

1. 다음 중에서 성립하지 않는 것은?

① $a^2 \geq 0$

② $a^2 + b^2 \geq 0$

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

해설

① $a^2 \geq 0$ (항상 성립)

② $a^2 + b^2 \geq 0$ (항상 성립)

③ $a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ (항상 성립)

④ $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (항상 성립)

⑤ $a > b \Leftrightarrow ab > 0$

(반례: $a > 0, b < 0$ 이면 $a > b$ 이지만 $ab < 0$ 이다.)

2. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $A > B > 0$, $C > D > 0$ 이면 $AC > BD$ 이다.

② $A > B$, $C > D$ 이면 $A + C > B + D$ 이다.

③ $A > B > 0$ 이면 $A^2 > B^2$ 이다.

④ $A > B$ 이면 $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$ 이다.

⑤ $A > 0 > B$ 이면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 이다.

해설

④ 만약 $B < 0 < A$ 인 경우라면 $\frac{1}{A} > \frac{1}{B}$ 가 되어 주어진 문장은 틀리다.

3. $abc < 0$, $\frac{a-b}{c} > 0$ 인 세 실수 a, b, c 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① $c > 0$ 이면 $a > b$ 이다.

② $a > 0$ 이면 $c < 0$ 이다.

③ $a > b$ 이면 $b < 0$ 이다.

④ $a > b$ 이면 $a > 0$ 이다.

⑤ $a < b$ 이면 $ab > 0$ 이다.

해설

① $c > 0$ 이면, $\frac{a-b}{c} > 0$ 에서 $a-b > 0$ 즉, $a > b$

② $a > 0$ 이면, $b < 0, c > 0$ 일 때도 두 부등식이 성립하므로 $c < 0$ 라고 말할 수 없다.

③, ④ $a > b$ 이면, $\frac{a-b}{c} > 0$ 에서 $c > 0$ 이므로 $ab < 0$ 이다.

따라서, $a > b, ab < 0$ 에서 $a > 0, b < 0$ 이다.

⑤ $a < b$ 이면, $\frac{a-b}{c} > 0$ 에서 $c < 0$ 이다.

따라서, $ab > 0$

4. $-1 < x \leq 2$, $1 < y \leq 3$ 일 때, $a < x - y < b$ 를 계산하여 $b - a$ 의 값을 구하면?

① -14

② 1

③ 3

④ 5

⑤ -5

해설

$-1 < x \leq 2$, $1 < y \leq 3$ 에서

$x - y$ 의 가장 작은 값은 $-1 - 3 = -4$

가장 큰 값은 $2 - 1 = 1$

$\therefore -4 < x - y < 1$ 이므로 $a = -4$, $b = 1$

$b - a = 1 + 4 = 5$

5. $2 \leq x \leq 5$, $1 \leq y \leq a$ 일 때, $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되기 위한 실수 a 의 최솟값은? (단, $a \geq 1$)

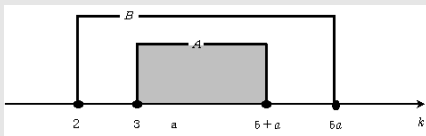
- ① 1 ② $\frac{8}{7}$ ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$3 \leq x+y \leq 5+a$, $2 \leq xy \leq 5a$ 이므로

$3 \leq x+y \leq 5+a$,

이때 $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되려면 다음 수직선에서



$5+a \leq 5a$ 이어야 하므로 $4a \geq 5$

$$\therefore a \geq \frac{5}{4}$$

6. $-2 \leq x \leq -1$ 일 때, $A = \frac{12}{2-x}$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 $p \leq A \leq q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$-2 \leq x \leq -1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면

$$1 \leq -x \leq 2$$

다시 각 변에 2를 더하면 $3 \leq 2-x \leq 4$

각 변의 역수를 취하면 $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{2-x} \leq \frac{1}{3}$

각 변에 12를 곱하면 $3 \leq \frac{12}{2-x} \leq 4$

$$\therefore p = 3, q = 4$$

$$\therefore pq = 12$$

7. 부등식 $3x + 2 \geq 8$ 을 풀면?

① $x \geq -2$

② $x \geq -1$

③ $x \geq -\frac{1}{2}$

④ $x \geq \frac{3}{2}$

⑤ $x \geq 2$

해설

$$3x + 2 \geq 8, \quad 3x \geq 6 \quad \therefore x \geq 2$$

8. x 에 대한 부등식 $ax + b \leq bx + a$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은? (단 a, b 는 실수)

① $a > b > 0$ 일 때, 해는 $x \geq 1$ 이다.

② $a < b < 0$ 일 때, 해는 없다.

③ $a = b$ 일 때, 해는 모든 실수이다.

④ $a = b$ 일 때, 해는 없다.

⑤ $a = b$ 일 때, 해는 $x > 1$ 이다.

해설

$$ax + b \leq bx + a \text{ 에서 } (a - b)x \leq a - b$$

$$(i) \ a > b \text{ 일 때, } a - b > 0 \text{ 이므로 } x \leq \frac{a - b}{a - b}$$

$$\therefore x \leq 1$$

$$(ii) \ a = b \text{ 일 때, } a - b = 0 \text{ 이므로 } 0 \cdot x \leq 0$$

$\therefore$ 해가 무수히 많다

$$(iii) \ a < b \text{ 일 때, } a - b < 0 \text{ 이므로 } x \geq \frac{a - b}{a - b}$$

$$\therefore x \geq 1$$

(i), (ii), (iii)에서 해는 모든 실수

9. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $k^2x + 1 > 2kx + k$ 가 성립할 때, k 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$k^2x + 1 > 2kx + k$ 에서

$(k^2 - 2k)x > k - 1,$

$k(k - 2)x > k - 1$

해가 모든 실수이므로

$k(k - 2) = 0, k - 1 < 0$ 이어야 한다.

$\therefore k = 0$

10. 부등식 $ax + 1 > 3x + 2a$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$(a - 3)x > 2a - 1$ 이므로

먼저 $a = 3$ 인 경우를 생각하면

(좌변)=0, (우변)=5가 되어 부등식이 성립하지 않는다.

따라서 $a \neq 3$ 인 경우만 생각하면 된다.

(i) $a > 3$ 이면 $x > \frac{2a-1}{a-3}$ 이 되어 $x < 1$ 의 형태가 될 수 없다.

(ii) $a < 3$ 이면 $x < \frac{2a-1}{a-3} = 1$ 에서 $2a - 1 = a - 3 \therefore a = -2$

11. 부등식 $(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가 $x < -1$ 일 때, 부등식 $ax + b > 0$ 의 해를 구하면?

① $x < -\frac{1}{2}$

② $x < -\frac{1}{3}$

③ $x > -\frac{1}{2}$

④ $x > -\frac{1}{3}$

⑤ $x > -1$

해설

$(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가 $x < -1$ 이려면

$a+b < 0$ ㉠

$-\frac{2a-b}{a+b} = -1$ ㉡

㉡에서 $a = 2b$ 이고 $a+b = 2b+b = 3b < 0$

$\therefore b < 0$

$ax+b > 0$ 에서 $2bx+b > 0$, $2bx > -b$

$b < 0$ 이므로 $x < -\frac{1}{2}$

12. $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 의 해가 $x < -\frac{1}{3}$ 일 때, 부등식 $(a-3b)x + (b-2a) > 0$ 을 풀어라.

▶ 답:

▷ 정답: $x < -3$

해설

$$(a+b)x + (2a-3b) < 0$$

$$(a+b)x < 3b-2a$$

$$\Rightarrow x < \frac{3b-2a}{a+b} = -\frac{1}{3} \quad (a+b > 0)$$

$$\Rightarrow a+b = -3(3b-2a)$$

$$\Rightarrow a = 2b, \quad a+b = 3b > 0 \rightarrow b > 0$$

$$(a-3b)x + (b-2a) > 0 \Leftrightarrow -bx - 3b > 0$$

$$bx < -3b$$

$$\therefore x < -3 \quad (\because b > 0)$$

13. 부등식 $|x - 2| + |x + 3| \geq -2x + 9$ 의 해는?

① $x \geq 2$

② $-3 \leq x \leq 2$

③ $1 < x \leq 2$

④ $x < 2$

⑤ 해가 없다.

해설

(i) $x < -3$ 일 때,

$$-2x - 1 \geq -2x + 9, -1 \geq 9$$

따라서 이 범위에서 해가 존재하지 않는다.

(ii) $-3 \leq x < 2$ 일 때,

$$5 \geq -2x + 9$$

$2x \geq 4, x \geq 2$ 따라서 이 범위에서 해가 없다.

(iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$2x + 1 \geq -2x + 9$$

$4x \geq 8, x \geq 2$ 따라서 이 범위에서의 해는 $x \geq 2$ 이다.

세 범위의 해를 연립하면 결과는

$$\therefore x \geq 2$$

14. 부등식 $|x+1|+|x-1| \geq 4$ 의 해는 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$ 이다. $a+b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

(i) $x < -1$

$$-(x+1) - (x-1) \geq 4, x \leq -2$$

(ii) $-1 \leq x < 1$

$$x+1 - (x-1) \geq 4$$

$$2 \geq 4 \text{ (성립 안함)}$$

(iii) $x \geq 1$

$$x+1 + x-1 \geq 4$$

$$x \geq 2$$

(i), (iii)을 합하면 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

$$\therefore a+b=0$$

15. 부등식 $2|x+2|+|x-1|\leq 6$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때

$$2x + 4 + x - 1 - 6 = 3x - 3 \leq 0, x \leq 1$$

$$\therefore x = 1 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

(ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때

$$2x + 4 + 1 - x - 6 = x - 1 \leq 0 \text{에서 } x \leq 1$$

$$\therefore -2 \leq x < 1 \cdots \textcircled{\text{L}}$$

(iii) $x < -2$ 일 때

$$-2x - 4 - x + 1 - 6 = -3x - 9 \leq 0$$

$$3x \geq -9, x \geq -3$$

$$\therefore -3 \leq x < -2 \cdots \textcircled{\ominus}$$

$\textcircled{\Gamma}$, $\textcircled{\text{L}}$, $\textcircled{\ominus}$ 에서 $-3 \leq x \leq 1$

따라서 만족하는 정수 x 의 개수는 5개

16. 부등식 $|x - 1| < 2x - 3$ 을 풀면?

- ① $x > 2$ ② $x \geq 2$ ③ $x < 3$ ④ $x \leq 3$ ⑤ $x \leq 2$

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때 $x - 1 < 2x - 3 \therefore x > 2$

(ii) $x < 1$ 일 때 $-x + 1 < 2x - 3 \therefore x > \frac{4}{3}$ $x < 1$ 이므로 부적합

(i), (ii) 에서 $x > 2$

17. 다음 부등식을 풀어라.

$$|x - 1| > |x - 2|$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > \frac{3}{2}$

해설

i) $x < 1$ 일 때,

$-(x - 1) > -(x - 2)$ 에서 $1 > 2$ 이므로 모순

ii) $1 \leq x < 2$ 일 때,

$(x - 1) > -(x - 2)$ 에서

$$2x > 3, x > \frac{3}{2}$$

조건에서 $1 \leq x < 2$ 이므로 $\frac{3}{2} < x < 2 \dots \textcircled{\gamma}$

iii) $x \geq 2$ 일 때, $(x - 1) > (x - 2)$ 에서 $1 < 2$ 이므로 성립

$$\therefore x \geq 2 \dots \textcircled{\Delta}$$

$\textcircled{\gamma}, \textcircled{\Delta}$ 에서 $x > \frac{3}{2}$

18. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

19. 부등식 $|2x - a| > 7$ 의 해가 $x < -1$ 또는 $x > b$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$|2x - a| > 7$ 에서

$$2x - a < -7 \text{ 또는 } 2x - a > 7$$

$$\therefore x < \frac{a-7}{2} \text{ 또는 } x > \frac{a+7}{2}$$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x < -1$ 또는 $x > b$ 이므로

$$\frac{a-7}{2} = -1, \quad \frac{a+7}{2} = b$$

$$\therefore a = 5, \quad b = 6$$

$$\therefore a + b = 11$$

20. 부등식 $\left| \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \right| \leq 1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하면?

① 13개

② 9개

③ 6개

④ 4개

⑤ 2개

해설

$$-1 \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \leq 1$$

$$-6 \leq 3 - 2x \leq 6$$

$$-9 \leq -2x \leq 3$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$$

그런데 x 는 자연수 이므로 1, 2, 3, 4이다.