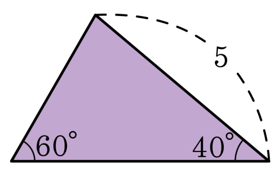
1. 다음 중에서 서로 닮은 도형의 특징이라고 할 수 없는 것은?

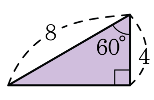
① 크기는 달라도 모양은 같다.
② 대응변의 길이가 각각 같다.
③ 대응하는 각의 크기가 각각 같다
④ 대응하는 변의 길이의 비가 같다.
⑤ 닮음인 두 도형 중 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소했을 때, 이 두 도형은 합동이다.

해설
닮은 도형은 대응하는 변의 길이의 비가 같다.

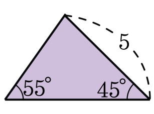
2. 다음 삼각형 중에서 주어진 삼각형과 닮은 삼각형은?



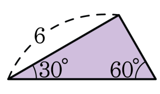
①



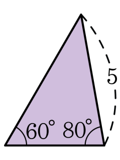
②



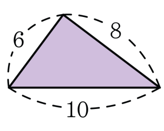
③



④



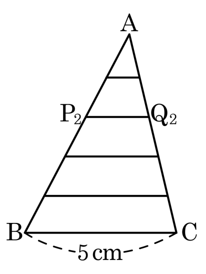
⑤



해설

④ AA 닮음

3. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 길이는 5cm 이고, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 5 등분점을 위에서부터 각각 P_1, P_2, P_3, P_4 와 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 라 할 때, $\overline{P_2Q_2}$ 의 길이는?



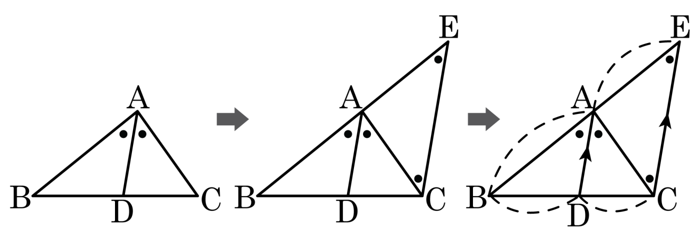
① 1 cm　　② 2 cm　　③ 3 cm

④ 4 cm　　⑤ 5 cm

해설

$\triangle AP_2Q_2$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통,
$\overline{AP_2} : \overline{AB} = \overline{AQ_2} : \overline{AC} = 2 : 5$ 이므로 $\triangle AP_2Q_2 \backsim \triangle ABC$ (SAS 닮음)
$\triangle AP_2Q_2$ 와 $\triangle ABC$ 의 닮음비가 $2 : 5$ 이므로
$\overline{P_2Q_2} : \overline{BC} = 2 : 5$ 따라서 $\overline{P_2Q_2} = \dfrac{2 \times 5}{5} = 2(\text{cm})$ 이다.

4. 다음은 삼각형의 내각의 이등분선으로 생기는 선분의 비를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 고르면?



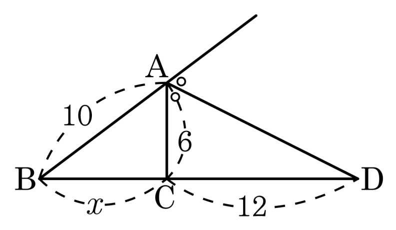
$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고
$\angle ACE = \angle AEC$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 $\boxed{㉠}$
$\overline{AD} // \overline{EC}$ 에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \boxed{㉡} : \overline{CD}$

① 이등변삼각형, $\overline{BC}$
② 이등변삼각형, $\overline{BD}$
③ 정삼각형, $\overline{BD}$
④ 예각삼각형, $\overline{BC}$
⑤ 예각삼각형, $\overline{BD}$

해설

$\angle BAD = \angle CAD$ 이면 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 D 라 할 때, x 의 값은?



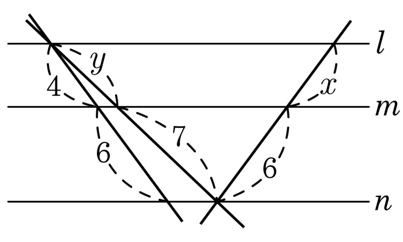
① 4 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 20

해설

$10 : 6 = (x + 12) : 12$

$\therefore\ x = 8$

6. 다음 그림에서 $l\ /\!/\ m\ /\!/\ n$일 때, $x+3y$의 값은?



① 11 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 18

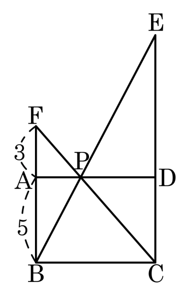
해설

$4:6=x:6$이므로 $x=4$,

$4:6=y:7$이므로 $y=\dfrac{14}{3}$

$\therefore\ x+3y=18$

7. 다음 그림에서 $\overline{ED}$ 의 길이는? (단, □ABCD 는 직사각형)

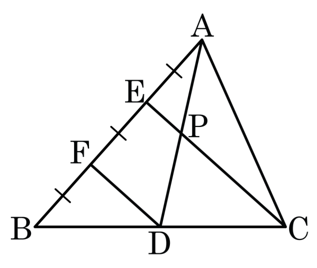


① $\frac{10}{3}$ ② 7 ③ $\frac{21}{5}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ $\frac{25}{3}$

해설

□ABCD 는 직사각형이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = 5$
$\overline{FB} // \overline{EC}$ 이므로 $\overline{FP} : \overline{PC} = \overline{BP} : \overline{PE} = 3 : 5$
$3 : 5 = 5 : x \quad \therefore \ x = \frac{25}{3}$

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 E, F 는 $\overline{AB}$ 의 3 등분점이고, $\overline{AD}$ 는 중선이다. $\overline{EP} = 6\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하면?

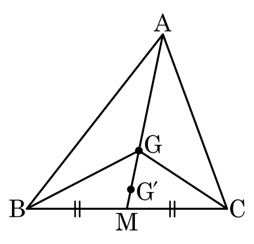


① 6cm ② 9cm ③ 12cm ④ 15cm ⑤ 18cm

해설

$\overline{FD} = 2\overline{EP} = 12\mathrm{cm}$
$\overline{CE} = 2\overline{FD} = 24\mathrm{cm}$
$\therefore\ x = \overline{CE} - \overline{EP} = 24 - 6 = 18(\mathrm{cm})$

9. 다음 그림에서 $\overline{AM}$ 은 $\triangle ABC$ 의 중선이고, 점 G, G' 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle GBC$ 의 무게중심이다. $\overline{AG} = 18\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이는?

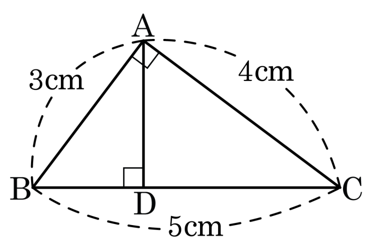


① 4 cm ② 4.5 cm ③ 6 cm
④ 7 cm ⑤ 7.5 cm

해설

$\overline{AG} : \overline{GM} = 2 : 1 = 18 : \overline{GM}$
$\therefore \overline{GM} = 9(\,\mathrm{cm})$,
$\overline{GG'} = 9 \times \dfrac{2}{3} = 6(\,\mathrm{cm})$

10. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 일 때, △ABC 와 △DBA 의 넓이의 비와 △ABD 와 △ACD 의 넓이의 비를 차례대로 나열한 것은?

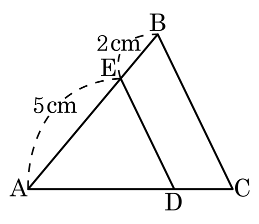


① 9 : 25, 25 : 16 ② 9 : 25, 9 : 16 ③ 25 : 9, 9 : 16
④ 25 : 9, 16 : 9 ⑤ 16 : 25, 9 : 16

해설

△ABC 와 △DBA 에서 $\overline{BC}$: $\overline{BA}$ = 5 : 3 이므로 △ABC : △DBA = 25 : 9 이다.
또한, △ABD 와 △ACD 에서 $\overline{AB}$: $\overline{AC}$ = 3 : 4 이므로 △ABD : △ACD = 9 : 16 이다.

11. 다음 그림에서 $\overline{BC} // \overline{ED}$ 이고, $\overline{AE} = 5\,\text{cm}$, $\overline{EB} = 2\,\text{cm}$ 이다. $\square$DCBE 의 넓이가 $14.4\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle$ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 29.4 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle$AED 와 $\triangle$ABC 의 닮음비가 5 : 7 이므로 넓이의 비는 25 : 49 이다.
$\triangle$ABC 와 $\square$DCBE 의 넓이의 비는
$49 : (49 - 25) = 49 : 24$ 이다.
$49 : 24 = \triangle\text{ABC} : 14.4$
$\therefore \triangle\text{ABC} = 29.4\,\text{cm}^2$

12. 닮은 두 직육면체의 겉넓이의 비가 $9:25$ 이고 작은 직육면체의 부피가 $270\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 큰 직육면체의 부피를 구하여라.

▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad \mathrm{cm}^3}$

▷ 정답: 1250 $\underline{\mathrm{cm}^3}$

해설

겉넓이의 비가 $9:25$ 이므로
닮음비는 $3:5$ 이다.
따라서 부피의 비는
$3^3:5^3=27:125$ 이다.
$27:125=270:x$
$x=1250(\mathrm{cm}^3)$

13. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 모든 원은 닮은도형이다.

② 한 내각의 크기가 같은 두 이등변삼각형은 닮은 도형이다.

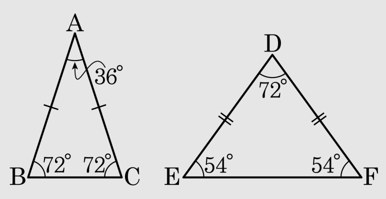
③ 중심각과 호의 길이가 각각 같은 두 부채꼴은 닮은 도형이다.

④ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형은 닮은 도형이다.

⑤ 모든 정육면체는 닮은 도형이다.

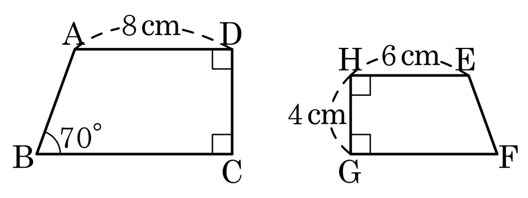
해설

② (반례)



$\angle B = \angle D$ 인 이등변삼각형 ABC와 DEF는 닮은 도형이 아니다.
③ 중심각과 호의 길이가 같은 두 부채꼴은 합동이므로 닮은 도형이다.
④ 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면 세 내각의 크기가 각각 같으므로 닮은 도형이다.

14. 다음 그림에서 □ABCD ∽ □EFGH 일 때, $\angle E$ 의 크기와 $\overline{CD}$ 의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : $\angle E = 110$ °

▷ 정답 : $\overline{CD} = \frac{16}{3}$ cm

해설

□ABCD ∽ □EFGH 이고, 닮음비는

$\overline{AD} : \overline{EH} = 8 : 6 = 4 : 3$ 이다.

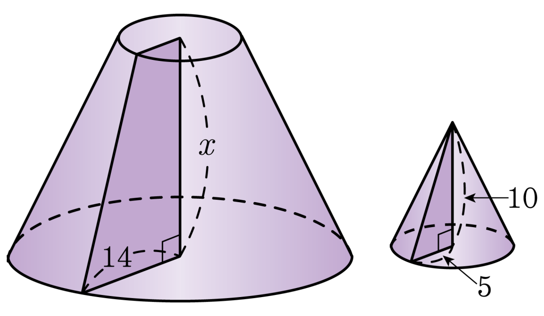
닮음 도형에서 대응하는 각의 크기는 서로 같으므로 $\angle E$ 의 크기는 대응각 $\angle A$ 와 같다. 따라서 $\angle E$ 의 크기는 $360° - (90° + 90° + 70) = 110°$ 이다.

닮음비가 $4 : 3$ 이므로

$\overline{CD} : \overline{HG} = 4 : 3 = \overline{CD} : 4$ 이다.

$3 \times \overline{CD} = 16$, $\overline{CD} = \frac{16}{3}$ cm 이다.

15. 다음 그림과 같이 원뿔을 잘라 원뿔대와, 원뿔을 만들었다. 원뿔대의 높이 x 의 값을 구하여라.



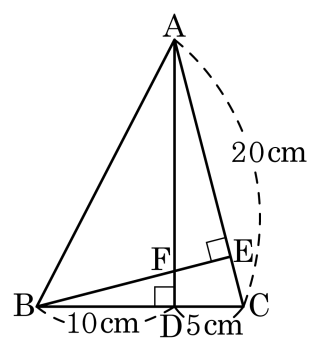
▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

자르기 전 원뿔과 자른 후 생긴 원뿔은 서로 $5 : 14$ 의 닮음이다.
따라서 자르기 전 원뿔의 높이를 h 라고 하면,
$5 : 14 = 10 : h$
$h = 28$
x 의 값은 h 에서 자른 원뿔의 높이를 뺀 값이므로 $x = 18$ 이다.

16. $\triangle$ABC 의 꼭짓점 A, B 에서 변 BC, CA 에 내린 수선의 발을 각각 D, E, $\overline{BE}$ 와 $\overline{AD}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?

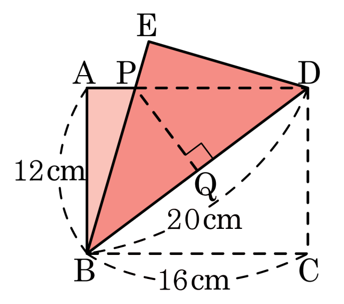


① $\frac{15}{4}$ cm ② 4 cm ③ $\frac{17}{4}$ cm
④ $\frac{9}{2}$ cm ⑤ $\frac{19}{4}$ cm

해설

$\triangle BCE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음) 이므로
$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{CE} : \overline{CD}$
$(10+5) : 20 = \overline{CE} : 5$
$3 : 4 = \overline{CE} : 5$
$4\overline{CE} = 15$
$\therefore\ \overline{CE} = \frac{15}{4}$ (cm)

17. 다음 그림은 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접은 선으로 하여 점 C 가 점 E 에 오도록 한 것이다. $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하면?



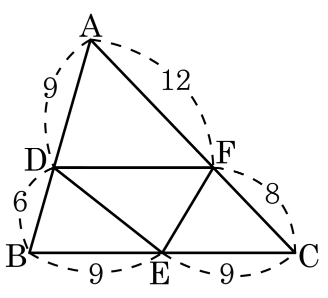
① 6.5cm ② 7cm ③ 7.5cm

④ 8cm ⑤ 8.5cm

해설

$\triangle ABP \equiv \triangle EDP$ 이므로 $\triangle PBD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{BQ} = 10\text{cm}$ 이다.
$\triangle PBQ$ 와 $\triangle DBC$ 에서
$\angle PBQ = \angle DBC$, $\angle PQB = \angle DCB$ 이므로
$\triangle PBQ \backsim \triangle DBC$ (AA 닮음)
$\overline{PQ} : \overline{BQ} = \overline{DC} : \overline{BC}$ 이므로 $\overline{PQ} : 10 = 12 : 16$
$\therefore \ \overline{PQ} = 7.5\ (\text{cm})$

18. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 옳은 것은?



① $\overline{AB} // \overline{EF}$ ② $\overline{BC} // \overline{DF}$

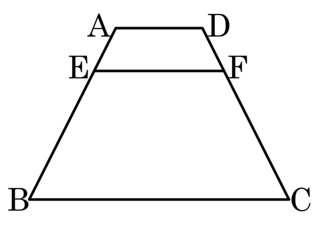
③ $\overline{AC} // \overline{DE}$ ④ $\triangle CAB \backsim \triangle CFE$

⑤ $\triangle BAC \backsim \triangle BDE$

해설

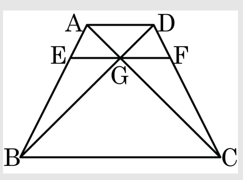
① $8 : 12 \neq 9 : 9$ 이므로 $\overline{AB} // \overline{EF}$ 는 옳지 않다. (×)
② $9 : 6 = 12 : 8$ 이므로 $\overline{DF} // \overline{BC}$ 이다. (○)
③ $6 : 9 \neq 9 : 9$ 이므로 $\overline{AC} // \overline{DE}$ 는 옳지 않다. (×)
④ $8 : 12 \neq 9 : 9$ 이므로 닮음이 아니다. (×)
⑤ $6 : 9 \neq 9 : 9$ 이므로 닮음이 아니다. (×)

19. 다음 그림에서 $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{EF} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이고 $\overline{AD}=8$, $\overline{BC}=24$일 때, $\overline{EF}$의 길이는?(단, $\overline{EF}$는 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 지난다.)



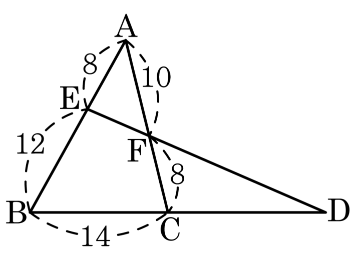
① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 16

해설



$\overline{AC}$ 와 $\overline{DB}$ 의 교점을 G 라고 하자.
$\overline{AG}:\overline{GC}=8:24=1:3$ 이므로
$\overline{EG}=\frac{1}{4}\times 24=6$, $\overline{GF}=\frac{3}{4}\times 8=6$ 이다.
따라서 $\overline{EF}=12$ 이다.

20. 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.

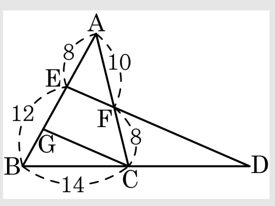


▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\overline{ED} // \overline{GC}$ 인 선분 GC 를 그으면



$\overline{AE} : \overline{EG} = \overline{AF} : \overline{FC}$

$8 : \overline{EG} = 10 : 8$

$\therefore\ \overline{EG} = \frac{32}{5}$

$\overline{BC} : \overline{CD} = \overline{BG} : \overline{GE}$

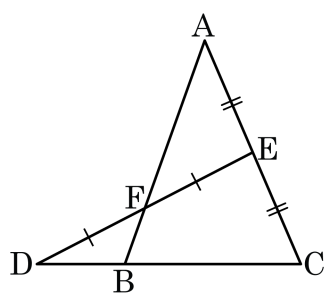
$14 : \overline{CD} = \left(12 - \frac{32}{5}\right) : \frac{32}{5}$

$14 : \overline{CD} = \frac{28}{5} : \frac{32}{5}$

$14 : \overline{CD} = 28 : 32$

$\therefore\ \overline{CD} = 16$

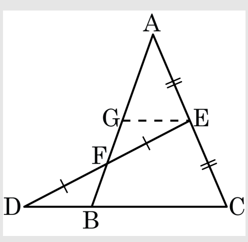
21. 다음 그림에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$, $\overline{DF} = \overline{EF}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?(단, $\overline{DC} = 12\text{cm}$ 이다.)



① 6cm ② 5cm ③ 4cm ④ 3cm ⑤ 2cm

해설

점 E 에서 $\overline{BC}$ 에 평행한 선분을 그어 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 G 라 하면



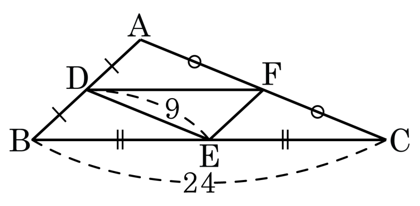
$\overline{EG} = \frac{1}{2}\overline{BC}$

$\triangle DFB \equiv \triangle EFG$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{GE}$

$\overline{BD} : \overline{BC} = 1 : 2$

$\therefore\ \overline{BD} = 12 \times \frac{1}{3} = 4(\text{cm})$

22. 다음 그림의 둘레가 52인 $\triangle ABC$에서 점 D, E, F가 각 변의 중점일 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

삼각형의 중점연결 정리에 의하여

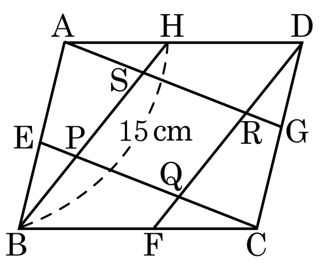
$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$이다.

$\triangle DEF$의 둘레의 길이는

$\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD} = \frac{1}{2}(\overline{AC} + \overline{AB} + \overline{BC}) = \frac{1}{2} \times 52 = 26$ 이므로

$\overline{EF} = 26 - 9 - \left(\frac{1}{2} \times 24\right) = 5$ 이다.

23. 다음 그림에서 점 E, F, G, H 는 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점이다. $\overline{BH} = 15\text{cm}$ 일 때, $\overline{QF}$ 의 길이는?



① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

$\overline{HS} = x\,\text{cm}$ 로 두면 $\triangle ARD$ 와 $\triangle CPB$ 에 대하여 $\overline{AD} = \overline{CB}$ (평행사변형의 대변)

$\angle BCE = \angle GEC = \angle EGA = \angle DAG$ (엇각)

$\angle CBP = \angle ADR$ (평행사변형 $\square HDFB$ 에서의 대각)

$\triangle ARD \equiv \triangle CPB$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{RD} = \overline{PB}$

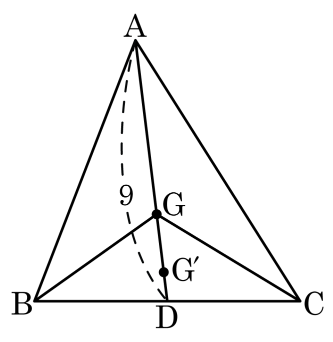
삼각형의 중점연결정리에 의해 $\overline{DR} = 2\overline{HS} = 2x = \overline{PB}$

또한 $\triangle BSA$ 에서도 중점연결정리에 의해 $\overline{BP} = \overline{PS} = 2x$

따라서 $\overline{BP} + \overline{PS} + \overline{SH} = 5x = 15 \therefore\ x = 3$

$\therefore \overline{QF} = \overline{HS} = 3(\text{cm})$

24. 다음 그림에서 $\triangle ABC$의 무게중심이 점 G이고, $\triangle GBC$의 무게중심이 점 G′일 때, $\overline{AG'}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

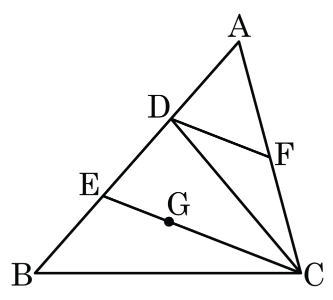
해설

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$이므로 $\overline{GD} = \frac{1}{3}\overline{AD} = \frac{1}{3} \times 9 = 3$

$\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2 : 1$이므로 $\overline{G'D} = \frac{1}{3}\overline{GD} = \frac{1}{3} \times 3 = 1$

$\therefore \overline{AG'} = 9 - 1 = 8$

25. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle DBC$ 의 무게중심이다. $\overline{BE} = \overline{ED} = \overline{DA}$, $\overline{AF} = \overline{FC}$ 이고 $\overline{DF} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{CG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 12 cm

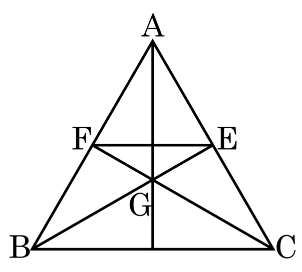
해설

$\overline{EC} = 2\overline{DF} = 18(\text{cm})$

$\overline{EG} : \overline{GC} = 1 : 2$

$\overline{CG} = 18 \times \dfrac{2}{3} = 12(\text{cm})$

26. 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심일 때, 다음 중 옳은 것은?



① $\triangle BCG$와 $\square AFGE$의 넓이 비는 $1:1$

② $\triangle GBC \equiv \triangle CEF$

③ $\triangle FBG \backsim \triangle ECG$

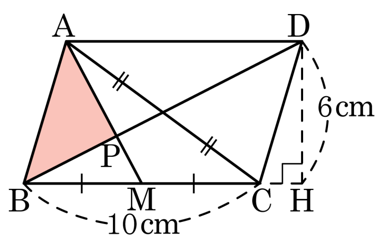
④ $\triangle BCG$와 $\triangle EFG$의 넓이의 비는 $2:1$

⑤ $\overline{FG}:\overline{CF}=\overline{BG}:\overline{EG}$

해설

② $\triangle GBC=\triangle ACG=\triangle ABG$
④ $\triangle BCG:\triangle EFG=4:1$
⑤ $\overline{FG}:\overline{CF}=1:3,\ \overline{BG}:\overline{EG}=2:1$

27. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 BC 의 중점을 M 이라 하고, 대각선 BD 와 선분 AM 의 교점을 P 라 할 때, △ABP 의 넓이는?



① 5cm^2　② 8cm^2　③ 10cm^2

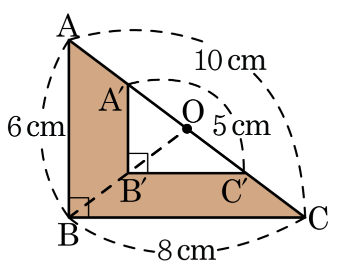
④ 12cm^2　⑤ 15cm^2

해설

$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 Q 라 하면, $\overline{AM}$ 과 $\overline{BQ}$ 는 △ABC 의 중선이므로 점 P 는 이 삼각형의 무게중심이 된다. 따라서 무게중심의 성질에 의해

$\triangle ABP = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 10(\text{cm}^2)$ 이다.

28. 다음 그림의 두 직각 삼각형이 닮은 도형일 때, 색칠된 부분의 넓이는?(점 O 는 닮음의 중심이다.)



① 6cm^2　② 12cm^2　③ 18cm^2
④ 20cm^2　⑤ 24cm^2

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ 이므로 $\overline{AC} : \overline{A'C'} = 10 : 5 = 1 : 2$ 이고 넓이의 비는 $1 : 4$ 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는 $6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 24$이고
$\triangle A'B'C'$ 넓이를 x 라 하면
$1 : 4 = x : 24$
$x = 6$
따라서 색칠된 부분의 넓이는 $24 - 6 = 18(\text{cm}^2)$ 이다.

29. 닮음비가 $3:4$인 두 정삼각형이 있다. 이 두 정삼각형의 둘레의 합이 $42\mathrm{cm}$일 때, 작은 정삼각형의 한 변의 길이를 $x\mathrm{cm}$, 큰 정삼각형의 한 변의 길이를 $y\mathrm{cm}$라고 하자. $y-x$의 값을 구하여라.

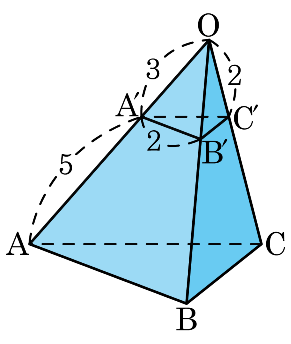
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 정삼각형의 둘레의 합이 $42\mathrm{cm}$이므로 작은 정삼각형의 둘레는 $42\times\frac{3}{7}=18(\mathrm{cm})$, 큰 정삼각형의 둘레는 $42\times\frac{4}{7}=24(\mathrm{cm})$이다. 따라서 한 변의 길이는 각각 $x=6$, $y=8$이므로 $b-a=2$이다.

30. 다음 그림의 삼각뿔 $O-ABC$ 에서 $\triangle A'B'C'$ 을 포함하는 평면과 $\triangle ABC$ 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $O-ABC$ 와 $O-A'B'C'$ 의 닮음비는?

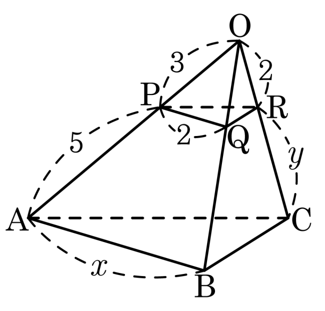


① 3 : 5　② 5 : 2　③ 8 : 3　④ 5 : 3　⑤ 3 : 8

해설

두 입체도형 $O-ABC$ 와 $O-A'B'C'$ 이 닮음이므로 닮음비는 $\overline{OA} : \overline{OP} = 8 : 3$ 이다.

31. 다음 그림의 삼각뿔 O－ABC 에서 △PQR 를 포함하는 평면과 △ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+y$ 의 값은?



① $\frac{26}{3}$　　② $\frac{28}{3}$　　③ $\frac{29}{3}$　　④ 10　　⑤ $\frac{32}{3}$

해설

$\overline{PQ} \,/\!/\, \overline{AB}$ 이므로 $\triangle OPQ \backsim \triangle OAB$

$3 : 8 = 2 : x$

$x = \frac{16}{3}$

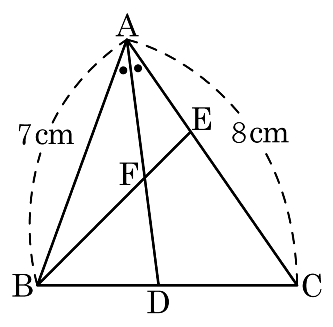
$\overline{PR} \,/\!/\, \overline{AC}$ 이므로 $\triangle OPR \backsim \triangle OAC$

$3 : 5 = 2 : y$

$y = \frac{10}{3}$

$\therefore\ x+y = \frac{16}{3} + \frac{10}{3} = \frac{26}{3}$

32. 다음 그림에서 넓이가 $80\mathrm{cm}^2$ 인 $\triangle \mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 는 $\angle \mathrm{A}$ 의 이등분선이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 7\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AC}} = 8\mathrm{cm}$ 이고, $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{EC}} = 3 : 5$, $\overline{\mathrm{AD}}$ 와 $\overline{\mathrm{BE}}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\triangle \mathrm{ABF}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $21\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

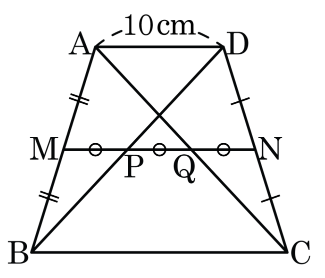
$\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{EC}} = 3 : 5$ 이므로 $\overline{\mathrm{AE}} = 3\mathrm{cm}$

$\triangle \mathrm{ABE}$ 에서 $\angle \mathrm{A}$ 의 이등분선이 $\overline{\mathrm{AF}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{BF}} : \overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AE}} = 7 : 3$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle \mathrm{ABF} &= \frac{7}{10}\triangle \mathrm{ABE} = \frac{7}{10} \times \left(\frac{3}{8}\triangle \mathrm{ABC}\right) \\ &= \frac{21}{80}\triangle \mathrm{ABC} = \frac{21}{80} \times 80 = 21(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

33. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 두 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{MP} = \overline{PQ} = \overline{QN}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



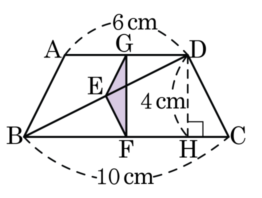
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 20 cm

해설

$\overline{BM} : \overline{BA} = \overline{MP} : \overline{AD}$ 에서 $1 : 2 = \overline{MP} : 10$ 이다.
따라서 $\overline{MP} = 5$ 이다.
$\overline{MQ} = 2\overline{MP}$ 이므로 $\overline{MQ} = 10\text{cm}$ 이다.
$1 : 2 = 10 : \overline{BC}$ 이므로 $\overline{BC} = 20$ 이다.

34. 사다리꼴 ABCD 에서 점 G, E, F 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\triangle GEF$ 의 넓이를 구하면?



① $1\,cm^2$　② $2\,cm^2$　③ $3\,cm^2$　④ $4\,cm^2$　⑤ $5\,cm^2$

해설

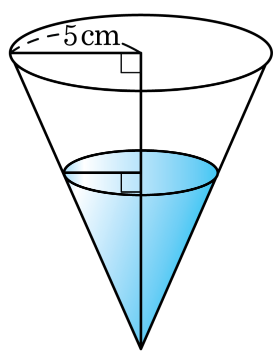
$\square ABFG = (3+5)\times 4\times \frac{1}{2} = 16(\,cm^2)$

$\square ABEG = \frac{3}{4}\triangle ABD = \frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\times 6\times 4 = 9(\,cm^2)$

$\triangle BEF = \frac{1}{4}\triangle BDC = \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times 10\times 4 = 5(\,cm^2)$

$\therefore \triangle GEF = \square ABFG - (\square ABEG + \triangle BEF)$
$= 16 - (9+5) = 2(\,cm^2)$

35. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 깊이의 $\frac{3}{5}$ 까지 물을 부었을 때, 물 표면의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

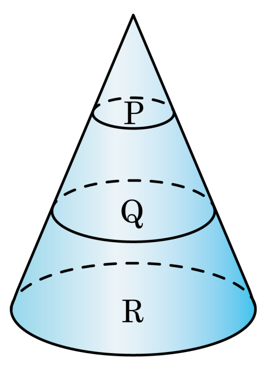
▷ 정답 : 9π $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

큰 원뿔과 작은 원뿔의 닮음비는 $1 : \frac{3}{5} = 5 : 3$ 이므로 넓이의 비는 $25 : 9$, 물표면의 넓이를 $S\ \mathrm{cm}^2$ 라 하면 $25\pi : S = 25 : 9$

$\therefore\ S = 9\pi(\mathrm{cm}^2)$

36. 아래 그림과 같은 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 모선이 3등분 되도록 잘랐다. 가운데 원뿔대의 부피가 28cm^3 일 때, 맨 아래에 있는 원뿔대의 부피를 구하면?

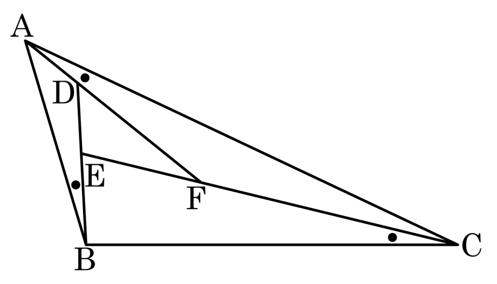


① 60cm^3　② 64cm^3　③ 68cm^3
④ 72cm^3　⑤ 76cm^3

해설

세 원뿔의 닮음비는 $1:2:3$ 이므로 부피의 비는 $1:8:27$이다.
따라서 $\mathrm{P}:\mathrm{Q}:\mathrm{R} = 1:7:19$이다.
R의 부피를 $x\,\text{cm}^3$ 라 할 때 $7:19 = 28:x$
$\therefore\ x = 76(\text{cm}^3)$

37. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABD = \angle BCE = \angle CAF$ 이다. $\overline{AB} = 12$, $\overline{BC} = 21$, $\overline{AC} = 27$, $\overline{DE} = 4$ 일 때, $\overline{DF} \times \overline{EF}$ 를 구하여라.



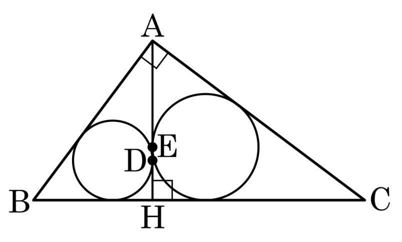
▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$\angle ABD = \angle BCE = \angle CAF = x$, $\angle FCA = y$, $\angle BEC = z$ 라 하면
$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
$\angle B = \angle E = x + z$
($\because$ 삼각형의 한 외각의 크기는 다른 두 내각의 크기의 합과 같다.)
$\angle C = \angle F = x + y$
($\because$ 삼각형의 한 외각의 크기는 다른 두 내각의 크기의 합과 같다.)
그러므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 이다.
$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF} = \overline{AC} : \overline{DF}$
$12 : 4 = 21 : \overline{EF} = 27 : \overline{DF}$
따라서 위 비례식을 풀면
$\overline{EF} = 7$, $\overline{DF} = 9$ 이므로 $\overline{DF} \times \overline{EF} = 63$ 이다.

38. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하고 $\triangle$ABH 의 내접원이 $\overline{\mathrm{AH}}$ 에 접하는 점을 D , $\triangle$AHC 의 내접원이 $\overline{\mathrm{AH}}$ 에 접하는 점을 E 라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=10$, $\overline{\mathrm{AH}}=8$, $\overline{\mathrm{BH}}=6$ 일 때, $\overline{\mathrm{DE}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$\triangle\mathrm{ABH} \backsim \triangle\mathrm{CAH}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AH}}:\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{BH}}:\overline{\mathrm{AH}}$

$\overline{\mathrm{CH}}\cdot\overline{\mathrm{BH}}=\overline{\mathrm{AH}}^2 \rightarrow \overline{\mathrm{CH}}=\frac{64}{6}=\frac{32}{3}$

$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{CA}}=\overline{\mathrm{AH}}:\overline{\mathrm{CH}} \rightarrow 10:\overline{\mathrm{CA}}=8:\frac{32}{3}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}}=\frac{40}{3}$

$\triangle$ABH 에 내접하는 원의 반지름을 r , $\triangle$CAH 에 내접하는 원의 반지름을 R이라 하고,
삼각형의 넓이를 이용하여 R 과 r을 구한다.

$\triangle$ABH 의 넓이를 이용하면 $\frac{1}{2}\times(10+8+6)\times r=\frac{1}{2}\times6\times8$

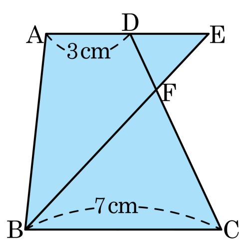
$\therefore\ r=2$

$\triangle$CAH 의 넓이를 이용하면 $\frac{1}{2}\times\left(8+\frac{32}{3}+\frac{40}{3}\right)\times R=\frac{1}{2}\times\frac{32}{3}\times8$

$\therefore\ R=\frac{8}{3}$

따라서 $\overline{\mathrm{DE}}=R-r=\frac{8}{3}-2=\frac{2}{3}$ 이다.

39. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\,\text{cm}$ 이다. $\overline{AD}$ 의 연장선 위의 점 E 에 대하여 $\overline{BE}$가 □ABCD 의 넓이를 이등분할 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{14}{5}$ cm

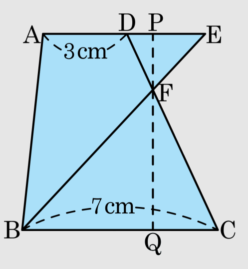
해설

□ABCD 의 높이를 h 라 하면

□ABCD $= (3+7) \times h \times \frac{1}{2} = 5h$, △FBC $= \frac{1}{2}$□ABCD $= \frac{5}{2}h$

이다.

점 F 를 지나고 $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ 에 수직인 직선을 그어 만나는 점을 P, Q 라고 하면

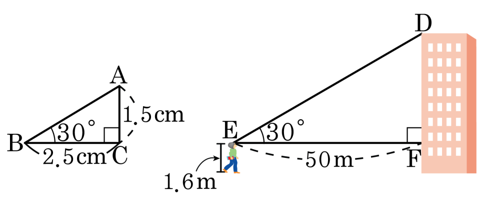


△FBC $= \frac{5}{2}h = \frac{1}{2} \times 7 \times \overline{FQ}$, $\overline{FQ} = \frac{5}{7}h$, $\overline{FP} = \frac{2}{7}h$ 이다.

△FBC ∽ △FED 이므로 $5 : 2 = 7 : \overline{DE}$ 이다.

$\therefore \overline{DE} = \frac{14}{5}(\text{cm})$

40. 눈높이가 1.6 m 인 혜선이가 어떤 건물로부터 50 m 떨어진 곳에서 건물의 끝 D 지점을 올려다 본 각의 크기가 30° 이었다. 이를 바탕으로 $\angle B = 30°$, $\angle C = 90°$, $\overline{BC} = 2.5\,\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 를 그렸더니 $\overline{AC} = 1.5\,\text{cm}$ 이었다. 이 건물의 실제 높이는 몇 m 인가?



① 28.6 m ② 30 m ③ 31.6 m
④ 32 m ⑤ 32.6 m

해설

$$(\text{축척}) = \frac{2.5\,\text{cm}}{50\,\text{m}} = \frac{2.5\,\text{cm}}{5000\,\text{cm}} = \frac{1}{2000}$$

$\therefore\ \overline{DF} = 1.5\,(\text{cm}) \times 2000 = 3000\,(\text{cm}) = 30\,(\text{m})$

따라서 건물의 실제 높이는 $1.6 + 30 = 31.6\,(\text{m})$