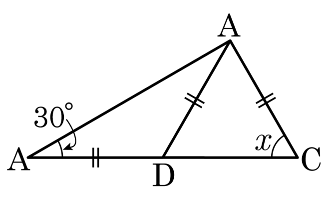
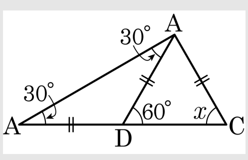
1. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 바르게 구한 것은?



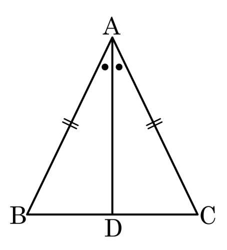
① 30°　② 45°　③ 50°　④ 60°　⑤ 65°

해설



$\angle ADC = 60°$ 이므로 $\triangle DAC$ 에서
$\angle x = (180° - 60°) \div 2 = 60°$

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $\overline{BC} = \overline{AD}$

② $\overline{AD} = \overline{AC}$

③ $\angle B = \angle BAD$

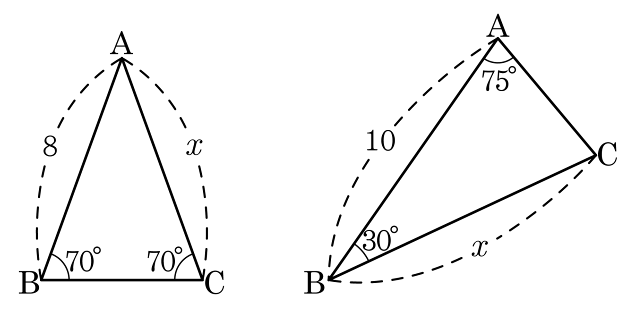
④ $\angle ADB = 90°$

⑤ $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이다.

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle ADC$ (SAS 합동)

3. 다음 두 그림에서 x의 길이의 합은?



① 14 ② 15 ③ 16 ④ 18 ⑤ 19

해설

왼쪽의 $\triangle ABC$에서

$\angle ABC = \angle ACB$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ x = 8$

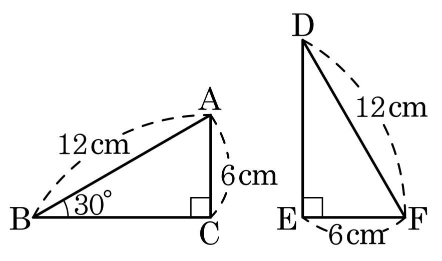
또, 오른쪽의 $\triangle ABC$에서

$\angle BCA = 180° - (30° + 75°) = 75°$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ x = 10$

$\therefore$ (x의 길이의 합)$= 8 + 10 = 18$

4. 다음 두 직각삼각형이 합동이 되는 조건을 모두 고르면?



① $\overline{AB} = \overline{FD}$ ② $\angle ACB = \angle FED$

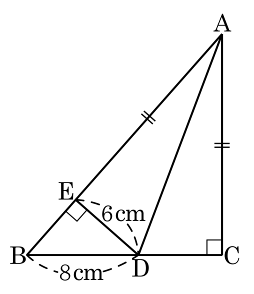
③ $\angle ABC = \angle FDE$ ④ $\overline{BC} = \overline{DE}$

⑤ $\overline{AC} = \overline{FE}$

해설

① $\overline{AB} = \overline{FD}$ (H) ② $\angle ACB = \angle FED$ (R) ⑤$\overline{AC} = \overline{FE}$ (S)
즉, RHS 합동

5. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AE} = \overline{AC}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 일 때, $\overline{DC}$ 의 길이는?



① 3 cm ② 6 cm ③ 7 cm

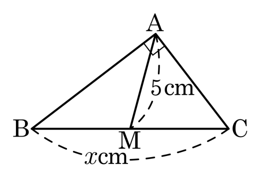
④ 8 cm ⑤ 10 cm

해설

$\triangle AED \equiv \triangle ACD$ (RHS 합동)

$\therefore \overline{ED} = \overline{CD} = 6$ (cm)

6. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, x 의 값은?



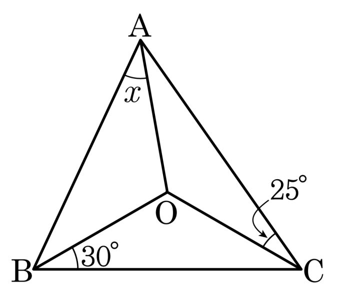
① 5 cm　② 10 cm　③ 15 cm
④ 20 cm　⑤ 25 cm

해설

점 M 은 외심이므로, $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{CM}} = 5\,\mathrm{cm}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{BC}} = 2 \times 5 = 10\ (\mathrm{cm})$

7. 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?



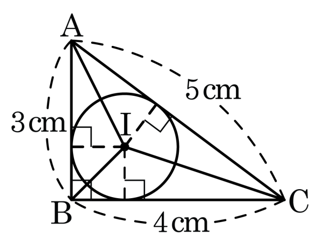
① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$ ④ $30°$ ⑤ $35°$

해설

점 O 가 외심이므로, $\angle x + 30° + 25° = 90°$

$\therefore \angle x = 35°$

8. 다음 그림과 같은 △ABC 의 넓이가 6cm^2 일 때, 내접원의 반지름은?



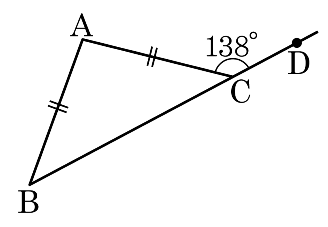
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 중심을 점 I 라고 하면, △ABI, △IBC, △ICA 의 높이는 내접원의 반지름이다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(3+4+5)x = 6$

$\therefore \ x = 1\text{cm}$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ACD = 138°$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기는?

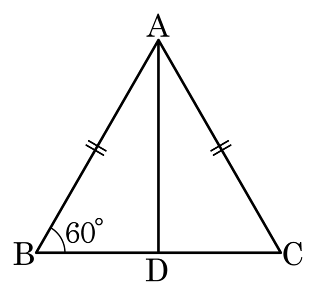


① 40° ② 42° ③ 44° ④ 46° ⑤ 48°

해설

$\angle ACB = 180° - 138° = 42°$
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = \angle ACB = 42°$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $B = 60^\circ$이고, 꼭지각의 이등분선이 밑변과 만나는 점을 D라고 할 때, $\angle BAD$의 크기는?

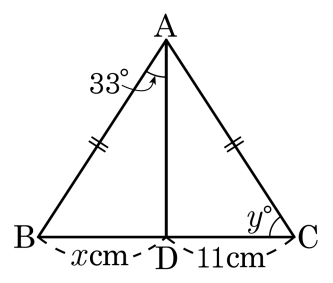


① 30° ② 45° ③ 60° ④ 85° ⑤ 90°

해설

$\triangle ABC$에서
$\overline{AB} = \overline{AC}$이므로 이등변삼각형이고, $\angle C = 60^\circ$이다.
또한, $\angle A = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$이다.
따라서 $\triangle ABC$는 정삼각형이고 $\angle BAD$는 $\angle A$를 이등분한 각이므로 $\angle BAD = 30^\circ$이다.

11. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 ∠A 의 이등분선과 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 교점을 D 라 하자. $\overline{\mathrm{DC}} = 11\mathrm{cm}$, $\angle\mathrm{BAD} = 33°$ 일 때, $x + y$ 의 값은?



① 48 ② 58 ③ 68 ④ 78 ⑤ 88

해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

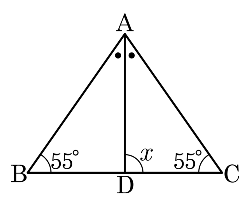
$\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{DC}} = 11\mathrm{cm}$

△ABC 는 이등변삼각형이므로

$y = \dfrac{1}{2}(180° - 66°) = 57°$

$\therefore\ x + y = 11 + 57 = 68$

12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\angle B = \angle C = 55°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

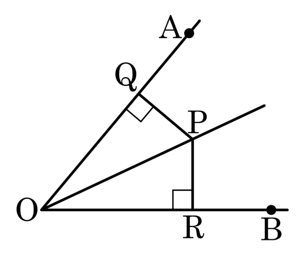


① $70°$　② $75°$　③ $80°$
④ $85°$　⑤ $90°$

해설

$\triangle ABC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형
이등변삼각형의 성질 중 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\angle x = 90°$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R 이라 하자. $\overline{PQ}=\overline{PR}$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.

② 한 변과 그 양 끝 각이 같다.

③ 세 변의 길이가 같다.

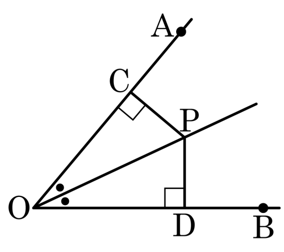
④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.

⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $\overline{PQ}=\overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

14. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$의 이등분선 위의 한 점 P에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 C, D라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle PCO = \angle PDO$ ② $\angle COP = \angle DOP$

③ $\overline{PC} = \overline{PD}$ ④ $\triangle COP \equiv \triangle DOP$

⑤ $\overline{OC} = \overline{OP} = \overline{OD}$

해설

$\triangle OCP \equiv \triangle ODP$(RHA합동)

따라서 $\overline{CO} = \overline{OD}$, $\overline{CP} = \overline{PD}$

15. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 점 P 에서 $\overline{OX}$, $\overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉠~㉣에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

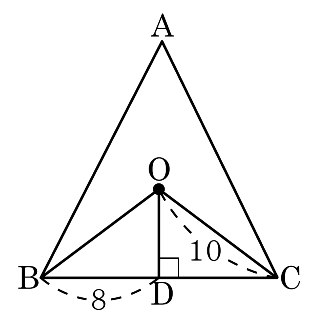
> [가정]$\angle AOP =$ (㉠),
> $\angle PAO = \angle PBO = 90°$
> [결론] (㉡)= (㉢)
> [증명]$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
> $\angle AOP =$ (㉠) ⋯ ⓐ
> (㉣)는 공통 ⋯ ⓑ
> $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ ⋯ ⓒ
> ⓐ, ⓑ, ⓒ에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ ((㉤) 합동)
> ∴ (㉡)= (㉢)

① ㉠$\angle BOP$　② ㉡$\overline{PA}$　③ ㉢$\overline{PB}$
④ ㉣$\overline{OP}$　⑤ ㉤SAS

해설

$\triangle POA \equiv \triangle POB$ 는 $\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ 는 공통, $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ 이므로 RHA 합동이다.

16. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OB}$ 의 길이는?

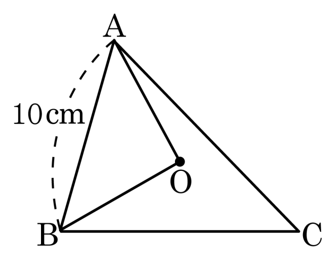


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
따라서 $\overline{OB} = 10$ 이다.

17. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\overline{AB} = 10\,\mathrm{cm}$이고, $\triangle AOB$의 둘레의 길이가 $24\,\mathrm{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

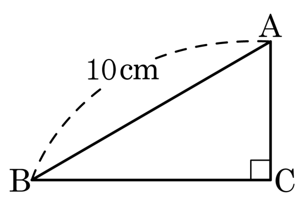
점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

따라서 $\triangle AOB$의 둘레의 길이는

$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 10 = 24$

$\therefore OA = 7(\mathrm{cm})$

18. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 10$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 넓이는?

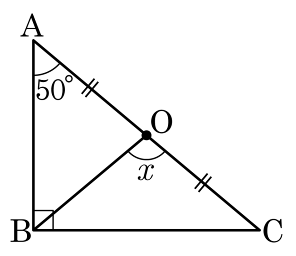


① 18π ② 25π ③ 36π ④ 49π ⑤ 63π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 5이므로
넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi$이다.

19. 다음 그림과 같이 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AC 의 중점을 O 라고 할 때, $\angle BAC = 50°$ 이다. $\angle x$ 의 크기는?

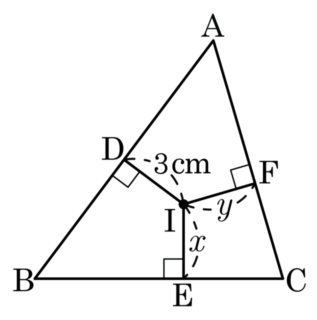


① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$ 이다.
$\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로 $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle OAB = 50°$ 이고, $\angle OAB = \angle OBA$
따라서 $\angle OBA = 50°$ 이다.
$x = 50° + 50° = 100°$

20. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. $\overline{\mathrm{ID}} = 3\mathrm{cm}$ 일 때, $x + y$ 의 길이는?

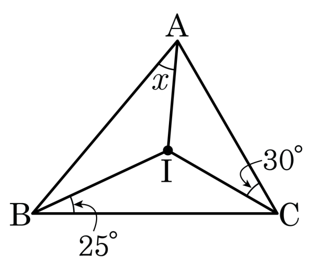


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = y = 3(\mathrm{cm})$ 이다.
$\therefore\ x + y = 6(\mathrm{cm})$

21. 다음 그림에서 $\triangle ABC$에서 세 각의 이등분선의 교점을 I라고 할 때, $\angle IBC = 25°$, $\angle ICA = 30°$이다. $\angle IAB$ 의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

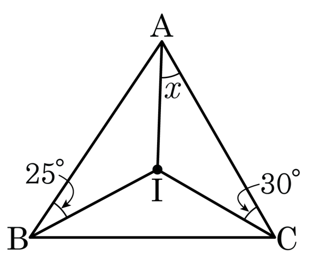
해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle x + 30° + 25° = 90°$

$\therefore \ \angle x = 35°$

22. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle$ABC의 내심일 때, $\angle x$값은 얼마인가?



① 30° ② 31° ③ 32° ④ 33° ⑤ 35°

해설

점 I가 $\triangle$ABC의 내심일 때, $\angle\mathrm{BIC} = 90^\circ + \dfrac{1}{2}\angle\mathrm{A}$이다.

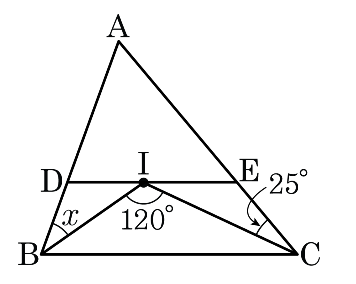
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle\mathrm{IBC} = \angle\mathrm{ABI} = 25^\circ$이다.

삼각형의 내각의 합은 180°이므로 $\angle\mathrm{BIC} = 180^\circ - 30^\circ - 25^\circ = 125^\circ$이다.

$\angle\mathrm{BIC} = 90^\circ + \dfrac{1}{2}\angle\mathrm{A}$, $125^\circ = 90^\circ + \dfrac{1}{2}\angle\mathrm{A}$, $\angle\mathrm{A} = 70^\circ$

$\therefore\ \angle x = \angle\mathrm{CAI} = \dfrac{1}{2}\angle\mathrm{A} = 35^\circ$

23. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선을 그어 변 AB, AC 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?

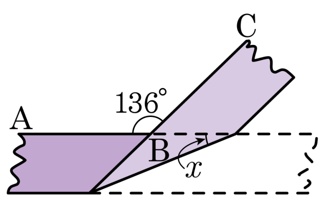


① 25° ② 35° ③ 45° ④ 55° ⑤ 65°

해설

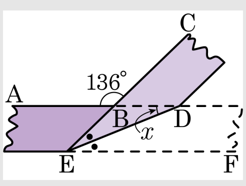
점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle ECI = \angle ICB = 25°$,
$\angle DBI = \angle IBC = \angle x \cdots$ ㉠
삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
$\angle IBC = 180° - 120° - \angle ICB$
$= 180° - 120° - 25° = 35°$ 이다.
따라서 ㉠ 에 의해 $\angle x = 35°$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 136°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $20°$ ② $22°$ ③ $24°$ ④ $26°$ ⑤ $28°$

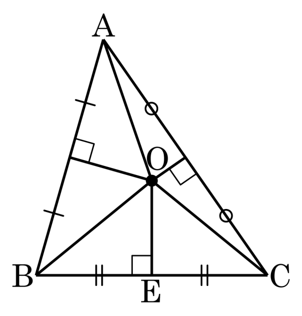
해설



$\angle ABE = 180° - 136° = 44°$
$\angle ABE = \angle BEF = 44°$ (엇각)
$\angle BED = \angle DEF = \dfrac{1}{2} \times 44° = 22°$ (종이 접은 각)
$\angle BDE = \angle DEF = 22°$ (엇각)
$\therefore \angle x = 22°$

25. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ( )안에 들어갈 내용으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

(증명)
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.

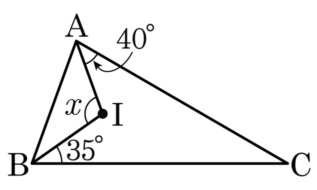


점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA} =$ (ㄱ),
$\overline{OA} = \overline{OC}$
$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서
$\overline{OB} =$ (ㄴ),
$\angle BEO = \angle CEO = 90°$,
(ㄷ)는 공통인 변
$\therefore \triangle OBE \equiv \triangle OCE$ (ㄹ 합동)
$\therefore \overline{BE} =$ (ㅁ)
즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.
따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① ㄱ. $\overline{OB}$　② ㄴ. $\overline{OC}$　③ ㄷ. $\overline{OE}$
④ ㄹ. SSS　⑤ ㅁ. $\overline{CE}$

해설
$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

26. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?



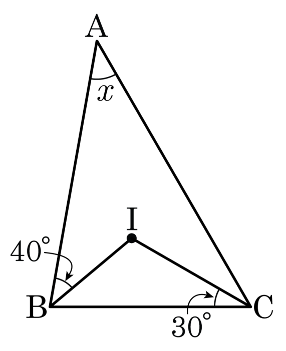
① $100°$　② $105°$　③ $110°$　④ $115°$　⑤ $120°$

해설

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle x = 180° - (40° + 35°) = 105°$

27. $\triangle ABC$에서 점 I 가 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

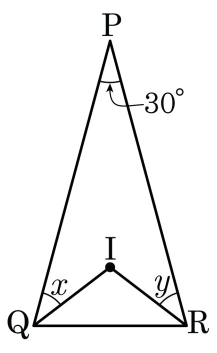


① $20°$　② $25°$　③ $30°$　④ $40°$　⑤ $50°$

해설

$\angle x = 180° - (40° + 30°) \times 2 = 40°$

28. 다음 그림의 점 I는 삼각형 PQR의 내심이다. $\angle P = 30°$일 때, $x+y$의 값을 구하면?



① 60°　② 65°　③ 70°　④ 75°　⑤ 80°

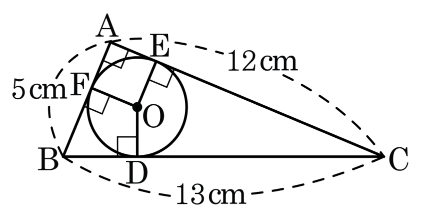
해설

점 I가 $\triangle PQR$의 내심일 때, $\angle QIR = 90° + \frac{1}{2}\angle P$이다.

$\angle QIR = 90° + \frac{1}{2}\angle P = 90° + \frac{1}{2} \times 30° = 105°$이다.

또, 점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle x = \angle PQI = \angle IQR$, $\angle y = \angle PRI = \angle IRQ$이다.
따라서 $\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ$이고, 삼각형 내각의 합은 180°이므로
$\angle x + \angle y = \angle IQR + \angle IRQ = 180° - \angle QIR = 180° - 105° = 75°$

29. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 내접원의 넓이는?

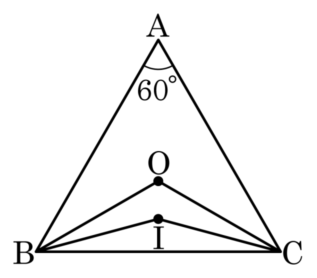


① $2\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $9\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $16\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $25\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

내접원의 반지름의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$ 라 하면,
$\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{AE}} = x$, $\overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{BD}} = 5 - x$,
$\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CD}} = 12 - x$ 이므로
$(5 - x) + (12 - x) = 13$
$\therefore x = 2$
따라서 내접원의 넓이는 $4\pi\,\mathrm{cm}^2$

30. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



① $0°$ ② $10°$ ③ $20°$ ④ $30°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60°$ 이므로 $\angle BOC = 120°$ 이다.

$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120° + 90° = 150°$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150° - 120° = 30°$ 이다.