24. $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$ 일 때, $\frac{-2x+3y}{3x-y}$ 의 값은?

① $-\frac{5}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 0 ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

$\frac{x}{y}=\frac{2}{3},\ x=\frac{2}{3}y$

$\therefore\ \frac{-2x+3y}{3x-y}=\frac{-2\times\frac{2}{3}y+3y}{2y-y}=\frac{\frac{5}{3}y}{y}=\frac{5}{3}$

25. $2a = -3b$ 일 때, $\dfrac{4a^2 - 3b^2}{2ab} - \dfrac{a-b}{a+b}$ 의 값은?

① -9　② -7　③ -5　④ -3　⑤ -1

해설

$2a = -3b$

$a = -\dfrac{3b}{2}$ 를 식에 대입하면

$$\frac{4a^2 - 3b^2}{2ab} - \frac{a-b}{a+b}$$

$$= \frac{4\left(-\frac{3b}{2}\right)^2 - 3b^2}{2\left(-\frac{3b}{2}\right)b} - \frac{\left(-\frac{3b}{2}\right) - b}{\left(-\frac{3b}{2}\right) + b}$$

$$= \frac{9b^2 - 3b^2}{-3b^2} - \frac{-\frac{5}{2}b}{-\frac{1}{2}b}$$

$$= \frac{6b^2}{-3b^2} - 5$$

$$= -2 - 5 = -7$$

26. $a = 2b$ 일 때, 다음을 구하여라.

$$\frac{3a^2 + 2b^2}{ab} + \frac{a+b}{a-b}$$

① -5 ② 0 ③ 5 ④ 4 ⑤ 10

해설

$a = 2b$ 이므로 주어진 식에 대입하면

$$\frac{3a^2 + 2b^2}{ab} + \frac{a+b}{a-b} = \frac{12b^2 + 2b^2}{2b^2} + \frac{3b}{b} = 7 + 3 = 10$$

27. $2x = 3y$ 일 때, $\dfrac{x}{x+y} + \dfrac{y}{x-y}$ 의 값은?

① $\dfrac{11}{5}$ ② $\dfrac{12}{5}$ ③ $\dfrac{13}{5}$ ④ $\dfrac{14}{5}$ ⑤ $\dfrac{19}{15}$

해설

$2x = 3y$ 에서 $x = \dfrac{3}{2}y$ 를 주어진 식에 대입하면

$$\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} = \frac{\frac{3}{2}y}{\frac{3}{2}y + y} + \frac{y}{\frac{3}{2}y - y}$$

$$= \frac{\frac{3}{2}y}{\frac{5}{2}y} + \frac{y}{\frac{1}{2}y}$$

$$= \frac{3}{5} + 2 = \frac{13}{5}$$

28. $(2x+y):(x-2y)=3:1$ 일 때, $\dfrac{2x+4y}{x-y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3(x-2y)=2x+y$

$3x-6y=2x+y$

$x=7y$ 이므로 주어진 식에 대입하면

$\dfrac{2x+4y}{x-y}=\dfrac{14y+4y}{7y-y}=\dfrac{18y}{6y}=3$

29. $(x+y):(x+2y)=2:1$ 일 때, $\dfrac{x+3y}{x+y}$ 의 값은?

① $\dfrac{1}{2}$ ② 0 ③ $\dfrac{5}{2}$ ④ $\dfrac{1}{3}$ ⑤ $\dfrac{5}{3}$

해설

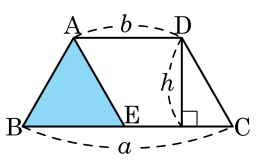
$2(x+2y)=x+y$

$2x+4y=x+y$

$x=-3y$ 이므로 주어진 식에 대입하면

$\dfrac{x+3y}{x+y}=\dfrac{-3y+3y}{-3y+y}=0$

30. 다음 그림과 같이 밑변의 길이가 a, 윗변의 길이가 b인 사다리꼴과 평행사변형 AECD에서 색칠한 부분의 △ABE의 넓이를 S라 하면 S를 구하는 식을 구하고, 이 식을 h에 관하여 풀면?



① $h = \dfrac{S}{2(a-b)}$　② $h = \dfrac{S}{a+b}$　③ $h = \dfrac{S}{a-2b}$

④ $h = \dfrac{S}{2a-b}$　⑤ $h = \dfrac{2S}{a-b}$

해설

□AECD가 평행사변형이므로

$\overline{AD} = \overline{EC} = b$

$\overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC} = a - b$

$\triangle ABE = (a-b) \times h \times \dfrac{1}{2}$

$S = \dfrac{(a-b)h}{2}$

$2S = (a-b)h$

$\therefore\ h = \dfrac{2S}{a-b}$

31. $(2x-1)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)=2x^a+b$ 에서 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{8}$ ④ $-\frac{1}{16}$ ⑤ $-\frac{1}{32}$

해설

$2\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)=2x^a+b$ 에서

$2\left(x^2-\frac{1}{4}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)$

$=2\left(x^4-\frac{1}{16}\right)\left(x^4+\frac{1}{16}\right)$

$=2\left(x^8-\frac{1}{256}\right)=2x^8-\frac{1}{128}$

$\therefore ab=8\times\left(-\frac{1}{128}\right)=-\frac{1}{16}$

32. 한 변의 길이가 $(x+2)\,\mathrm{m}$ 인 정사각형의 모양의 화단을 가로는 3m 만큼 줄이고, 세로는 5m 만큼 줄일 때, 화단의 넓이는?

① $(x^2-4x+3)\mathrm{m}^2$
② $(x^2-4x-3)\mathrm{m}^2$
③ $(x^2-2x+3)\mathrm{m}^2$
④ $(x^2-9)\mathrm{m}^2$
⑤ $(x^2-8x+15)\mathrm{m}^2$

해설

가로의 길이는 $(x-1)\,\mathrm{m}$, 세로의 길이는 $(x-3)\,\mathrm{m}$ 이다.
$(x-1)(x-3)=(x^2-4x+3)\,\mathrm{m}^2$

33. $(2x-1)(2x+A)=(-2x+2)^2+Bx$ 일 때, $A-B$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$(2x-1)(2x+A)=(-2x+2)^2+Bx$
$4x^2-2x+2Ax-A=4x^2-8x+4+Bx$
x 의 계수가 서로 같으므로 $-2+2A=-8+B$, 상수항이 서로 같으므로 $-A=4$ 이다.
따라서 $A=-4,\ B=-2$ 이므로 $A-B=-2$ 이다.

34. $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3) = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$ 일 때, $A+B+C+D+E$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)$
$= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-2)(x+3)\}$
$= (x^2+x-2)(x^2+x-6)$
$= (x^2+x)^2 - 8(x^2+x) + 12$
$= x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$
$\therefore A+B+C+D+E = 1+2-7-8+12 = 0$ 이다.

35. 다음 비례식을 y 에 관하여 풀어라.

$$(2x+3y):4=(x+y):3$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $y=-\frac{2}{5}x$

해설

$4(x+y)=3(2x+3y)$

$4x+4y=6x+9y,\ -5y=2x$

$\therefore\ y=-\frac{2}{5}x$

36. 상수 a, b, c 에 대하여 $(5x+a)(bx+6) = 10x^2+cx-54$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(5x+a)(bx+6) = 5bx^2+(30+ab)x+6a$

$5bx^2+(30+ab)x+6a = 10x^2+cx-54$

$5b = 10 \qquad \therefore\ b = 2$

$6a = -54 \qquad \therefore\ a = -9$

$30+ab = c,\ (30-18) = 12 \qquad \therefore\ c = 12$

$\therefore\ a+b+c = -9+2+12 = 5$

37. $(-3x+4)(5x-6) = ax^2+bx+c$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$(-3x+4)(5x-6)$
$= \{(-3)\times 5\}x^2 + \{(-3\times -6)+(4\times 5)\}x + 4\times(-6)$
$= -15x^2 + 38x - 24$
$= ax^2 + bx + c$
따라서 $a = -15$, $b = 38$, $c = -24$ 이므로 $a+b-c = 47$ 이다.

38. $(3x-2y+4z)(2x+2y-4z)$를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

① 14　　② 16　　③ 18　　④ 20　　⑤ 22

해설

$(3x-2y+4z)(2x+2y-4z)$
$=\{3x-(2y-4z)\}\{2x+(2y-4z)\}$
$2y-4z=A$로 치환하면
$(3x-A)(2x+A)$
$=6x^2+Ax-A^2$
$A=2y-4z$를 대입하면
$6x^2+(2y-4z)x-(2y-4z)^2$
$=6x^2+2xy-4xz-4y^2+16yz-16z^2$
$\therefore$ xy , yz , zx 각각의 계수의 합 : $2+16+(-4)=14$