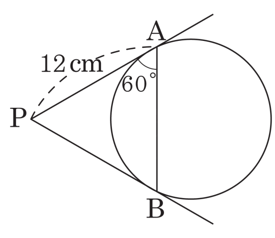
1. 다음 그림에서 직선 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고 점A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



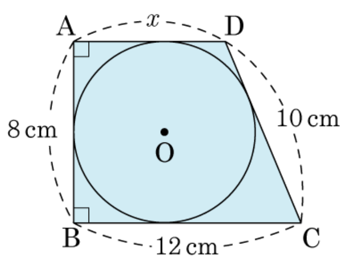
① $12\sqrt{3}$cm ② $6\sqrt{3}$cm ③ 6cm

④ 9cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60°$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로 $\overline{AB} = 12$cm 이다.

2. 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 의 외접사각형이다. 이 때, x 의 길이를 구하여라.



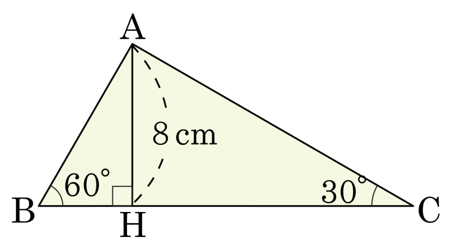
▶ 답: ＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답: 6 cm

해설

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$ 이므로 $x+12=8+10 \therefore x=6(\text{cm})$

3. 다음 그림에서 $\overline{AH} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$의 길이는?



① $\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}$ ③ $2\sqrt{3}\text{cm}$
④ $\frac{32\sqrt{3}}{3}\text{cm}$ ⑤ $\frac{10\sqrt{3}}{3}\text{cm}$

해설

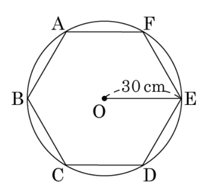
$\sin 30° = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$

$\overline{AC} = \frac{\overline{AH}}{\sin 30°} = 8 \div \frac{1}{2} = 16(\text{cm})$

$\sin 60° = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

따라서 $\overline{BC} = \frac{\overline{AC}}{\sin 60°} = 16 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 32\frac{32\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 30cm 인 원 O 에 내접하는 정육각형의 넓이를 구하면?

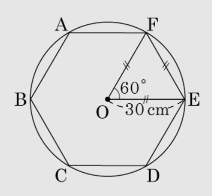


① $1350\,\mathrm{cm}^2$　② $1350\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$　③ $1350\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

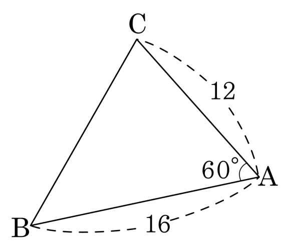
④ $2700\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $2700\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$\frac{1}{2}\times 30\times 30\times \sin 60^\circ \times 6$$
$$=\frac{1}{2}\times 30\times 30\times \frac{\sqrt{3}}{2}\times 6$$
$$=1350\sqrt{3}\ \left(\mathrm{cm}^2\right)$$



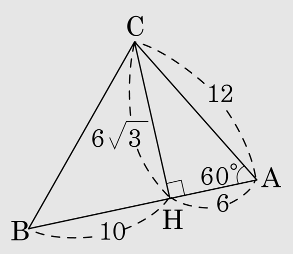
5. 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 60°$, $\overline{AC} = 12$, $\overline{AB} = 16$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



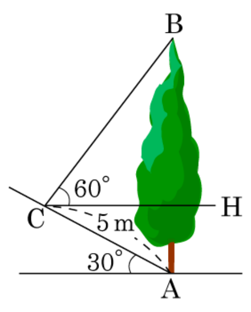
① $4\sqrt{13}$ ② $6\sqrt{13}$
③ $8\sqrt{13}$ ④ $10\sqrt{13}$
⑤ $12\sqrt{13}$

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 10^2}$$
$$= \sqrt{108 + 100}$$
$$= \sqrt{208} = 4\sqrt{13}$$



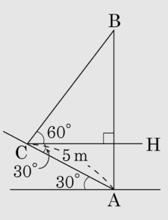
6. 오른쪽 그림과 같이 나무 밑 A 지점에서 30° 기울어진 언덕을 5m 올라가서 C 지점에서 나무를 올려다 본 각의 크기가 60° 일 때, 나무의 높이를 구하여라. (단, 눈높이는 무시한다.)



▶ 답: ______ m

▷ 정답: 10 m

해설



$\overline{\mathrm{AH}} = 5\sin 30° = \frac{5}{2}(\mathrm{m})$

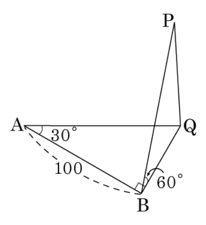
$\therefore \overline{\mathrm{CH}} = 5\cos 30° = \frac{5\sqrt{3}}{2}(\mathrm{m})$

$\tan 60° = \frac{\overline{\mathrm{BH}}}{\overline{\mathrm{CH}}}$

$\therefore \overline{\mathrm{BH}} = \overline{\mathrm{CH}} \times \tan 60° = \frac{5\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{15}{2}(\mathrm{m})$

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AH}} + \overline{\mathrm{BH}} = \frac{5}{2} + \frac{15}{2} = \frac{20}{2} = 10(\mathrm{m})$

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 100\text{m}$, $\angle ABQ = 90°$, $\angle BAQ = 30°$ 이고, B 지점에서 기구가 있는 P 지점을 올려다 본 각이 $60°$ 일 때, 기구의 높이를 구하면?



① $80\,\text{m}$　② $90\,\text{m}$　③ $100\,\text{m}$　④ $110\,\text{m}$　⑤ $120\,\text{m}$

해설

$\tan 30° = \dfrac{\overline{BQ}}{100}$,

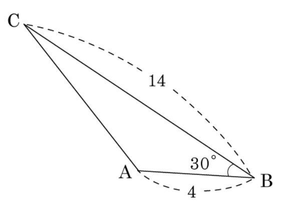
$\overline{BQ} = 100\tan 30° = 100 \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{100\sqrt{3}}{3}$ (m)

$\tan 60° = \dfrac{\overline{PQ}}{\overline{BQ}}$, $\overline{PQ} = \tan 60° \times \overline{BQ}$

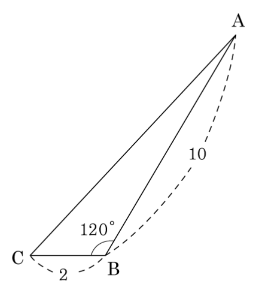
$\therefore$ $\overline{PQ} = \sqrt{3} \times \dfrac{100\sqrt{3}}{3} = 100$ (m)

8. 다음 두 삼각형의 넓이를 구하면?

(1)



(2)



① (1)12, (2)10 $\sqrt{3}$　　② (1)12, (2)12 $\sqrt{3}$

③ (1)14, (2)8 $\sqrt{3}$　　④ (1)14, (2)9 $\sqrt{3}$

⑤ (1)14, (2)5 $\sqrt{3}$

해설

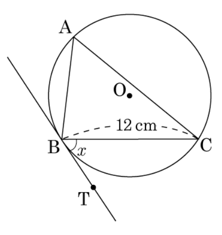
(1) (넓이) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 14 \times \sin 30°$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 14 \times \frac{1}{2} = 14$

(2) (넓이) $= \frac{1}{2} \times 2 \times 10 \times \sin(180° - 120°)$

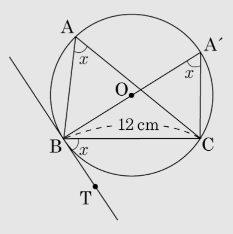
$= \frac{1}{2} \times 2 \times 10 \times \sin 60° = 5\sqrt{3}$

9. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 원 O 에 내접하고 $\overleftrightarrow{BT}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle CBT = x$ 라 하면 $\sin x = \frac{3}{4}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 지름의 길이는?



① 12cm ② 14cm ③ 16cm ④ 18cm ⑤ 20cm

해설



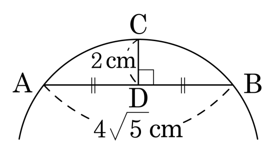
$\angle A = \angle A' = \angle CBT = x$

$\sin x = \frac{12}{\overline{A'B}} = \frac{3}{4}$

$\therefore \overline{A'B} = 16(\text{cm})$

따라서 원 O 의 지름은 16(cm) 이다.

10. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 는 원의 일부분이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 4\sqrt{5}(\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{CD}} = 2\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CD}} \perp \overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BD}}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.

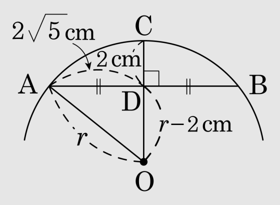


① 5cm ② $5\sqrt{5}$cm ③ 6cm

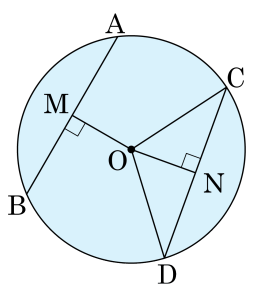
④ $6\sqrt{2}$cm ⑤ 7cm

해설

원의 중심을 O 라 하면 $\overline{\mathrm{OC}}$ 는 원의 반지름이므로 $r$cm 이라 하면,
$\overline{\mathrm{OA}}^2 = \overline{\mathrm{AD}}^2 + \overline{\mathrm{OD}}^2$ 이므로
$r^2 = (r-2)^2 + \left(2\sqrt{5}\right)^2$, $4r = 24$
$\therefore r = 6$



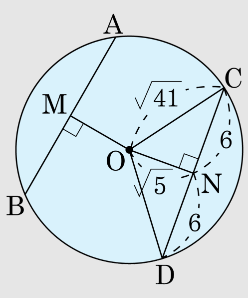
11. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다. $\overline{AM} = 6cm$, $\overline{OM} = \sqrt{5}cm$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



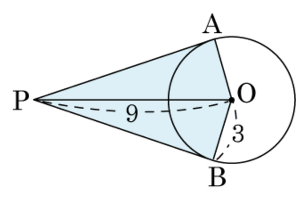
① $41\pi cm^2$　② $49\pi cm^2$　③ $56\pi cm^2$
④ $60\pi cm^2$　⑤ $64\pi cm^2$

해설

$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = \sqrt{5}cm$ 이다.
피타고라스 정리에 의해
$\overline{OC} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 6^2} = \sqrt{41}\,cm$
따라서 원의 넓이는
$\pi(\sqrt{41})^2 = 41\pi(cm^2)$ 이다.



12. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?
(단, $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선)

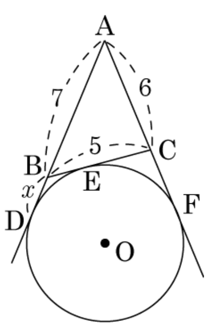


① $6\sqrt{3}$ ② $9\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$
④ $18\sqrt{2}$ ⑤ $20\sqrt{2}$

해설

$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ 이므로 $\overline{PA} = \overline{PB}$
$\angle A = 90°$ 이므로
$\overline{PA} = \sqrt{9^2 - 3^2} = 6\sqrt{2}$
$\triangle PAO = 6\sqrt{2} \times 3 \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{2}$
$\therefore \square PBOA = 9\sqrt{2} \times 2 = 18\sqrt{2}$

13. 다음 그림에서 세 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 7$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{BC} = 5$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



① 1 ② 1.5 ③ 2 ④ 2.5 ⑤ 3

해설

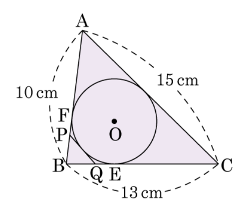
$\overline{BD} = \overline{BE}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{AD} + \overline{AF} &= (\overline{AB} + \overline{BD}) + (\overline{AC} + \overline{CF}) \\ &= (\overline{AB} + \overline{BE}) + (\overline{AC} + \overline{CE}) \\ &= \overline{AB} + (\overline{BE} + \overline{CE}) + \overline{AC} \\ &= 7 + 5 + 6 = 18\end{aligned}$$

그런데 $\overline{AD} = \overline{AF}$ 이므로 $\overline{AD} = 18 \times \frac{1}{2} = 9$

$\therefore \overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB} = 9 - 7 = 2$

14. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\overline{PQ}$ 는 원 O 의 접선일 때, $\triangle PBQ$ 의 둘레의 길이는?



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

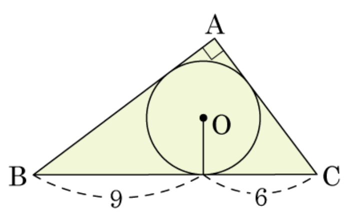
해설

$(\triangle PBQ\text{의 둘레의 길이}) = \overline{BE} + \overline{BF}$

$$\begin{aligned}\overline{BE} + \overline{BF} &= (\overline{AB} - \overline{AF}) + (\overline{BC} - \overline{EC}) \\ &= \overline{AB} + \overline{BC} - \left(\overline{AF} + \overline{EC}\right) \\ &= \overline{AB} + \overline{BC} - \overline{AC}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\triangle PBQ\text{의 둘레의 길이}) &= \overline{BE} + \overline{BF} \\ &= 10 + 13 - 15 \\ &= 8(\text{cm})\end{aligned}$$

15. 다음 그림에서 원 O 가 직각삼각형 ABC 의 내접원일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



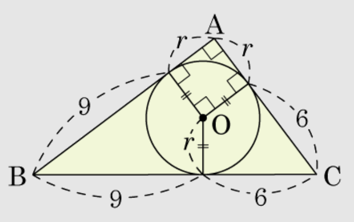
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

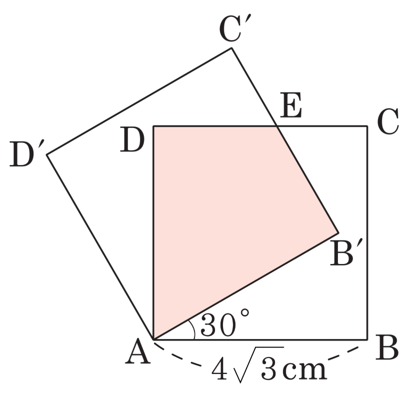
반지름을 r라 하면

$(9+r)^2+(6+r)^2=15^2$, $r^2+15r-54=0$

$(r-3)(r+18)=0$ $\therefore r=3$



16. 다음 그림과 같이 한변의 길이가 $4\sqrt{3}$cm 인 정사각형 ABCD 를 점 A 를 중심으로 30° 만큼 회전시켜 □AB′C′D′ 을 만들었다. 두 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이를 구하여라.

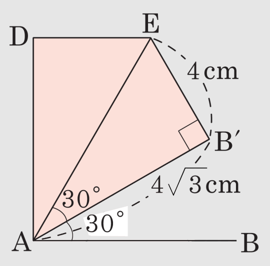


▶ 답 : $\underline{\quad\quad\text{cm}^2}$

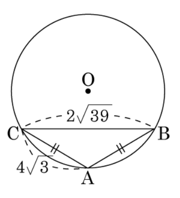
▷ 정답 : $16\sqrt{3}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\square\text{DAB}'\text{E} = 2\triangle\text{AB}'\text{E} = 2 \times 4\sqrt{3} \times 4 \times \frac{1}{2} = 16\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$



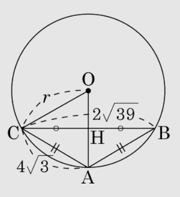
17. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC} = 4\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{39}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설



$\overline{OA}, \overline{OC}$ 를 그어 $\overline{OC}$ 의 길이를 r 이라 하고 $\overline{OA}$ 와$\overline{CB}$ 의 교점을 H 라 하면 $\overline{OA}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로 $\overline{HC} = \sqrt{39}$

$\triangle$HCA 에서 $\overline{HA} = \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{39}\right)^2} = 3$

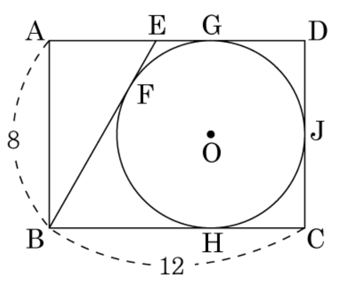
$\triangle$OCH 에서$\overline{OC}^2 = \overline{HC}^2 + \overline{OH}^2$

$r^2 = \left(\sqrt{39}\right)^2 + (r-3)^2 = 39 + r^2 - 6r + 9$

$6r = 48$

$\therefore r = 8$

18. 다음 그림과 같이 원 O 가 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라. (단, F, G, H, J 는 접점)



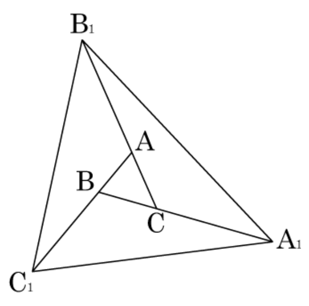
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{ED}+\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{DC}$ 이므로 $\overline{ED}+12=\overline{BE}+8$ 이다. 따라서 $\overline{ED}=\overline{BE}-4$ 이다.
$\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}=12-(\overline{BE}-4)=16-\overline{BE}$ 이므로 직각삼각형 ABE 에서 $\overline{BE^2}=(16-\overline{BE})^2+8^2$ 이다. 따라서 $\overline{BE}=10$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 주어진 $\triangle ABC$ 에 대하여 변 BC 의 연장선 위에 $2\overline{BC} = \overline{CA_1}$ 이 되도록 점 A_1 를 찍고 같은 방법으로 점 B_1, C_1 를 찍어 $\triangle A_1B_1C_1$ 을 만들었다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 1 일 때, $\triangle A_1B_1C_1$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\triangle BC_1A_1$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC_1} \times \overline{BA_1} \times \sin \angle C_1BA_1$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(2\overline{AB}\right) \times \left(3\overline{BC}\right) \times \sin\left(180° - \angle C_1BA_1\right)$$

$$= 6 \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin \angle ABC\right)$$

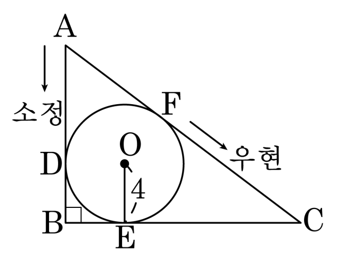
$$= 6 \times \left(\triangle ABC\text{의 넓이}\right)$$

마찬가지로 계산하면

$\triangle AB_1C_1 = \triangle CB_1A_1 = 6\triangle ABC$

$$\begin{aligned} \therefore\ \triangle A_1B_1C_1 &= 18\triangle ABC + \triangle ABC \\ &= 19\triangle ABC \\ &= 19 \end{aligned}$$

20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4 인 원 모양의 호수에 접하는 직각삼각형 모양의 길이 있다. 우현이는 F 지점을 출발하여 C 지점을 지나 E 지점까지 가고, 소정이는 A 지점을 출발하여 B 지점을 지나 E 지점까지 갔다. 두 사람의 걸린 시간은 같고 우현이의 속력이 소정이의 속력의 2 배일 때, 우현이가 걸은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $16 + 8\sqrt{3}$

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x,\ \overline{CE} = \overline{CF} = y$ 라 하고 우현이의 속력이 소정이의 속력의 2 배이고
두 사람이 걸린 시간은 같으므로
$\overline{FC} + \overline{CE} = 2 \times (\overline{AD} + 4 + 4),\ 2y = 2(x + 8)$
$\therefore y = x + 8, x = y - 8 \cdots$ ①
$\triangle$ABC 에서 $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = (x + y)^2$
$\therefore 4x + 4y + 16 = xy \cdots$ ②
①, ②에서 $y^2 - 16y + 16 = 0,\ \ \therefore y = 8 \pm 4\sqrt{3}$
이때 $x > 0$ 이므로 $y = 8 + 4\sqrt{3}$
따라서 우현이가 걸은 거리는 $2 \times (8 + 4\sqrt{3}) = 16 + 8\sqrt{3}$ 이다.