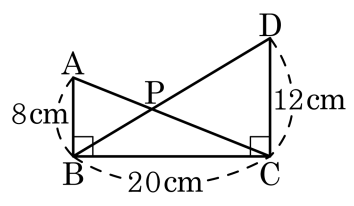
1. 다음 그림에서 점 P 가 $\overline{AC}, \overline{BD}$ 의 교점일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 48 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

점 P 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

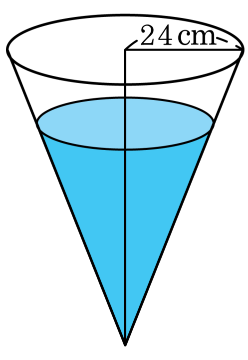
$\overline{AP} : \overline{CP} = 2 : 3,\ \overline{BH} : \overline{CH} = 2 : 3$

$\overline{PH} : \overline{AB} = \overline{CH} : \overline{CB}$

$\overline{PH} : 8 = 3 : 5,\ \overline{PH} = \frac{24}{5}(\mathrm{cm})$

$\therefore \triangle PBC = \frac{1}{2} \times 20 \times \frac{24}{5} = 48(\mathrm{cm}^2)$

2. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 한 시간 동안 물을 받았더니 전체 높이의 $\frac{3}{4}$ 만큼 물이 찼다. 이때, 수면의 지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____________ cm

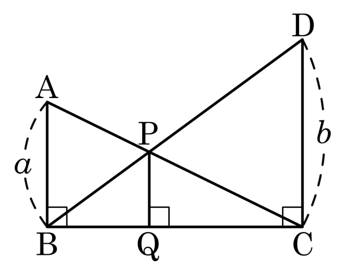
▷ 정답 : 36 cm

해설

그릇 전체와 물이 채워진 부분까지의 닮음비가 4 : 3 이므로 수면의 반지름의 길이를 $x$cm 라고 하면 $4 : 3 = 24 : x$, $x = 18$

따라서 지름의 길이는 36cm 이다.

3. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{PQ}$, $\overline{DC}$가 각각 $\overline{BC}$와 수직으로 만나고, $\overline{AB}=a$, $\overline{DC}=b$일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 a, b에 관한 식으로 나타내면?



① $\dfrac{a+b}{ab}$ ② $\dfrac{ab}{b-a}$ ③ $\dfrac{b-a}{a+b}$ ④ $\dfrac{2a}{a+b}$ ⑤ $\dfrac{ab}{a+b}$

해설

$\triangle ABP \backsim \triangle CDP$ 이므로 $\overline{BP}:\overline{DP}=\overline{AB}:\overline{CD}=a:b$

$\therefore\ \overline{BP}:\overline{BD}=a:a+b$

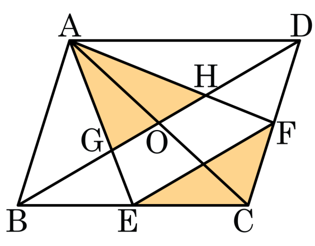
$\overline{PQ}//\overline{DC}$ 이므로 $\overline{BP}:\overline{BD}=\overline{PQ}:\overline{DC}$

$a:a+b=\overline{PQ}:b$

$(a+b)\overline{PQ}=ab$

$\therefore\ \overline{PQ}=\dfrac{ab}{a+b}$

4. 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 변 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점이고 점 G, H 는 각각 대각선 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AE}, \overline{AF}$ 의 교점이다. $\triangle AGH$ 의 넓이가 10 일 때, $\triangle CFE$ 의 넓이를 구하면?



① 2　　② 4　　③ 6　　④ 7.5　　⑤ 10

해설

점 G, H 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 무게중심이므로

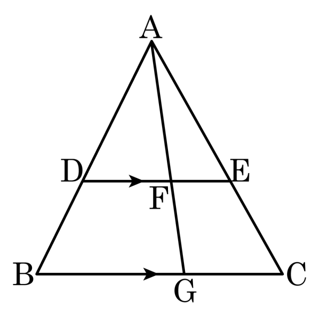
$\triangle AGH = \frac{1}{3}\triangle ABD$

$\triangle ABD = 10$ 이므로

$\triangle ABD = 30$ 이다.

따라서 $\triangle CFE = \frac{1}{4}\triangle BCD = \frac{1}{4}\triangle ABD = 7.5$ 이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 일 때, 다음 중 성립하지 않는 것은?



① $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$

② $\overline{DF} : \overline{BG} = \overline{AE} : \overline{AC}$

③ $\dfrac{\overline{DF}}{\overline{FE}} = \dfrac{\overline{BG}}{\overline{GC}}$

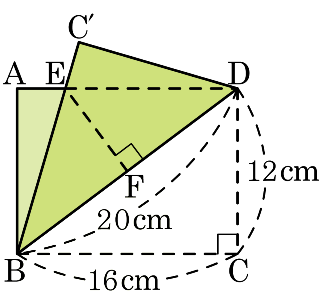
④ $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{DB}} = \dfrac{\overline{FE}}{\overline{GC}}$

⑤ $\dfrac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$

해설

$\overline{BC}//\overline{DE}$ 이므로 ④ $\dfrac{\overline{FE}}{\overline{GC}} = \dfrac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$ 로 고쳐야 한다.

6. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD를 대각선 BD를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{EF}$의 길이는?

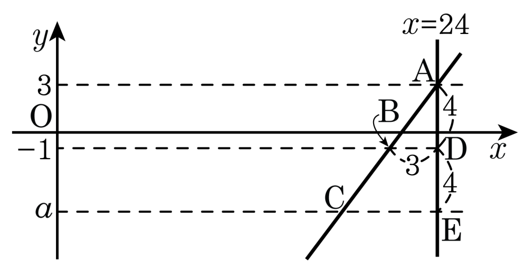


① 7cm　② 7.5cm　③ 8cm
④ 8.5cm　⑤ 9cm

해설

□ABCD는 직사각형이므로
$\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{C'D} = 12\text{cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{BC'} = 16\text{cm}$
i) $\angle AEB = \angle C'ED$, $\angle A = \angle C' = 90°$
$\overline{AB} = \overline{C'D}$
$\therefore$ $\triangle AEB \equiv \triangle C'ED$ (ASA 합동)
합동인 두 도형의 대응변으로 $\overline{EB} = \overline{ED}$ 이므로 $\triangle EBD$는 이등변삼각형이다.
ii) 이등변삼각형의 꼭지각에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{BF} = \frac{1}{2}\overline{DB} = 10\text{cm}$
iii) $\angle C'BD$는 공통, $\angle EFB = \angle DC'B = 90°$
$\therefore \triangle EFB \backsim \triangle DC'B$ (AA 닮음)
$10 : 16 = \overline{EF} : 12$
$\therefore \overline{EF} = \frac{15}{2} = 7.5(\text{cm})$

7. 세 직선 $y=3$, $y=-1$, $y=a(a<0)$ 와 직선 $y=bx+c\ (b>0)$ 의 교점을 각각 A, B, C 라 하고, 점 A 를 지나는 직선 $x=24$ 와 $y=-1$, $y=a$ 의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{\mathrm{AD}}=4$, $\overline{\mathrm{DE}}=4$, $\overline{\mathrm{BD}}=3$ 이다. 이때, $a-b-c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{68}{3}$

해설

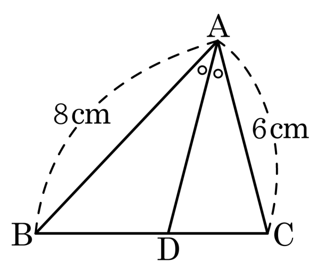
$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{DE}}$ 이므로 $-1-3=-4$ 이다.

$a=-1-4=-5$, $y=bx+c$ 는 기울기가 $\frac{4}{3}$ 이고 점 $(24,3)$ 을 지난다.

$y=\frac{4}{3}x+c$ 에 $(24,3)$ 을 대입하면 $3=32+c,\ c=-29$

$\therefore a-b-c=-5-\frac{4}{3}+29=\frac{68}{3}$

8. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이고, $\overline{AB}=8$, $\overline{AC}=6$ 이다. $\triangle ADC$ 의 넓이를 a 라고 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 a 에 관하여 나타내면?



① $2a$ ② $3a$ ③ $\frac{4}{3}a$ ④ $\frac{5}{3}a$ ⑤ $\frac{7}{3}a$

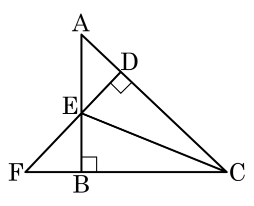
해설

$\overline{BD}:\overline{DC}=8:6=4:3$ 이므로 $\triangle ABD:\triangle ADC=4:3$

$\triangle ABD : a = 4:3$

$\therefore\ \triangle ABD=\frac{4}{3}a$

9. 다음 그림에서 서로 닮음인 삼각형이 <u>잘못</u> 짝지어진 것은?



① $\triangle FDC \backsim \triangle ABC$

② $\triangle ADE \backsim \triangle FBE$

③ $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$

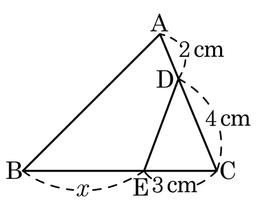
④ $\triangle EBC \backsim \triangle EDC$

⑤ $\triangle FDC \backsim \triangle ADE$

해설

① $\triangle ABC$ 와 $\triangle FDC$ 에서 $\angle C$ 는 공통, $\angle ABC = \angle FDC = 90°$
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FDC$ (AA 닮음)
② $\triangle ADE$ 와 $\triangle FBE$ 에서 $\angle DAE = \angle BFE$, $\angle EDA = \angle EBF = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle FBE$ (AA 닮음)
③ $\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통, $\angle EDA = \angle CBA = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
②와 ③ 에 의해 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC \backsim \triangle FBE$ $\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FBE$
⑤ ①, ③ 에 의해 $\therefore \triangle FDC \backsim \triangle ADE$

10. 다음 그림에서 $\angle A = \angle DEC$ 이고 $\overline{AD} =$ 2cm , $\overline{CD} = 4$cm , $\overline{CE} = 3$cm 일 때, x 의 길이는?

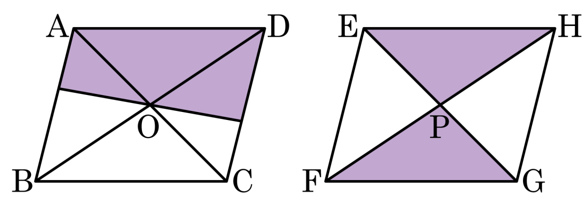


① 4cm ② 4.5cm ③ 5cm
④ 5.5cm ⑤ 6cm

해설

$\angle C$ 가 공통이고, $\angle A = \angle DEC$ 이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$ 이다.
닮음비가 $2 : 1$ 이므로
$2 : 1 = \overline{BC} : 4$
$\overline{BC} = 8(\text{cm})$
$\therefore x = \overline{BE} = 8 - 3 = 5(\text{cm})$

11. 다음 평행사변형 ABCD 와 EFGH 는 합동이다. 평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이가 $34\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, 평행사변형 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



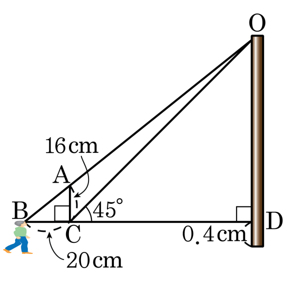
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $34\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이가 $34\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 전체의 넓이는 $68\,\mathrm{cm}^2$ 이다.
평행사변형 EFGH 는 평행사변형 ABCD 와 합동이므로 넓이가 $68\,\mathrm{cm}^2$ 이다.
$\triangle\mathrm{PEH} + \triangle\mathrm{PFG} = \frac{1}{2}\square\mathrm{EFGH}$ 이므로 색칠한 부분의 넓이는 $34\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

12. 다음 그림은 천문대의 높이를 구하려고 B, C 두 지점에서 천문대 끝을 올려다 본 것을 축척 $\frac{1}{400}$ 로 그린 것이다. 천문대의 높이를 구하여라.



▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : 321.6 m

해설

$\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{OD}} = x$ 라 하면

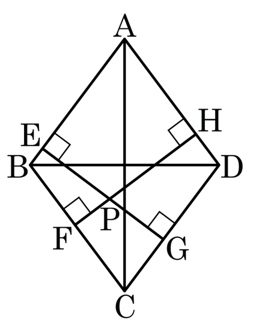
$20 : 16 = (20 + x) : x$

$20x = 320 + 16x,\ 4x = 320,\ x = 80\ (\mathrm{cm})$

천문대의 높이 : $80.4 \times 400 = 32160\ (\mathrm{cm})$

$= 321.6\ (\mathrm{m})$

13. 넓이가 216cm^2 인 마름모 ABCD 가 있다. □ABCD 의 내부의 한 점 P 에서 네 변에 내린 수선의 길이를 각각 l_1 , l_2 , l_3 , l_4 라 하고, $l_1+l_2+l_3+l_4=\frac{432}{15}(\text{cm})$ 일 때, 마름모의 한 변의 길이를 구하여라.

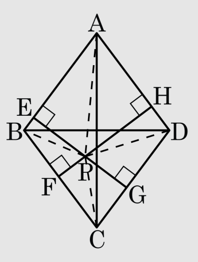


▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 15 cm

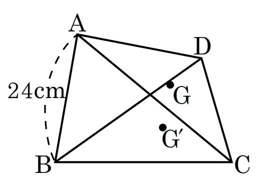
해설

점 P 와 네 꼭짓점 A, B, C, D 를 연결하면
다음과 같이 삼각형 4 개가 만들어진다.



$\overline{\text{AB}}=a(\text{cm})$ 라 할 때,
□ABCD
$=\triangle\text{PAB}+\triangle\text{PBC}+\triangle\text{PCD}+\triangle\text{PDA}$ 이므로
$\frac{1}{2}\times a\times(l_1+l_2+l_3+l_4)=216$
$\frac{1}{2}\times a\times\frac{432}{15}=216$
$\therefore a=15(\text{cm})$

14. 다음 그림에서 점 G, G′ 는 각각 $\triangle ACD$, $\triangle DBC$ 의 무게중심이다. $\overline{AB} = 24\,cm$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이를 구하여라.

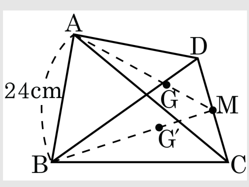


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{DC}$ 의 중점 M 을 잡으면



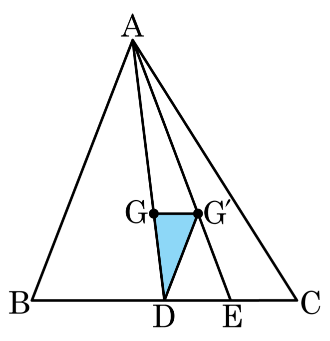
$\overline{AG} : \overline{GM} = \overline{BG'} : \overline{G'M} = 2 : 1$ 이므로

$\overline{GG'} \,/\!/\, \overline{AB}$ 이다.

$\overline{GG'} : \overline{AB} = \overline{MG} : \overline{MA} = 1 : 3$

$\therefore \overline{GG'} = \frac{1}{3} \times 24 = 8(\,cm)$

15. 다음 그림에서 점 G, G' 는 각각 $\triangle\mathrm{ABC}, \triangle\mathrm{ADC}$ 의 무게중심이다. $\triangle\mathrm{GDG}' = 12\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이를 구하여라.



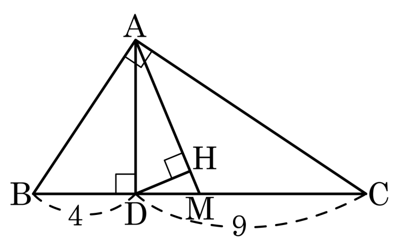
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 216 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle\mathrm{ADG}' = 3\triangle\mathrm{GDG}' = 3 \times 12 = 36\,(\mathrm{cm}^2)$
$\triangle\mathrm{ADC} = 3\triangle\mathrm{ADG}' = 3 \times 36 = 108\,(\mathrm{cm}^2)$
$\triangle\mathrm{ABC} = 2\triangle\mathrm{ADC} = 2 \times 108 = 216\,(\mathrm{cm}^2)$

16. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{30}{13}$

해설

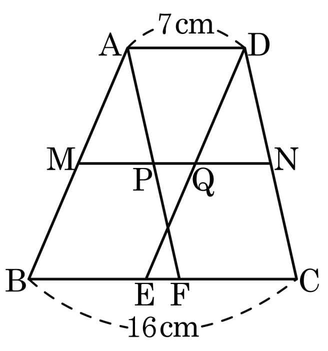
$\triangle ADB$ 와 $\triangle CDA$ 는 닮음이므로 $\overline{AD}^2 = 9 \times 4 = 36$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = 6$ 이다.

점 M 이 외심이므로 $\overline{AM} = \frac{13}{2}$, $\overline{MD} = \frac{5}{2}$ 이다.

$\triangle AMD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{MD} \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 6 = \frac{15}{2}$ 이다.

따라서 $\frac{15}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{13}{2} \times \overline{DH}$, $\quad \therefore \overline{DH} = \frac{30}{13}$

17. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 은 각각$\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이고 $\overline{AB}//\overline{DE}$, $\overline{AF}//\overline{DC}$ 이다. $\overline{AD}=7\text{cm}$, $\overline{BC}=16\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?



① 1cm ② 1.5cm ③ 2cm
④ 2.5cm ⑤ 3cm

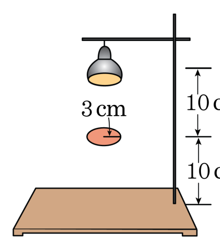
해설

$\overline{MN}=\frac{7+16}{2}=11.5$

$\overline{MQ}=\overline{PN}=\overline{AD}=7(\text{cm})$

$\overline{PQ}=7+7-11.5=2.5(\text{cm})$

18. 다음 그림과 같이 지면으로부터 10 cm 떨어진 지점에 반지름의 길이가 3 cm 인 원판을 고정시킨 후 지면에서 높이가 20 cm 인 곳에서 전등이 원판을 비추게 하였다. 이 때, 그림자의 넓이는?

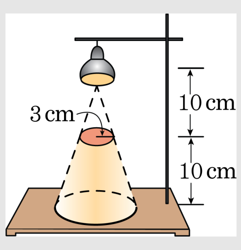


① $16\pi\,\text{cm}^2$ ② $24\pi\,\text{cm}^2$ ③ $30\pi\,\text{cm}^2$

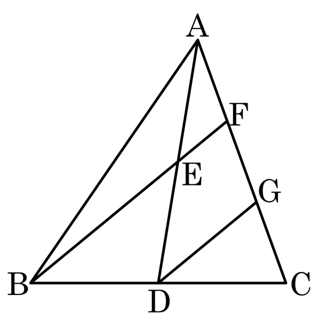
④ $36\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $42\pi\,\text{cm}^2$

해설

그림에서 작은 원뿔과 큰 원뿔의 닮음비가 1 : 2 이므로 넓이의 비는 1 : 4 이다. $9\pi : x = 1 : 4$ 따라서 $x = 36\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



19. $\triangle$ABC 에서 점 E 는 중선 AD 의 중점이고, 점 F, G 는 선분 AC 의 삼등분점일 때, 선분 BE 의 연장선은 점 F 를 지난다. 선분 EF 가 6cm 일 때, 선분 DG 의 길이를 구하여라.



▶ 답： ____ cm

▷ 정답： 12 cm

해설

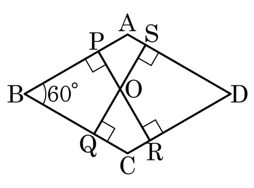
$\triangle$AEF 와 $\triangle$ADG 를 보면,
중점연결 정리에 의해

$\overline{\mathrm{EF}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{DG}}$

$6 = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{DG}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{DG}} = 12\mathrm{cm}$

20. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60^\circ$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}$ 와 같은 것은?

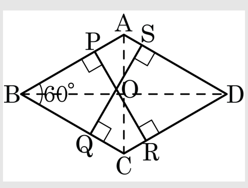


① $\overline{AC}$　② $\overline{BD}$　③ $\overline{OA}+\overline{OC}$

④ $\overline{OB}+\overline{OD}$　⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



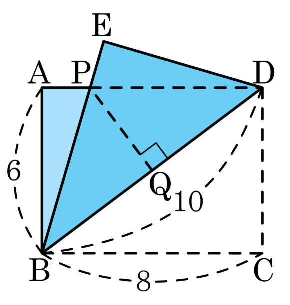
$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$
$= \frac{a}{2}\times\overline{OP} + \frac{a}{2}\times\overline{OQ} + \frac{a}{2}\times\overline{OR} + \frac{a}{2}\times\overline{OS}$
$= \frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) \quad \cdots$ ㉠

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC}=a$ 이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD} = \frac{a}{2}\times\overline{BD}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ $\therefore$ $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}=\overline{BD}$

21. 다음 그림은 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{BD} = 10$ 인 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 점 C 가 점 E 에 오도록 접은 것이다. $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점 P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, $\triangle BQP$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



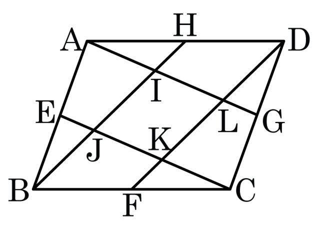
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\angle PBQ = \angle QBC$ (접었으므로)
$\angle QBC = \angle PDQ$ (엇각)
$\therefore$ $\triangle PBD$ 는 이등변삼각형
점 P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선은 $\overline{BD}$ 를 이등분하므로 $\overline{BQ} = 5$
$\angle BQP = \angle BED = 90°$, $\angle PBQ = \angle DBE$ (공통)
$\triangle BQP \backsim \triangle BED$ (AA 닮음)
따라서 두 삼각형의 닮음비는 $\overline{BQ} : \overline{BE} = 5 : 8$
$\triangle BED$ 의 둘레의 길이는 $6 + 8 + 10 = 24$,
$\triangle BQP$ 의 둘레의 길이를 x 라 하면
$x : 24 = 5 : 8$
$\therefore$ $x = \dfrac{24 \times 5}{8} = 15$
따라서 $\triangle BQP$ 의 둘레의 길이는 15 이다.

22. 다음 그림에서 네 변의 길이가 같은 평행사변형 ABCD 의 넓이가 40 이고, 점 E, F, G, H 는 각 변의 중점일 때, 사각형 IJKL 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

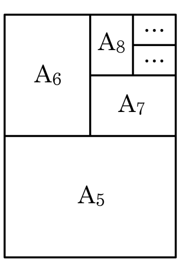
해설

$\triangle$ABI 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의해 $\overline{AI} : \overline{EJ} = 2 : 1$
$\triangle$ADL 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의해 $\overline{AI} : \overline{IL} = 1 : 1$
$\overline{IL} = \overline{JK} = \overline{KC}$ 이므로 $\overline{EJ} : \overline{JK} : \overline{KC} = 1 : 2 : 2$

$$\begin{aligned}\triangle BCJ &= \frac{4}{5}\triangle EBC \\ &= \frac{4}{5} \times \frac{1}{4}\square ABCD \\ &= \frac{1}{5}\square ABCD \\ &= 8\end{aligned}$$

사각형ABCD 의 네 변의 길이가 같으므로
$\square$IJKL
$= \square ABCD - (\triangle ABI + \triangle ADL + \triangle DCK + \triangle CBJ)$
$= \square ABCD - 4\triangle BCJ$
$= 40 - 4 \times 8 = 8$

23. A_4 용지를 다음 그림과 같이 반씩 접어보고, 접을 때마다 종이의 크기를 각각 $A_5, A_6, A_7 \cdots$ 이라고 할 때, A_6 용지의 가로와 세로의 길이는?(단 A_4 용지의 가로의 길이는 210mm , 세로의 길이는 297mm 이다)



① 가로 : 210 mm, 세로 : 297 mm

② 가로 : 210 mm, 세로 : $\frac{297}{2}$ mm

③ 가로 : 105 mm, 세로 : $\frac{297}{2}$ mm

④ 가로 : 105 mm, 세로 : $\frac{297}{4}$ mm

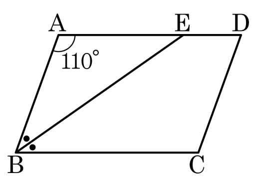
⑤ 가로 : 105 mm, 세로 : $\frac{297}{8}$ mm

해설

종이를 계속 반으로 접을 때마다 종이의 가로와 세로의 길이는 $A_4 : 210, 297$, $A_5 : 210, \frac{297}{2}$, $A_6 : \frac{210}{2}, \frac{297}{2}$, $A_7 : \frac{210}{2}, \frac{297}{4} \cdots$ 로 줄어든다.

따라서 $A_6 \left(105, \frac{297}{2}\right)$ 이다.

24. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAD = 110°$ 이고 $\angle ABE = \angle CBE$ 일 때, $\angle BED$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: 145°

해설

$\angle ABC = 180° - 110° = 70°$

$\angle ABE = \angle EBC = \angle AEB = 70° \times \frac{1}{2} = 35°$

$\therefore \angle BED = 180° - 35° = 145°$