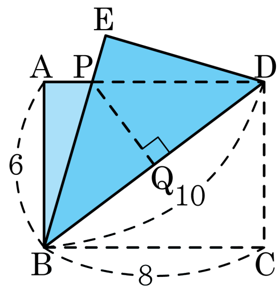
1. 다음 그림은 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=8$, $\overline{BD}=10$ 인 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 점 C 가 점 E 에 오도록 접은 것이다. $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점 P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, $\triangle BQP$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



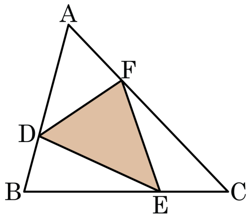
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\angle PBQ = \angle QBC$ (접었으므로)
$\angle QBC = \angle PDQ$ (엇각)
$\therefore\ \triangle PBD$ 는 이등변삼각형
점 P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선은 $\overline{BD}$ 를 이등분하므로 $\overline{BQ}=5$
$\angle BQP = \angle BED = 90^\circ$, $\angle PBQ = \angle DBE$ (공통)
$\triangle BQP \backsim \triangle BED$ (AA 닮음)
따라서 두 삼각형의 닮음비는 $\overline{BQ}:\overline{BE}=5:8$
$\triangle BED$ 의 둘레의 길이는 $6+8+10=24$,
$\triangle BQP$ 의 둘레의 길이를 x 라 하면
$x:24=5:8$
$\therefore\ x=\dfrac{24\times5}{8}=15$
따라서 $\triangle BQP$ 의 둘레의 길이는 15 이다.

2. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{BE} : \overline{EC} = \overline{CF} : \overline{FA} = 2 : 1$ 이다. $\triangle ADF = 12\,cm^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 18 cm^2

해설

$\overline{CD}$ 를 그으면

$\triangle ADC = \dfrac{2}{3}\triangle ABC$

$\triangle ADF = \dfrac{1}{3}\triangle ADC = \dfrac{2}{9}\triangle ABC$

$\triangle ABC = 54\ (cm^2)$

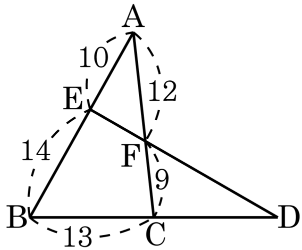
마찬가지로

$\triangle DBE = \dfrac{2}{9}\triangle ABC$

$\triangle FEC = \dfrac{2}{9}\triangle ABC$

$$\therefore \triangle DEF = \left(1 - \frac{2}{9} \times 3\right)\triangle ABC = \frac{1}{3} \times 54 = 18\ (cm^2)$$

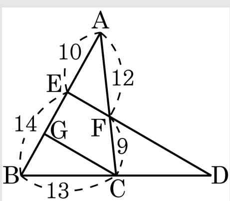
3. 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 의 길이는?



① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$\overline{ED} \,/\!/\, \overline{GC}$ 인 선분 GC 를 그으면



$\overline{AE} : \overline{EG} = \overline{AF} : \overline{FC}$

$10 : \overline{EG} = 12 : 9$

$\therefore\ \overline{EG} = \frac{15}{2}$

$\overline{BC} : \overline{CD} = \overline{BG} : \overline{GE}$,

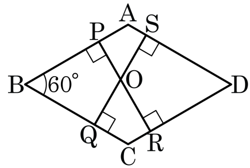
$13 : \overline{CD} = \left(14 - \frac{15}{2}\right) : \frac{15}{2}$

$13 : \overline{CD} = \frac{13}{2} : \frac{15}{2}$

$13 : \overline{CD} = 13 : 15$

$\therefore\ \overline{CD} = 15$

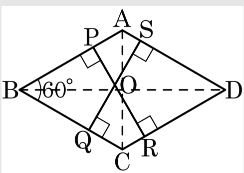
4. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60°$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}$ 와 같은 것은?



① $\overline{AC}$
② $\overline{BD}$
③ $\overline{OA}+\overline{OC}$
④ $\overline{OB}+\overline{OD}$
⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



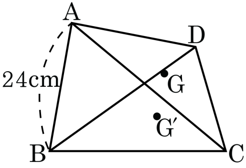
$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$
$= \frac{a}{2}\times\overline{OP} + \frac{a}{2}\times\overline{OQ} + \frac{a}{2}\times\overline{OR} + \frac{a}{2}\times\overline{OS}$
$= \frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) \quad \cdots$ ㉠

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC}=a$ 이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD} = \frac{a}{2}\times\overline{BD}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ $\therefore$ $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}=\overline{BD}$

5. 다음 그림에서 점 G, G′ 는 각각 $\triangle ACD$, $\triangle DBC$ 의 무게중심이다. $\overline{AB}=24\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이를 구하여라.

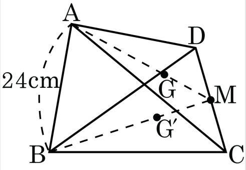


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{DC}$ 의 중점 M 을 잡으면



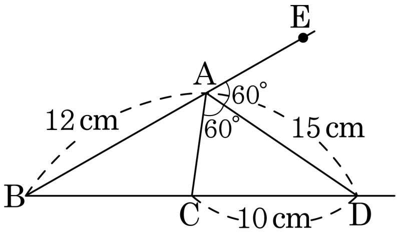
$\overline{AG}:\overline{GM}=\overline{BG'}:\overline{G'M}=2:1$이므로

$\overline{GG'}\,/\!/\,\overline{AB}$ 이다.

$\overline{GG'}:\overline{AB}=\overline{MG}:\overline{MA}=1:3$

$\therefore \overline{GG'}=\dfrac{1}{3}\times 24=8(\mathrm{cm})$

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle CAD = \angle EAD = 60°$, $\overline{AB} = 12cm$, $\overline{CD} = 10cm$, $\overline{AD} = 15cm$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 6cm ② 5cm ③ $\frac{24}{5}$cm
④ $\frac{15}{4}$cm ⑤ $\frac{20}{3}$cm

해설

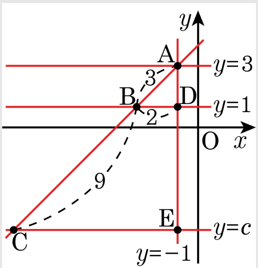
$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\overline{AC}$ 는 $\angle BAD$ 의 이등분선이다.
따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{CD}$ 이므로
$12 : 15 = \overline{BC} : 10$
$\therefore \overline{BC} = 8(cm)$
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로 $12 : \overline{AC} = 18 : 10$
따라서 $\overline{AC} = \frac{20}{3}$ cm이다.

7. 직선 $y = ax + b$ 가 세 직선 $y = 3$, $y = 1$, $y = c$ 와 만나는 점을 각각 A, B, C 라 하고, 점 A 를 지나는 직선 $x = -1$ 이 $y = 1$, $y = c$ 와 만나는 점을 각각 D, E 라 한다. $\overline{\mathrm{AB}} = 3$, $\overline{\mathrm{BC}} = 9$, $\overline{\mathrm{BD}} = 2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $c < 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설



그림에서 $\overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{CE}}$가 평행하므로

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{DE}}$

$3 : 9 = 2 : (1 - c)$

$\therefore\ c = -5$

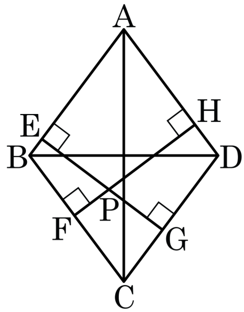
두 점 $\mathrm{A}(-1,\ 3)$, $\mathrm{B}(-3,\ 1)$ 이 직선 $y = ax + b$ 위에 있으므로 대입하면

$3 = -a + b,\ 1 = -3a + b$

두 식을 연립하면 $a = 1,\ b = 4$

$\therefore\ a + b + c = 1 + 4 + (-5) = 0$

8. 넓이가 216cm^2 인 마름모 ABCD 가 있다. □ABCD 의 내부의 한 점 P 에서 네 변에 내린 수선의 길이를 각각 l_1 , l_2 , l_3 , l_4 라 하고, $l_1+l_2+l_3+l_4=\frac{432}{15}(\text{cm})$ 일 때, 마름모의 한 변의 길이를 구하여라.

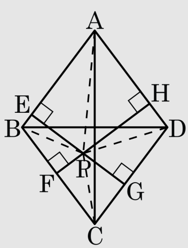


▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

점 P 와 네 꼭짓점 A, B, C, D 를 연결하면
다음과 같이 삼각형 4 개가 만들어진다.



$\overline{AB}=a(\text{cm})$ 라 할 때,

□ABCD

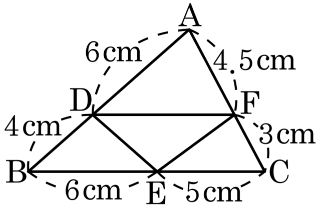
$=\triangle PAB+\triangle PBC+\triangle PCD+\triangle PDA$ 이므로

$\frac{1}{2}\times a\times(l_1+l_2+l_3+l_4)=216$

$\frac{1}{2}\times a\times\frac{432}{15}=216$

$\therefore a=15(\text{cm})$

9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 옳은 것을 모두 고르면?



① $\overline{DF} // \overline{BC}$

② $\overline{DF} = \frac{22}{3}$ 이다.

③ $\overline{AC} // \overline{DE}$

④ $\triangle CAB \backsim \triangle FAD$

⑤ $\triangle BAC \backsim \triangle BDE$

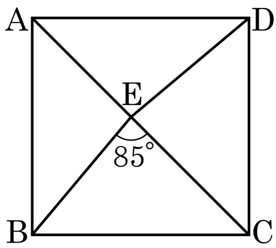
해설

① $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AF} : \overline{FC} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{DF} // \overline{BC}$ 이다.

② $6 : 10 = \overline{DF} : 11$ 이므로 $\overline{DF} = \frac{33}{5}$ 이다.

④ $\angle A$ 가 공통, $\angle ABC = \angle ADF$ (동위각) 이므로 $\triangle CAB \backsim \triangle FAD$ (AA 닮음) 이다.

10. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AC}}$ 는 대각선이고, $\angle\mathrm{BEC} = 85°$ 일 때, $\angle\mathrm{ADE}$ 의 크기는?

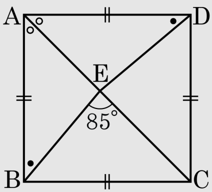


① 30°　② 35°　③ 40°　④ 50°　⑤ 55°

해설

$\overline{\mathrm{AC}}$ 는 대각선이므로

$\angle\mathrm{BAE} = \angle\mathrm{DAE} = 45° \cdots$ ①



$\angle\mathrm{AEB} = 180° - 85° = 95° \cdots$ ②

$\triangle\mathrm{ABE} \equiv \triangle\mathrm{ADE}$(SAS합동) 이므로

$\angle\mathrm{ADE} = \angle\mathrm{ABE} \cdots$ ③

①, ②, ③에서

$\angle\mathrm{ADE} = \angle\mathrm{ABE} = 180° - 45° - 95° = 40°$