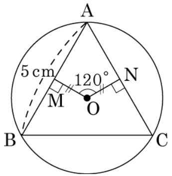
1. 다음 그림과 같이 원 O의 중심에서 $\triangle ABC$의 두 변 AB, AC에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하자. $\overline{OM} = \overline{ON}$이고 $\overline{AB} = 5\,\mathrm{cm}$, $\angle MON = 120°$일 때, $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구하여라.



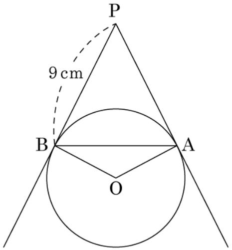
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

$\overline{OM} = \overline{ON}$이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5\,\mathrm{cm}$,
$\square AMON$에서 $\angle MAN = 60°$
$\triangle ABC$는 정삼각형이므로
$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = 5\,\mathrm{cm}$
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는 $5 \times 3 = 15(\mathrm{cm})$이다.

2. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle AOB = 120°$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $16\pi cm^2$ ② $24\pi cm^2$ ③ $27\pi cm^2$

④ $27 cm^2$ ⑤ $44\pi cm^2$

해설

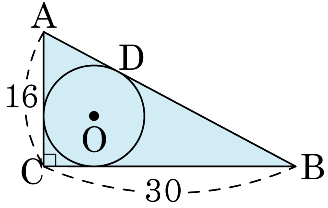
$\angle APB + \angle AOB = 180°$ 이므로 $\angle APB = 60°$ 이다.

$\overline{PO}$ 를 그으면 $\triangle PBO$ 는 직각삼각형의 특수각의 비에 의하여

$\overline{BO} = \dfrac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

따라서 원의 넓이는 $\pi(3\sqrt{3})^2 = 27\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

3. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. 원 O 의 반지름의 길이는?



① 6 ② $6\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 8

해설

원 O 의 반지름을 r 이라 하면 $\overline{CE}=\overline{CF}=r$,

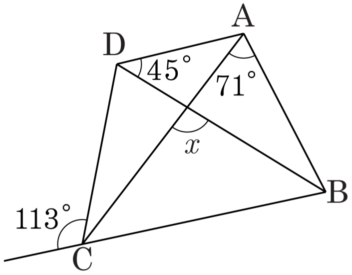
$\overline{AD}=16-r$,$\overline{BD}=30-r$

$\overline{AB}=\sqrt{30^2+16^2}=34$

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$

$34=(16-r)+(30-r) \quad \therefore r=6$

4. □ABCD 가 원에 내접한다고 한다. 이때 $\angle x$ 의 크기는?



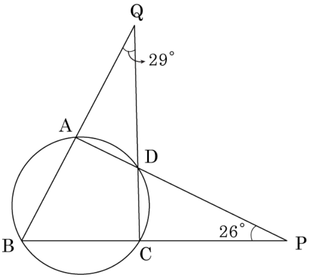
① 99° ② 96° ③ 94° ④ 93° ⑤ 90°

해설

$\angle DAC = 113° - 71° = 42°$

$\therefore \angle x = 180° - (42° + 45°) = 93°$

5. 다음 그림에서 $\angle P = 26°$, $\angle Q = 29°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** ______ °

▷ **정답 :** 62.5 °

해설

$\angle B = x$ 라면 $\angle DCP = 29° + x$

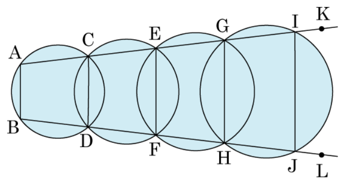
$\angle ADC = 26° + 29° + x$

$\angle B + \angle ADC = 180°$

$x + 26° + 29° + x = 180°$

$\therefore x = 62.5°$

6. 다음 그림과 같이 원의 교점을 $\overleftrightarrow{AK}$, $\overleftrightarrow{BL}$ 이 지날 때, $\overline{AB}$ 와 평행한 선분을 말하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{EF}$

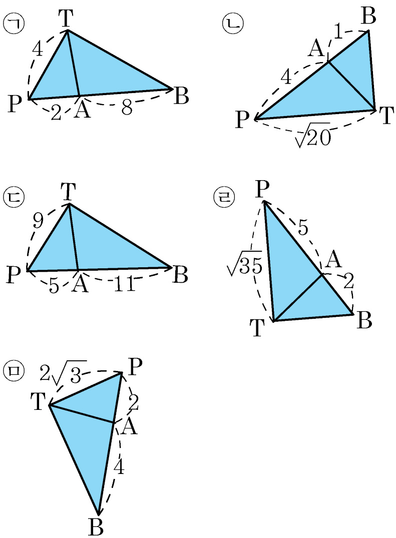
▷ 정답 : $\overline{IJ}$

해설

□ABDC 는 원에 내접하므로
$\angle ABD = \angle DCE$
□CDFE 도 원에 내접하므로
$\angle DCE = \angle EFH$
□EFHG 도 원에 내접하므로
$\angle EFH = \angle HGI$
□GHJI 도 원에 내접하므로
$\angle HGI = \angle IJL$
$\therefore\ \overline{AB} // \overline{EF} // \overline{IJ}$ ($\because$ $\angle ABD = \angle EFH = \angle IJL$ 으로 동위각의 크기가 같다)

7. 다음 보기에서 $\overline{PT}$ 가 $\triangle ABT$ 의 외접원의 접선이 될 수 <u>없는</u> 것을 모두 고르면?

보기



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

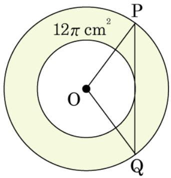
▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $(4)^2 \neq 2 \times 10$ 이므로 $\overline{PT}^2 \neq \overline{PA} \times \overline{PB}$

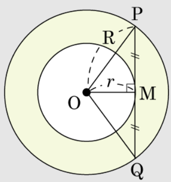
㉢ $(9)^2 \neq 5 \times 16 = 80$ 이므로 $\overline{PT}^2 \neq \overline{PA} \times \overline{PB}$

8. 다음 그림에서 두 동심원 사이의 넓이가 12π 이다. 작은 원에 접하는 큰 원의 현 PQ 의 길이를 구하면?



① $5\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설



큰 원과 작은 원의 반지름을 각각 R, r 이라 하면, (큰 원의 넓이)-(작은 원의 넓이)$= 12\pi$ 이다.

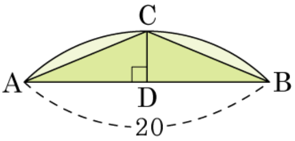
$\pi R^2 - \pi r^2 = 12\pi, \quad R^2 - r^2 = 12$

또, 점 O 에서 현 PQ 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면, $\overline{\mathrm{PM}}^2 = \overline{\mathrm{OP}}^2 - \overline{\mathrm{OM}}^2 = R^2 - r^2 = 12$

$\therefore \overline{\mathrm{PM}} = 2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{\mathrm{PQ}} = 4\sqrt{3}$

9. 다음 그림에서 5.0pt$\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 26 인 원의 일부분이다. $\overline{AB} = 20$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 10 ② $20\sqrt{2}$ ③ 20 ④ 25 ⑤ $24\sqrt{5}$

해설

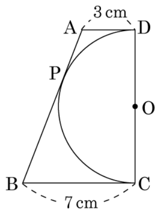
원의 중심 O와 점 C , 점 D를 연결한다.

$\triangle AOD$ 에서 $\overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$

$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 26 - 24 = 2$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20$ 이다.

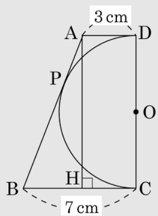
10. 다음 그림에서 점 A ,B 는 원 O 위의 한 점 P 에서 그은 접선과 지름의 양 끝점 C, D 에서 그은 접선이 만나는 점이다. $\overline{AD} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** cm^2

▷ **정답 :** $5\sqrt{21}\,\text{cm}^2$

해설



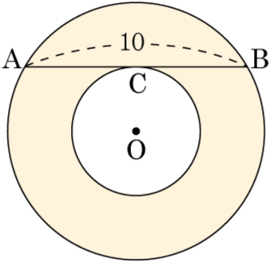
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BC} = 3 + 7 = 10(\text{cm})$ 이다.

$\overline{BH} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$

$\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}(\text{cm})$ 이므로 $\overline{OP} = \overline{OC} = \overline{OD} = \frac{1}{2}\overline{AH} = \sqrt{21}(\text{cm})$ 이다 .

따라서 $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 10 \times \sqrt{21} = 5\sqrt{21}(\text{cm}^2)$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB 가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① 10π ② 15π ③ 20π ④ 25π ⑤ 30π

해설

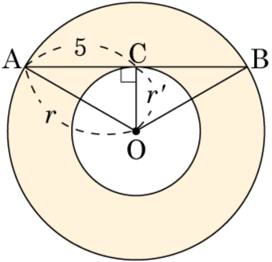
큰 원의 반지름의 길이를 r, 작은 원의 반지름의 길이를 $r\prime$ 이라고 하자.

$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로

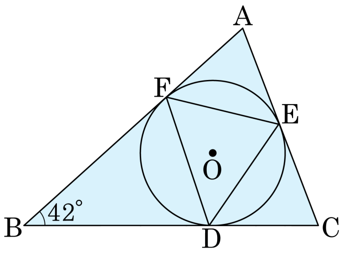
$\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \dfrac{1}{2}\overline{AB} = 5$

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r\prime^2 = 5^2$

(색칠한 부분의 넓이)$= \pi r^2 - \pi r\prime^2 = \pi(r^2 - r\prime^2) = 25\pi$



12. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle B = 42°$ 일 때, $\angle FED$ 의 크기를 구하면?



① 63° ② 65° ③ 69° ④ 72° ⑤ 75°

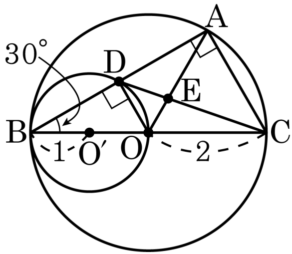
해설

선분 $\overline{OF}$, $\overline{OD}$ 를 그으면

$\angle FOD = 360° - 90° - 90° - 42° = 138°$

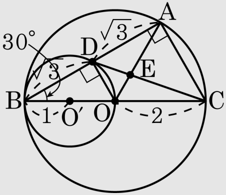
$\therefore \angle FED = 138° \times \frac{1}{2} = 69°$

13. 다음 그림의 원 O 의 지름은 4 , 원 O′ 의 지름은 2 , $\angle ABC = 30°$ 이다. 이때, $\overline{OE}$ 의 길이는?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

해설

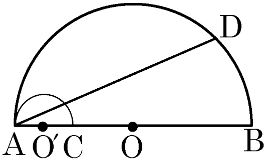


$\overline{AD} = \overline{BD} = \sqrt{3}$, $\overline{BO} = \overline{CO} = 2$ 이므로 점 E 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$\overline{AO} = 2$

$\therefore \overline{OE} = 2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

14. 다음 그림에서 $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=1$ 이다. 5.0pt$\overset{\frown}{AD}=35.0pt\overset{\frown}{AC}$ 일 때, $\angle BAD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 22.5 °

해설

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{AC}=\frac{1}{2}\times\pi=\frac{1}{2}\pi$이므로 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AD}=\frac{3}{2}\pi$

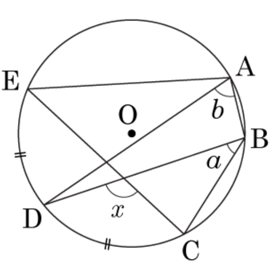
$5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB}=\frac{1}{2}\times 4\pi=2\pi$이므로

$5.0\text{pt}\overset{\frown}{BD}=2\pi-\frac{3}{2}\pi=\frac{1}{2}\pi$

$\therefore \angle BAD=\frac{5.0\text{pt}\overset{\frown}{BD}}{5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB}}\times 90^\circ=\frac{1}{2}\pi\times\frac{1}{2\pi}\times 90^\circ$

$=22.5^\circ$

15. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{ED}$ $=$ 5.0pt$\overset{\frown}{DC}$ 이고, $\angle DBC = a°$, $\angle DAB = b°$ 일 때, x 의 값은?



① $a° + b°$ ② $180 - a°$

③ $180 - b°$ ④ $90 + a°$

⑤ $90 + b°$

해설

5.0pt$\overset{\frown}{ED}$ $=$ 5.0pt$\overset{\frown}{DC}$ 이므로 $\angle EAD = \angle DBC = a°$ 이고

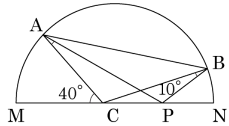
내접사각형 ABCE 에서 $\angle EAB = a° + b°$

한편, $\angle EAB$ 의 대각 $\angle BCE = 180° - (a° + b°)$ 이다.

따라서 $\angle x = \angle DBC + \angle BCE = a° + 180° - (a° + b°) = 180° - b°$

$\therefore\ x = 180 - b°$

16. A, B 는 지름이 $\overline{MN}$, 중심이 C 인 반원 위의 점이고, P 는 반지름 $\overline{CN}$ 위의 점이다. □ACPB 가 반원에 내접할 때, $\angle CAP = \angle CBP = 10°$, $\angle APC = 30°$ 일 때, $\angle BCN$ 는?



① 10°　② 15°　③ 20°　④ 25°　⑤ 30°

해설

네 점 A, C, P, B 는 한 원 O 위에 있고,

$\angle APC = 30°$,

$\angle AOC = 2\angle APC = 60°$ (원주각과 중심각),

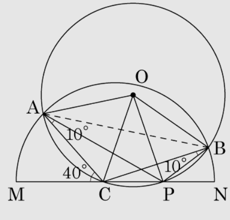
$\angle COP = 2\angle CAP = 20°$ (원주각과 중심각)

$\overline{CA} = \overline{CB}$ (반지름) 이므로 현의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같고,

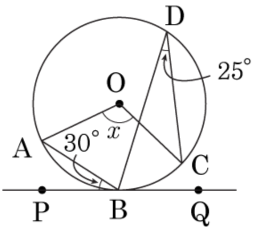
$\therefore\ \angle AOC = \angle COB = 60°$,

$\therefore \angle BOP = 60 - 20 = 40°$

$\therefore \angle BCN = \angle BCP = \frac{1}{2}\angle BOP = \frac{1}{2} \times 40° = 20°$



17. 다음 그림에서 직선 PQ 가 원 O 의 접선이고 점 B 가 접점일 때, ∠AOC 의 크기를 구하여라.

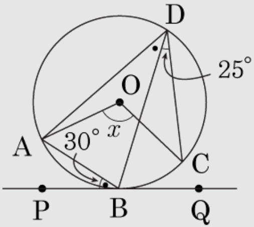


▶ 답 : ______ °

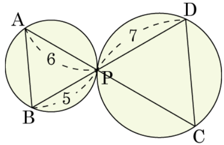
▷ 정답 : 110 °

해설

점 A 와 D 에 보조선을 그으면
$\angle ABP = \angle ADB = 30°$ 이므로
$\angle ADC = 55°$
$\therefore \angle x = 55° \times 2 = 110°$

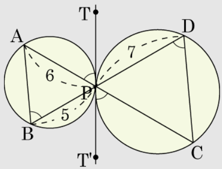


18. 다음 그림과 같이 점 P 에서 접하는 두 원에 대하여 $\overline{AP} = 6$, $\overline{BP} = 5$, $\overline{DP} = 7$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이는?



① 6　② $\frac{16}{3}$　③ $\frac{12}{5}$　④ $\frac{42}{5}$　⑤ 7

해설



공통외접선을 그으면

$\angle ABP = \angle APT$, $\angle APT = \angle T'PC$ (맞꼭지각), $\angle T'PC = \angle PDC$

$\therefore \angle ABP = \angle CDP$

또한 $\angle BAP = \angle DCP$, $\angle ABP = \angle CDP$ 이므로

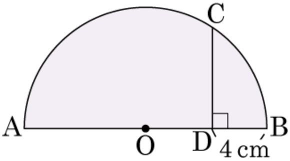
$\triangle PAB \sim \triangle PCD$ (AA 닮음)

따라서, $\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{PB} : \overline{PD}$ 이므로

$6 : \overline{PC} = 5 : 7$ 이다.

$\therefore \overline{PC} = \frac{42}{5}$

19. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 반지름의 길이가 $8\,\text{cm}$ 인 반원 O 의 지름이고, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{BD} = 4\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

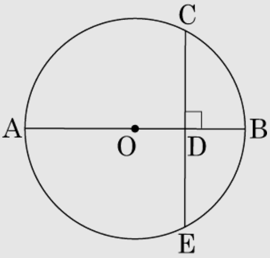
▷ 정답 : $4\sqrt{3}$ cm

해설

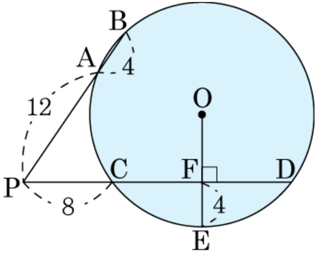
$\overline{CD} = \overline{ED} = x$ 라 하면

$x^2 = \overline{AD} \times \overline{BD} = 12 \times 4 = 48$

$\therefore\ x = 4\sqrt{3}\ (\text{cm})\ (\because\ x > 0)$



20. 다음 그림과 같이 원 O 의 외부에 한 점 P 에서 두 직선을 그어 원 O 와 만난 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 점 O 에서 $\overline{\mathrm{CD}}$ 에 내린 수선의 발을 F , $\overline{\mathrm{OF}}$ 의 연장선과 원 O 와 만난 점을 E 라 한다. $\overline{\mathrm{PA}}=12$, $\overline{\mathrm{AB}}=4$, $\overline{\mathrm{PC}}=8$, $\overline{\mathrm{EF}}=4$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하면?

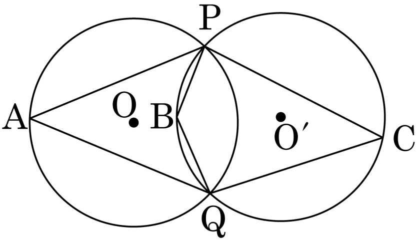


① 100
② 100π
③ $\frac{100}{3}\pi$
④ $\frac{100}{3}$
⑤ $100\sqrt{3}\pi$

해설

1) $8(8+\overline{\mathrm{CD}})=12(12+4)$
$\overline{\mathrm{CD}}=16$, $\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{FD}}=8$
2) 반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{\mathrm{OE}}=\overline{\mathrm{OD}}=\mathrm{r}$
$\overline{\mathrm{OF}}=\mathrm{r}-4$
$r^2=(r-4)^2+8^2$
$\therefore\ r=10$
따라서 $S=100\pi$이다.

21. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 두 원 O, O′ 가 두 점 P, Q 에서 만날 때, $\angle PAQ : \angle PBQ = 2 : 7$ 이다. $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $40\ \underline{^\circ}$

해설

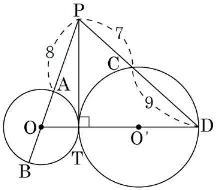
$\angle PAQ = \angle PCQ$ 이고

$\angle PBQ + \angle PCQ = 180^\circ$ 이므로

$\angle PBQ + \angle PAQ = 180^\circ$

$\therefore \angle PAQ = 180^\circ \times \dfrac{2}{2+7} = 40^\circ$

22. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{PT}}$이 원의 접선이고, $\overline{\mathrm{OT}}$는 원 O의 반지름, $\overline{\mathrm{DT}}$는 원 O′의 지름이다. $\overline{\mathrm{OO'}}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\overline{\mathrm{PA}} \times \overline{\mathrm{PB}} = \overline{\mathrm{PC}} \times \overline{\mathrm{PD}}$이므로

$8 \times \overline{\mathrm{PB}} = 7 \times (7+9)$이다.

$8 \times (2\overline{\mathrm{OA}} + 8) = 7 \times 16$

$\therefore\ \overline{\mathrm{OA}} = 3$

$\therefore\ \overline{\mathrm{OT}} = \overline{\mathrm{OA}} = 3$

또, 원 O에서 $\overline{\mathrm{PT}}^2 = 7 \times 16 = 112$이므로

$\triangle\mathrm{PTD}$에서

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{DT}} &= \sqrt{\overline{\mathrm{PD}}^2 - \overline{\mathrm{PT}}^2} \\ &= \sqrt{16^2 - 112} = 12\end{aligned}$$
이다.

따라서 $\overline{\mathrm{O'T}} = \dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{DT}} = 6$이므로

$\overline{\mathrm{OO'}} = \overline{\mathrm{OT}} + \overline{\mathrm{O'T}} = 3 + 6 = 9$이다.