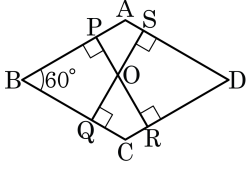


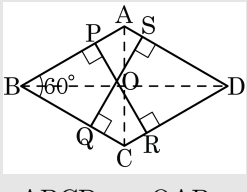
1. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60^\circ$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP} + \overline{OQ} + \overline{OR} + \overline{OS}$ 와 같은 것은?



- ① $\overline{AC}$ ② $\overline{BD}$ ③ $\overline{OA} + \overline{OC}$
 ④ $\overline{OB} + \overline{OD}$ ⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



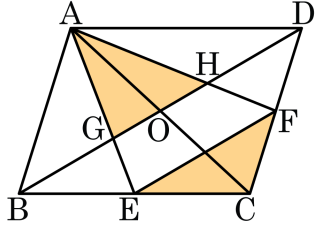
$$\begin{aligned} \square ABCD &= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD \\ &= \frac{a}{2} \times \overline{OP} + \frac{a}{2} \times \overline{OQ} + \frac{a}{2} \times \overline{OR} + \frac{a}{2} \times \overline{OS} \\ &= \frac{a}{2} (\overline{OP} + \overline{OQ} + \overline{OR} + \overline{OS}) \quad \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle B = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC} = a$ 이므로

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD} = \frac{a}{2} \times \overline{BD} \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } \frac{a}{2} (\overline{OP} + \overline{OQ} + \overline{OR} + \overline{OS}) = \frac{a}{2} \times \overline{BD} \therefore \overline{OP} + \overline{OQ} + \overline{OR} + \overline{OS} = \overline{BD}$$

2. 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 변 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점이고 점 G, H 는 각각 대각선 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AE}$, $\overline{AF}$ 의 교점이다. $\triangle AGH$ 의 넓이가 10 일 때, $\triangle CFE$ 의 넓이를 구하면?



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 7.5 ⑤ 10

해설

점 G, H 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 무게중심이므로

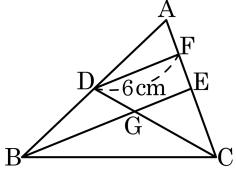
$$\triangle AGH = \frac{1}{3} \triangle ABD$$

$\triangle ABD = 10$ 이므로

$\triangle ABD = 30$ 이다.

$$\text{따라서 } \triangle CFE = \frac{1}{4} \triangle BCD = \frac{1}{4} \triangle ABD = 7.5 \text{ 이다.}$$

3. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 점 F는 $\overline{AE}$ 의 중점이다. $\overline{DF} = 6\text{ cm}$ 일 때, $\overline{GE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

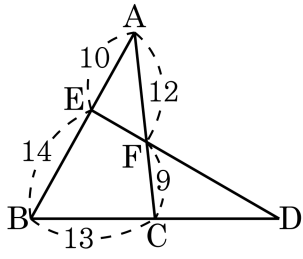
▷ 정답 : 4 cm

해설

$\triangle ABE$ 에서 점 D, F는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AE}$ 의 중점이므로
 $\overline{BE} = 2\overline{DF} = 12\text{ (cm)}$

$\overline{BE} : \overline{GE} = 3 : 1$ 이므로 $\overline{GE} = 12 \times \frac{1}{3} = 4\text{ (cm)}$

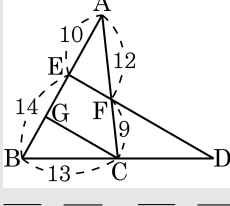
4. 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 의 길이는?



- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$\overline{ED} \parallel \overline{GC}$ 인 선분 GC 를 그으면



$$\overline{AE} : \overline{EG} = \overline{AF} : \overline{FC}$$

$$10 : \overline{EG} = 12 : 9$$

$$\therefore \overline{EG} = \frac{15}{2}$$

$$\overline{BC} : \overline{CD} = \overline{BG} : \overline{GE} ,$$

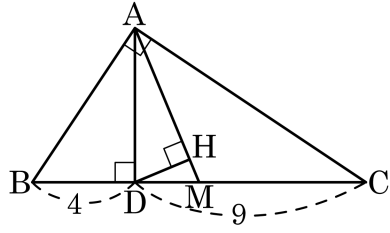
$$13 : \overline{CD} = \left(14 - \frac{15}{2} \right) : \frac{15}{2}$$

$$13 : \overline{CD} = \frac{13}{2} : \frac{15}{2}$$

$$13 : \overline{CD} = 13 : 15$$

$$\therefore \overline{CD} = 15$$

5. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{30}{13}$

해설

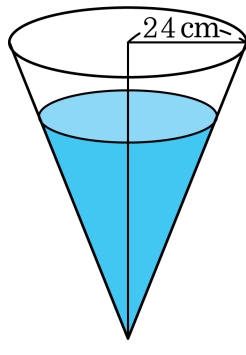
$\triangle ADB$ 와 $\triangle CDA$ 는 닮음이므로 $\overline{AD}^2 = 9 \times 4 = 36$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = 6$ 이다.

점 M 이 외심이므로 $\overline{AM} = \frac{13}{2}$, $\overline{MD} = \frac{5}{2}$ 이다.

$\triangle AMD$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{MD} \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 6 = \frac{15}{2}$ 이다.

따라서 $\frac{15}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{13}{2} \times \overline{DH}$, $\therefore \overline{DH} = \frac{30}{13}$

6. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 한 시간 동안 물을 받았더니 전체 높이의 $\frac{3}{4}$ 만큼 물이 찼다. 이때, 수면의 지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 36cm

해설

그릇 전체와 물이 채워진 부분까지의 닮음비가 4 : 3 이므로 수면의 반지름의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면 $4 : 3 = 24 : x$, $x = 18$ 따라서 지름의 길이는 36cm 이다.

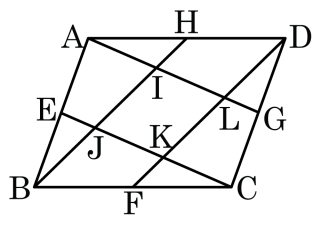
7. 다음 도형 중 항상 닮은 도형인 것을 모두 고르면?

- ① 두 원기둥
- ② 두 원뿔
- ③ 두 구
- ④ 두 사각기둥
- ⑤ 두 정육면체

해설

두 구와 두 정육면체는 항상 닮음이다.

8. 다음 그림에서 네 변의 길이가 같은 평행사변형 ABCD의 넓이가 40이고, 점 E, F, G, H는 각 변의 중점일 때, 사각형 IJKL의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\triangle ABI$ 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의해 $\overline{AI} : \overline{EJ} = 2 : 1$
 $\triangle ADL$ 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의해 $\overline{AI} : \overline{IL} = 1 : 1$
 $\overline{IL} = \overline{JK} = \overline{KC}$ 이므로 $\overline{EJ} : \overline{JK} : \overline{KC} = 1 : 2 : 2$

$$\begin{aligned}\triangle BCJ &= \frac{4}{5} \triangle EBC \\ &= \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} \square ABCD \\ &= \frac{1}{5} \square ABCD \\ &= 8\end{aligned}$$

사각형 ABCD의 네 변의 길이가 같으므로

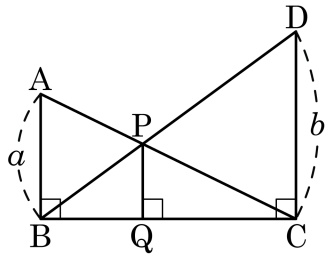
$\square IJKL$

$$= \square ABCD - (\triangle ABI + \triangle ADL + \triangle DCK + \triangle CBJ)$$

$$= \square ABCD - 4\triangle BCJ$$

$$= 40 - 4 \times 8 = 8$$

9. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{PQ}$, $\overline{DC}$ 가 각각 $\overline{BC}$ 와 수직으로 만나고, $\overline{AB} = a$, $\overline{DC} = b$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 a , b 에 관한 식으로 나타내면?



- ① $\frac{a+b}{ab}$ ② $\frac{ab}{b-a}$ ③ $\frac{b-a}{a+b}$ ④ $\frac{2a}{a+b}$ ⑤ $\frac{ab}{a+b}$

해설

$\triangle ABP \sim \triangle CDP$ 이므로 $\overline{BP} : \overline{DP} = \overline{AB} : \overline{CD} = a : b$

$\therefore \overline{BP} : \overline{BD} = a : a+b$

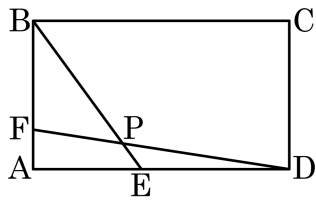
$\overline{PQ} // \overline{DC}$ 이므로 $\overline{BP} : \overline{BD} = \overline{PQ} : \overline{DC}$

$a : a+b = \overline{PQ} : b$

$(a+b)\overline{PQ} = ab$

$\therefore \overline{PQ} = \frac{ab}{a+b}$

10. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AE} = \overline{BF}$ 일 때, $\angle BPF$ 의 값을 구하여라.

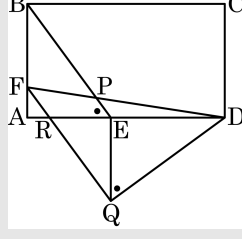


▶ 답: 0

▶ 정답 : 45°

해설

다음 그림과 같이 점 F 를 지나고 $\overline{BE}$ 에 평행한 직선과 점 E 를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선의 교점을 Q 라 하면 $\square FBEQ$ 는 평행사변형이다.


$$\therefore \overline{BE} = \overline{FQ}, \overline{FB} = \overline{QE}, \angle FBE = \angle FQE$$

선분 AB 와 선분 QE 는 평행하므로

$$\angle QEA = \angle EAB = 90^\circ \text{ (엇각)}$$
$$\therefore \angle QED = 90^\circ$$
$$\overline{QE} = \overline{FB} = \overline{EA}, \overline{ED} = \overline{AB} \text{ 이므로}$$
 $\triangle OED \cong \triangle FAB$ (SAS 합동)
$$\therefore \overline{OD} = \overline{EB} = \overline{OE} \quad \angle DOE = \angle BEA$$

$\therefore QD = EB = QF, \angle DQE = \angle BEA$
 이때 $\overline{AD}$ 의 $\overline{EQ}$ 의 수직선분 P 이라 하면

이때, AD와 FQ의 교점을 R이라 하고, 선분 AD와 선분 FQ의 중점을 각각

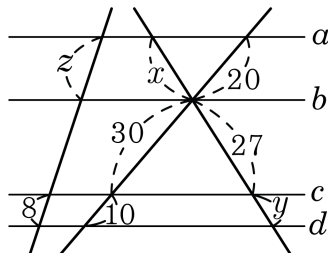
선분 FQ 와 선분 BE 는

$$\angle \text{QRE} = \angle \text{BER} \quad (\text{対頂角})$$
$$\therefore \angle DQE =$$
 ΔQRE 에서 $\angle QRE + \angle ROE = 90^\circ$ 이므로
$$\angle DQE + \angle RQE = \angle RQD = 90^\circ$$

즉 $\triangle OFD$ 는 $\overline{OF} = \overline{OD}$ 이고 $\angle FOD = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각

 $\neg, \Delta QFI$
 형이므로 $\angle OED = 45^\circ$, $\angle BPE = \angle OED$ (엇각) 이므로 $\angle QFD = 45^\circ, \angle BPF =$
 $\angle BPE = 45^\circ$ (여기서)

11. 다음 그림에서 $a \parallel b \parallel c \parallel d$ 일 때, $x + y + z$ 의 값은?



- ① 35 ② 38 ③ 40 ④ 43 ⑤ 45

해설

$20 : 30 = x : 27$ 이므로 $x = 18$
 $30 : 10 = 27 : y$ 이므로 $y = 9$
 $20 : 10 = z : 8$ 이므로 $z = 16$
 $\therefore x + y + z = 43$