

1. $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 변 BC 의 중점을 M 이라 하고, $\angle BAM = x$ 일 때, $\tan x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

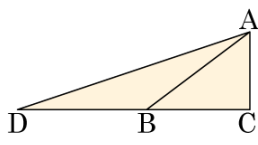
점 M 에서 빗변 AB 에 내린 수선의 발을 H , $\overline{BC} = 2a$ 라 하면 $\overline{AM} = \sqrt{5}a$

또, 삼각형 ABC 와 삼각형 BMH 는 닮은 도형이므로 삼각형 BMH 는 직각이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BH} = \overline{MH} = \frac{a}{\sqrt{2}}$ 이므로

삼각형 AMH 에서 $\tan x = \frac{\overline{MH}}{\overline{AH}} = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}}}{2\sqrt{2}a - \frac{a}{\sqrt{2}}} = \frac{1}{3}$ 이다.

2. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 5 : 4 : 3$ 인 직각삼각형이고 $\overline{AB} = \overline{BD}$ 일 때, $\tan(\angle ADB)$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

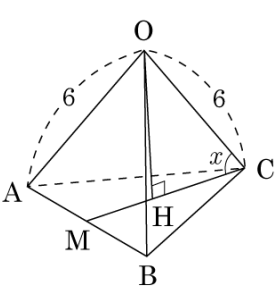
해설

$\overline{AB} = 5a, \overline{BC} = 4a, \overline{CA} = 3a$ 라 하면

$\overline{CD} = \overline{AB} + \overline{BC} = 9a$

따라서 $\tan(\angle ADB) = \frac{\overline{AC}}{\overline{CD}} = \frac{3a}{9a} = \frac{1}{3}$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 6 인 정사면체의 한 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle OCH = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

$$\overline{CM} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

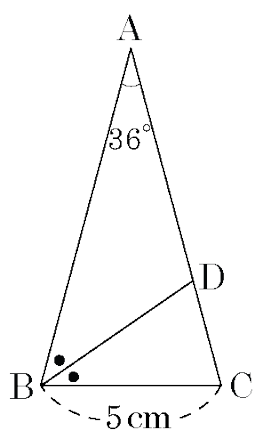
$$\overline{CH} = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{OH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore \tan x = \frac{\overline{OH}}{\overline{CH}} = \frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = \sqrt{2}$$

4. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 36^\circ$, $\overline{BC} = 5\text{ cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\cos 72^\circ$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{5}-1}{5}$ ② $\frac{\sqrt{5}-2}{5}$
 ③ $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{5}-2}{4}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{5}-3}{4}$



해설

$$\angle ABC = \angle ACB = \angle BDC = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ,$$

$$\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = 5 \text{ (cm)}$$

$$\overline{CD} = x \text{ (cm) 라 하면 } \overline{AC} = \overline{AB} = 5 + x \text{ (cm)}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle BCD (\because \text{AA 닮음}) \therefore \text{이므로}$$

$$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{CD} : \overline{BD} \Rightarrow 5 : 5 + x = x : 5$$

$$x^2 + 5x = 25$$

$$x^2 + 5x - 25 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-5 + \sqrt{125}}{2} = \frac{-5 + 5\sqrt{5}}{2} (\because x > 0)$$

$$\overline{AC} = \overline{AB} = 5 + \left(\frac{-5 + 5\sqrt{5}}{2} \right) = \frac{5 + 5\sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore \cos 72^\circ = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5 + 5\sqrt{5}}{2}} = \frac{5}{5 + 5\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

5. $\tan A = 2$ 일 때, $\frac{\cos^2 A - \cos^2 (90^\circ - A)}{1 + 2 \cos A \times \cos (90^\circ - A)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{3}$

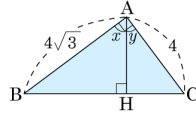
해설

$$\cos(90^\circ - A) = \sin A$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos^2 A + 2 \cos A \times \sin A + \sin^2 A} \\ &= \frac{(\cos A + \sin A)^2}{(\cos A + \sin A)(\cos A - \sin A)} \\ &= \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} \quad (\because \cos A + \sin A \neq 0) \\ &= \frac{1 - \frac{\sin A}{\cos A}}{1 + \frac{\sin A}{\cos A}} = \frac{1 - \tan A}{1 + \tan A} \\ &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

6. 다음 그림에 대하여 주어진 식의 값을 구하여라.



$\sin x + \sqrt{3} \sin y$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

해설

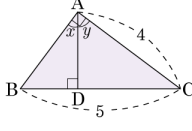
직각삼각형 ABC와 직각삼각형 HBA는 AA 닮음이므로 $\angle x = \angle ACH, \angle y = \angle ABH$ 이다.

$$\begin{aligned}\text{또, } \overline{BC} &= \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} \\ &= \sqrt{48 + 16} \\ &= \sqrt{64} = 8 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin y = \frac{1}{2}$ 이므로

$$\begin{aligned}\sin x + \sqrt{3} \sin y &= \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{2\sqrt{3}}{2} \\ &= \sqrt{3} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

7. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\angle BAD = x$, $\angle DAC = y$ 라 할 때,
 $12(\tan x + \tan y)$ 의 값은?



- ① 10 ② 12 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$\triangle CAB \sim \triangle DAB \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)

$$\overline{AB} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

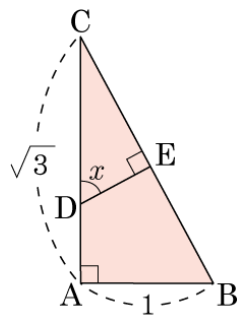
$\angle x = \angle C$, $\angle y = \angle B$ 이므로

$$\tan x = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{3}{4}, \tan y = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \tan x + \tan y = \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{25}{12}$$

$$12(\tan x + \tan y) = 12 \times \frac{25}{12} = 25$$

8. 다음 그림에서 $\sin x$ 의 값은?



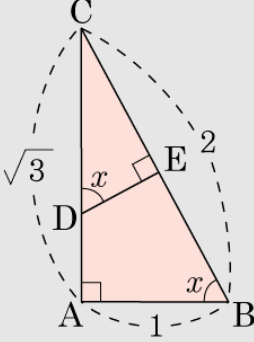
- ① $\sqrt{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

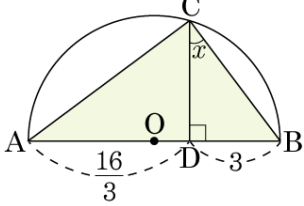
$\triangle CDE \sim \triangle CBA$ (AA 닮음) 이므로 $\angle x = \angle B$, $\sin x = \sin B$

$$\overline{BC} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$$

$$\therefore \sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

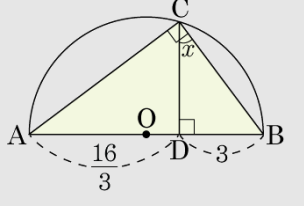


9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 위의 점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 D라 하고, $\angle DCB = x$, $\overline{AD} = \frac{16}{3}$, $\overline{BD} = 3$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?



- ① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

해설



$\angle ACB = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ADC \sim \triangle CDB$ (AA 닮음)

$$\frac{16}{3} : \overline{CD} = \overline{CD} : 3, \overline{CD}^2 = \frac{16}{3} \times 3$$

$$\overline{CD} = 4, \overline{BC} = 5$$

$$\therefore \cos x = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5}$$

10. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 인
정사면체 A - BCD 에서 BC 의 중점을 E 라
하자. $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?

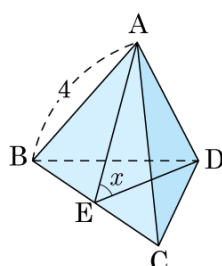
① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{1}{8}$

⑤ $\frac{1}{16}$



해설

점 A 에서 밑면 $\triangle BCD$ 에 내린 수선의 발 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게
중심이 된다.

$$\therefore \overline{EH} = \frac{1}{3} \overline{ED}$$

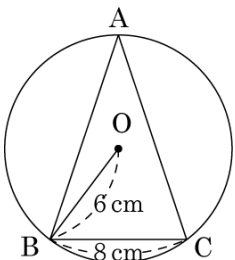
$$\triangle DBC \text{ 에서 } \overline{ED} = \overline{AE} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\triangle AEH \text{ 에서 } \cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{AE}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \div 2\sqrt{3} = \frac{1}{3}$$

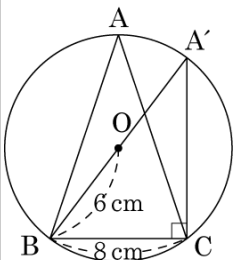
11. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm 인 원 O 에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 8$ cm 일 때, $\cos A \times \sin A \times \tan A$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{9}$
 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{4}{9}$



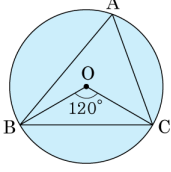
해설

$\angle A = \angle A'$, $\overline{BA'} = 12$ (cm) 이므로
 $\overline{A'C} = \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5}$ (cm)
 $\therefore \sin A = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, $\cos A = \frac{4\sqrt{5}}{12} = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan A = \frac{8}{4\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$
 따라서 $\cos A \times \sin A \times \tan A$ 의 값은
 $\frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4}{9}$ 이다.



12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 외접원 O 에서 $\angle BOC = 120^\circ$, $\angle OBC = \theta$ 이면,

$\cos \theta \times \cos A + \sin \theta \times \sin A$ 의 값은?



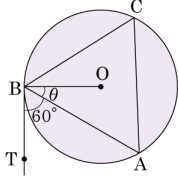
- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$ ⑤ $\sqrt{3} + 1$

해설

$\angle BOC = 120^\circ$ 이므로 $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle OBC = \theta = 30^\circ$ ($\because \widehat{BC}$ 의 원주각)

(준식)= $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 $\triangle ABC$ 가 있다. 원 위의 점 B 에서 접선 BT 를 그을 때 생기는 $\angle ABT$ 의 값이 60° 일 때, $\angle OBA$ 를 θ 라고 하면 $(\cos \theta + \sin C) \times \tan C = a$ 이다. a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 3

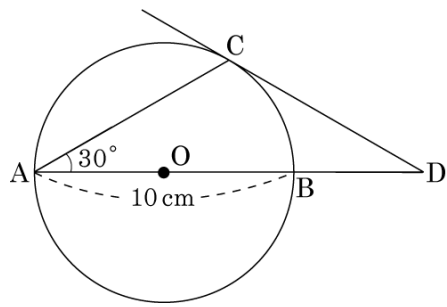
해설

$\angle ABT = 60^\circ$ 이므로 $\angle BC = A60^\circ$, $\angle OBA = \theta = 30^\circ$ ($\because \widehat{BC}$ 의 원주각)

(준식) $= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \times \sqrt{3} = 3$ 이다.

따라서 $a = 3$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 선분 AB 를 지름으로 하는 원 O 위의 한 점 C 에서의 접선과 지름 AB 의 연장선과의 교점을 D 라 한다. $AB = 10\text{ cm}$, $\angle BAC = 30^\circ$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



- ① 3cm ② 3.5cm ③ 4cm
 ④ 4.5cm ⑤ 5cm

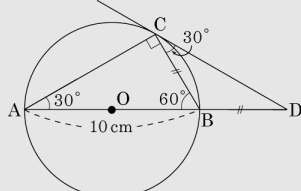
해설

점 B 와 C 를 이으면 $\angle BCD = \angle BAC = 30^\circ$
 $\angle ACB = 90^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 60^\circ$

$\triangle CBD$ 에서

$$\angle BDC = \angle ABC - \angle BCD = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{BC} = 10 \sin 30^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5(\text{cm})$$



15. 반지름의 길이가 2 인 원에 내접하는 삼각형 ABC 에서 $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 45^\circ$ 일 때, 변 AB 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

해설

원의 지름을 빗변으로 하고 변 AC 를 한 변으로 하는 직각이등변삼각형에서 변 AC 의 길이는

$$4 \times \cos 45^\circ = 2\sqrt{2}$$

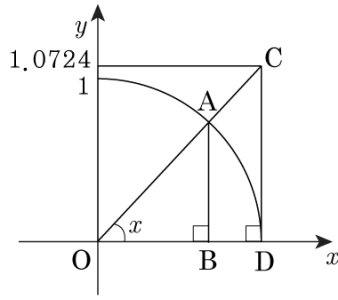
점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{AH} = 2\sqrt{2} \times \cos 60^\circ = \sqrt{2}$$

$$\overline{BH} = \overline{CH} = 2\sqrt{2} \times \sin 60^\circ = \sqrt{6}$$

따라서 변 AB 의 길이는 $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 표를 이용하여 BD의 길이를 구하면?



〈삼각비의 표〉

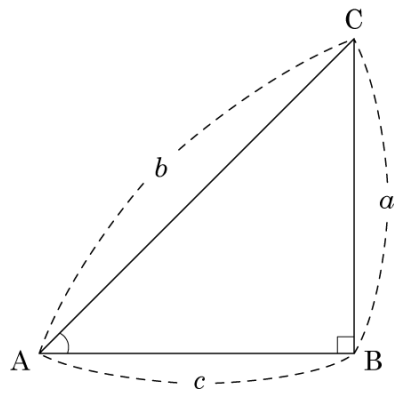
x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6821	1.0724

- ① 0.2807 ② 0.3179 ③ 0.6821
④ 0.7314 ⑤ 0.9657

해설

$\tan x = \overline{CD} = 1.0724$
 $\therefore x = 47^\circ$
 $\overline{BD} = \overline{OD} - \overline{OB}$ 이므로
 $\overline{OB} = \cos x = \cos 47^\circ$
 $\therefore \overline{BD} = 1 - 0.6821 = 0.3179$

17. 다음 직각삼각형 ABC에서 참고할 때, 옳지 않은 것은?

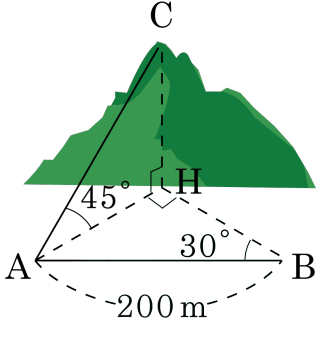


- ① $\angle A$ 와 b 를 알 때, $a = b \sin A$, $c = b \cos A$ 이다.
 ② $\angle A$ 와 c 를 알 때, $a = c \tan A$, $b = \frac{c}{\cos A}$ 이다.
 ③ $\angle A$ 와 a 를 알 때, $b = \frac{a}{\sin A}$, $c = \frac{a}{\tan A}$ 이다.
 ④ 두 변의 길이 a , c 와 끼인각 $\angle B$ 를 알 때, 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}ac \cos B$ 이다.
 ⑤ 두 변의 길이 b , c 와 끼인각 $\angle A$ 를 알 때, 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}bc \sin A$ 이다.

해설

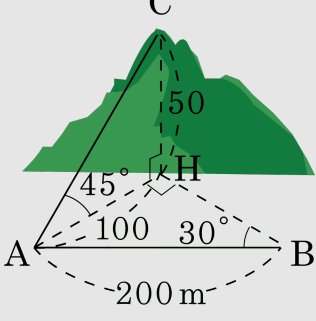
두 변의 길이 a , c 와 끼인각 $\angle B$ 를 알 때, 삼각형의 넓이 $S = \frac{1}{2}ac \sin B$

18. 산의 높이 $\overline{CH}$ 를 구하기 위하여 산 아래쪽의 수평면 위에 $\overline{AB} = 200\text{m}$ 가 되도록 두 점 A, B 를 잡고 측량하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, 산의 높이 $\overline{CH}$ 의 길이는?



- ① $50\sqrt{2}\text{m}$ ② 100m ③ 150m
④ $150\sqrt{2}\text{m}$ ⑤ 200m

해설

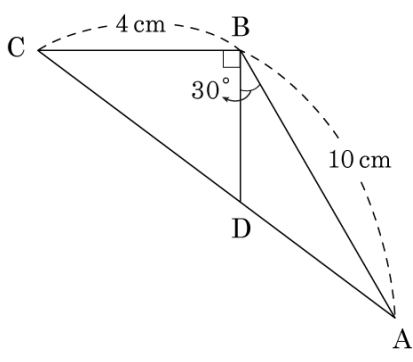


$$\overline{AH} = 200 \sin 30^\circ = 200 \times \frac{1}{2} = 100 \text{ m}$$

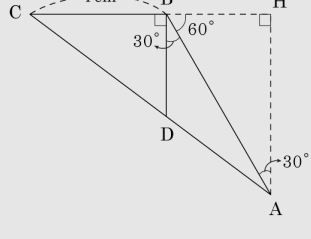
따라서 $\overline{CH} = \overline{AH} = 100 \text{ m}$ 이다.

19. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 의 길이는?

- ① $3\sqrt{3}\text{cm}$
- ② $\frac{7\sqrt{3}}{2}\text{cm}$
- ③ $4\sqrt{3}\text{cm}$
- ④ $\frac{20\sqrt{3}}{9}\text{cm}$
- ⑤ $5\sqrt{3}\text{cm}$



해설



$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$

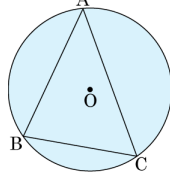
$$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 60^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5(\text{cm})$$

$$\overline{AH} : \overline{DB} = \overline{HC} : \overline{BC}$$

$$5\sqrt{3} : \overline{DB} = 9 : 4$$

$$\overline{BD} = \frac{20\sqrt{3}}{9}(\text{cm})$$

20. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC의 외접원 O에 대하여 호 AB, 호 BC, 호 CA의 길이의 비가 4 : 3 : 5 이고, $\overline{AB} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 값을 구하여라.



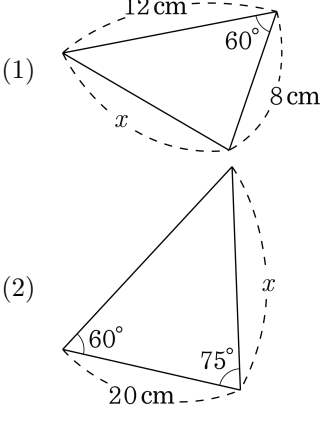
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

호의 길이의 비가 4 : 3 : 5 이므로
 $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 4 : 3 : 5$
 따라서 $\angle AOB = 120^\circ$, $\angle BOC = 90^\circ$,
 $\angle COA = 150^\circ$ 이고, 원주각인 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 는 각각
 45° , 75° , 60°
 사인법칙에 의하여
 $\frac{\overline{AB}}{\sin C} = \frac{\overline{BC}}{\sin A}$, $\overline{BC} = \frac{\sin A}{\sin C} \overline{AB} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \times \sqrt{3} = \sqrt{2}$ 이다.
 $\therefore \overline{BC} = \sqrt{2}$

21. 다음 그림을 보고 x 의 값을 구한 것으로 바르게 짝지어 진 것은?



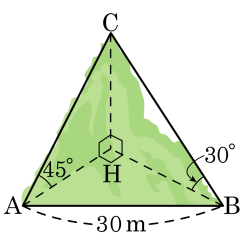
- ① (1) $4\sqrt{7}$ cm, (2) $10\sqrt{6}$ cm ② (1) $4\sqrt{7}$ cm, (2) $12\sqrt{6}$ cm
③ (1) $5\sqrt{7}$ cm, (2) $10\sqrt{6}$ cm ④ (1) $5\sqrt{7}$ cm, (2) $12\sqrt{6}$ cm
⑤ (1) $5\sqrt{7}$ cm, (2) $14\sqrt{6}$ cm

해설

(1) $x = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 8^2}$
 $= \sqrt{48 + 64}$
 $= \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$ (cm)

(2) $x \sin 45^\circ = 20 \sin 60^\circ$
 $x \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\sqrt{2}x = 20\sqrt{3}$
 $\therefore x = \frac{20\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{6}}{2} = 10\sqrt{6}$ (cm)

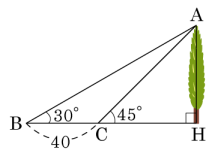
22. 산의 높이 $\overline{CH}$ 를 측정하기 위하여 수평면 위에 거리가 30m 가 되도록 두 점 A, B 를 잡고, 필요한 부분을 측정한 결과가 다음 그림과 같을 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하면?
- ① 12 ② 13 ③ 14
- ④ 15 ⑤ 16



해설

$$\begin{aligned} \overline{CH} \text{의 길이를 } x \text{ 라 하면 } \overline{CH} = \overline{AH} = x \\ \overline{BH} = \frac{x}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x \\ \overline{AB} = \sqrt{\overline{BH}^2 + \overline{AH}^2} \\ = \sqrt{3x^2 + x^2} \\ = 2x \\ = 30 \text{ (m)} \\ \therefore x = 15 \text{ (m)} \end{aligned}$$

23. 다음 그림에서 나무의 높이는?



- ① $10(\sqrt{3}-1)$ ② $10(\sqrt{3}+1)$ ③ $10(3+\sqrt{3})$
 ④ $20(\sqrt{3}-1)$ ⑤ $20(\sqrt{3}+1)$

해설

나무의 높이 $\overline{AH}$ 를 x 라 하면

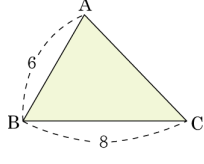
$$\overline{CH} = x, \overline{BH} = x + 40$$

$$\overline{AH} : \overline{BH} = x : x + 40 = 1 : \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}x = x + 40 \Leftrightarrow (\sqrt{3} - 1)x = 40$$

$$\therefore x = \frac{40}{\sqrt{3} - 1} = 20(\sqrt{3} + 1)$$

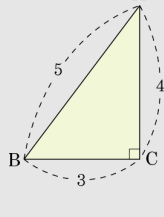
24. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\cos B = \frac{3}{5}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

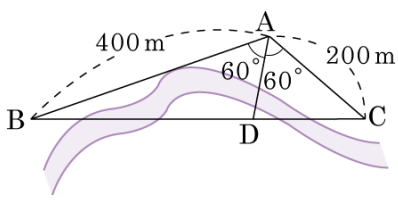
▷ 정답 : $\frac{96}{5}$

해설



$\cos B = \frac{3}{5}$ 이므로 $\sin B = \frac{4}{5}$ 이다.
따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{4}{5} = \frac{96}{5}$ 이다.

25. 다음 그림은 A 지점에서 강 건너에 있는 D 지점까지의 거리를 구하기 위한 것이다. $\overline{AB} = 400\text{ m}$, $\overline{AC} = 200\text{ m}$, $\angle BAD = \angle CAD = 60^\circ$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



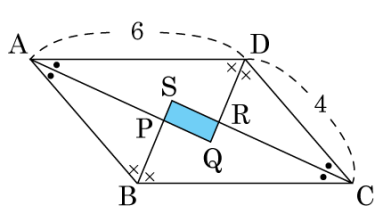
▶ 답 : m

▷ 정답 : $\frac{400}{3}$ m

해설

$\overline{AD} = x$ 라 하면
 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$ 이므로
 $\frac{1}{2} \times 400 \times 200 \times \sin 120^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 400 \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 200 \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $6x = 800$
 $\therefore x = \frac{400}{3} \text{ (m)}$

26. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle D$ 가 $\angle A$ 의 크기의 2 배일 때, 네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값은?(단, b 는 최소의 자연수)



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\angle A = \angle C = 60^\circ$, $\angle B = \angle D = 120^\circ$ 이므로 $\square PQRS$ 는 직사각형이다.

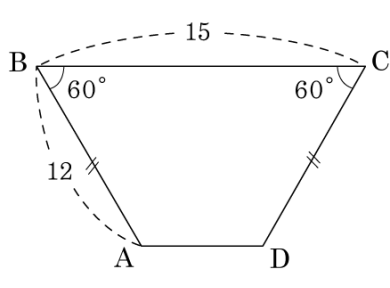
$$\overline{PS} = \overline{BS} - \overline{BP} = 6 \cdot \cos 60^\circ - 4 \cdot \cos 60^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 6a \times \cos 30^\circ - 4 \times \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$\therefore S = \overline{PS} \times \overline{PQ} = \sqrt{3}$ 이다.
따라서 $a+b = 1+3 = 4$ 이다.

27. 다음 사다리꼴의 넓이로 바른 것은?

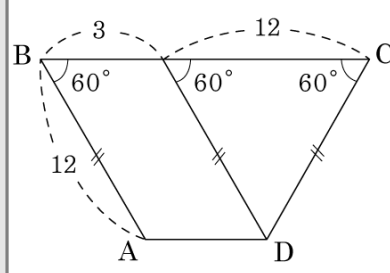
- ① $50\sqrt{3}$
- ② $52\sqrt{3}$
- ③ $54\sqrt{3}$
- ④ $56\sqrt{3}$
- ⑤ $58\sqrt{3}$



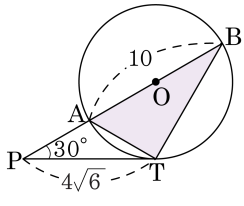
해설

(넓이)

$$\begin{aligned} &= 12 \times 3 \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times \\ &12 \times 12 \times \sin 60^\circ \\ &= 12 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 12 \times \\ &12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 18\sqrt{3} + 36\sqrt{3} \\ &= 54\sqrt{3} \end{aligned}$$



28. 오른쪽 그림과 같이 원 O의 지름 $\overline{AB}$ 의 연장선 위의 점 P에서 원 O에 그은 접선의 접점을 T라 하자. $\overline{PT} = 4\sqrt{6}$, $\overline{AB} = 10$, $\angle P = 30^\circ$ 일 때, $\triangle ATB$ 의 넓이는?



- ① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $5\sqrt{2}$
 ④ $10\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{6}$

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 이므로 $\overline{PA}$ 의 길이를 x 라 하면

$$x(x+10) = 96$$

$$x^2 + 10x - 96 = 0$$

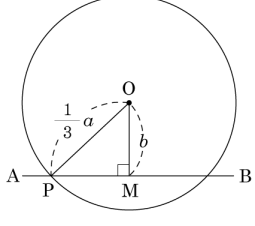
$$(x-6)(x+16) = 0$$

$$x = 6 \quad (\because x > 0)$$

따라서 $\triangle ATB$ 의 넓이는

$$\begin{aligned} \triangle BPT - \triangle APT &= \frac{1}{2} \times 16 \times 4\sqrt{6} \times \sin 30^\circ \\ &\quad - \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{6} \times \sin 30^\circ \\ &= 16\sqrt{6} - 6\sqrt{6} \\ &= 10\sqrt{6} \end{aligned}$$

29. 다음 그림과 같이 길이가 a 인 선분 AB 의 중점 M 에서의 수선과 원의 중심 O 가 만난다. $\overline{OM} = b$ 이고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}a$ 인 원과 $\overline{AB}$ 가 만나는 한 점을 P 라 한다. 선분 AP 의 길이를 x 라 하고 선분 BP 의 길이를 y 라 하면 $y = x + 2$, $xy = 35$ 의 식이 성립한다고 할 때, $a + b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$\overline{OM} = b, \overline{OP} = \frac{1}{3}a \text{ 이므로}$$

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{PM} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}a\right)^2 - b^2}$$

$$\overline{BP} = y$$

$$= \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

$$\overline{AP} = x$$

$$= \frac{a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

이때 $y = x + 2$, $xy = 35$ 이므로

$$y - x = \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} - \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right)$$

$$= 2 \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} = 2$$

$$\therefore a^2 - 9b^2 = 9 \dots \textcircled{1}$$

$$xy = \left(\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right) \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right)$$

$$= \frac{a^2}{4} - \frac{a^2 - 9b^2}{9}$$

$$= 35 \dots \textcircled{2}$$

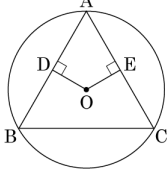
①을 ②에 대입하면 $a^2 = 144$

$\therefore a = 12 (\because a > 0)$

이를 ①에 대입하면 $b^2 = 15$

$$\therefore a + b^2 = 12 + 15 = 27$$

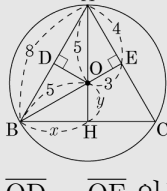
30. 다음 그림에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = 3$, $\overline{AC} = 8$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{768}{25}$

해설



$\overline{OD} = \overline{OE}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8$ 인 이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{AO} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고 $\overline{BH} = \overline{HC} = x$, $\overline{OH} = y$ 라 하면

$$\overline{AB}^2 = \overline{BH}^2 + \overline{AH}^2 \cdots \textcircled{1}$$

$$\overline{OB}^2 = \overline{BH}^2 + \overline{OH}^2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ 에서 } 64 = x^2 + (5 + y)^2 \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \text{ 에서 } 25 = x^2 + y^2 \cdots \textcircled{4}$$

$\textcircled{4}$ 를 $\textcircled{3}$ 에 대입하여 풀면

$$10y = 14, y = \frac{7}{5}$$

$$x^2 = 25 - \left(\frac{7}{5}\right)^2 = \frac{576}{25} \therefore x = \frac{24}{5}$$

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times \frac{48}{5} \times \frac{32}{5} = \frac{768}{25}$$

31. 원 O 의 외부의 한 점 P 에서 그 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B 라 할 때, 선분 BT 는 원의 지름이고 $\overline{PA} = 2$, $\overline{PT} = 6$ 일 때, 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}\pi$

해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}, 36 = 2 \times \overline{PB} \quad \therefore \overline{PB} = 18$$

피타고라스 정리에 의하여 원의 지름은

$$\overline{BT} = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{PT}^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$$

따라서 원 O 의 둘레의 길이는 $12\sqrt{2}\pi$ 이다.

32. 원 O 의 외부의 한 점 P 에서 그 원에 그은 접선과 할선이 원과 만나는 점을 각각 T, A, B 라 할 때, 선분 BT 는 원의 지름이고 $\overline{PA} = 1$, $\overline{PT} = 3$ 일 때, 삼각형 PTB 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $9\sqrt{2}$

해설

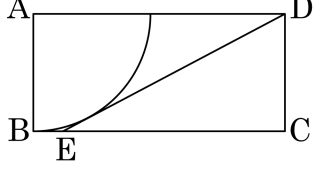
$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}, 9 = 1 \times \overline{PB} \quad \therefore \overline{PB} = 9$$

피타고라스 정리에 의하여 원의 지름은

$$\overline{BT} = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{PT}^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$\text{따라서 삼각형 PTB 의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 3 = 9\sqrt{2}$$

33. 다음 그림은 직사각형 ABCD 에서 점 A 를 중심으로 사분원을 그린 것이다. 점 D 에서 사분원에 그은 접선과 선분 BC 가 만나는 점을 E 라 하고 직사각형의 가로, 세로의 길이가 각각 13, 5 일 때, 선분 EC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

점 D 에서 사분원에 그은 접선의 접점을 P 라 하고 보조선 AP 를 그으면

$\overline{AP} = \overline{AB} = 5$ (원의 반지름)

삼각형 APD 에서 $\overline{DP} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

이 때 $\overline{EC} = x$ 라 하면 $\overline{BE} = \overline{DE} = 13 - x$

$\therefore \overline{DE} = 12 + 13 - x = 25 - x$

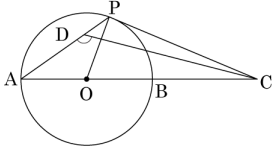
삼각형 DEC 에서

$(25 - x)^2 = x^2 + 5^2$

$625 - 50x + x^2 = x^2 + 25$

$\therefore x = 12$

34. 다음 그림과 같이 원의 지름 AB의 연장선 위에 있는 점 C에서 원에 접선을 그었을 때 원과 접하는 점을 P라 하고 $\angle ACP$ 의 삼등분선이 $\overline{AP}$ 와 만나는 점 중 점 P에 가까운 점을 D라 한다. $\overline{OC} = 2\overline{OP}$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 130°

해설

$\angle DAO = a$, $\angle PCD = b$ 라 하면 $\angle BCD = 2b$

$\angle OPC = 90^\circ$ 이고 $\overline{OC} = 2\overline{OP}$ 이므로

$\triangle OCP$ 는 $\angle POC = 60^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$\triangle OAP$ 는 $\overline{OA} = \overline{OP}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle DAO = \angle DPO = a$$
 $\angle ADC = x$ 로 놓으면 $\triangle ADC$ 에서

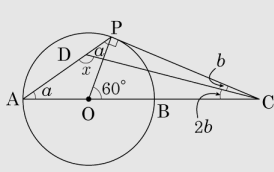
$\angle ADC = x$ 로 놓으면 $\triangle ADC$ 에서
 $\angle DAO + \angle BCD + \angle ADC = 180^\circ$ 이므로

$$\angle DAO + \angle BCD + \angle ADC$$
$$a + 2b + x = 180^\circ \dots \textcircled{7}$$

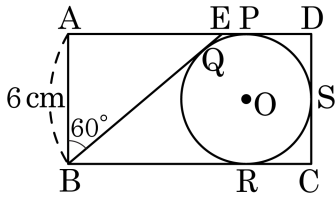
또한 $\angle ADC$ 는 $\triangle DCP$ 의

$$\angle ADC = \angle DPC + \angle PCD$$
$$\therefore x = a + 90^\circ + b \cdots \textcircled{\text{L}}$$
$$\angle \text{POC} = 6$$
$$\therefore a = 30^\circ$$

이를 ㉠ ㉡식에 대입하면



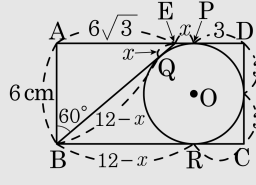
35. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접하는 원 O 에 대하여 $\angle ABE = 60^\circ$ 일 때, 직사각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $54 + 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$

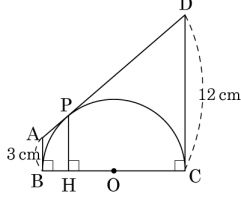
해설



그림과 같이 $\overline{EP} = x$ 라고 하면

$\overline{EQ} = \overline{EP} = x$ 이고, 직각삼각형 ABE 에서 $\angle ABE = 60^\circ$ 이
 므로 $\overline{AE} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{BE} = 12(\text{cm})$,
 $\overline{BQ} = \overline{BR} = 12 - x$
 $\overline{AD} = x + 6\sqrt{3} + 3$, $\overline{BC} = 12 - x + 3 = 15 - x$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$
 에서 $x + 6\sqrt{3} + 3 = 15 - x \therefore x = (6 - 3\sqrt{3})(\text{cm})$
 $\therefore \overline{BC} = 15 - (6 - 3\sqrt{3}) = 9 + 3\sqrt{3}$
 따라서 직사각형의 넓이는 $54 + 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

36. 그림과 같이 반원 O 에 세 접선을 그어 그 교점과 접점을 각각 A, B, C, D, P 라고 한다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{CD} = 12\text{cm}$ 이고, 점 P 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\overline{PH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{24}{5}\text{cm}$

해설

다음 그림과 같이 점 A 와 점 C 를 연결하는 보조선을 긋고 $\overline{AC}$ 와 $\overline{PH}$ 의 교점을 Q 라고 하자.

$\overline{AB} = \overline{AP}$, $\overline{DC} = \overline{DP}$

$\overline{AB} \parallel \overline{PH} \parallel \overline{DC}$ 이므로

$\triangle APQ \sim \triangle ADC$, $\triangle ABC \sim \triangle QHC$ 이다.

$\triangle APQ \sim \triangle ADC$ 에서

$\overline{AP} : \overline{AD} = \overline{PQ} : \overline{DC}$, $3 : 15 = \overline{PQ} : 12$

$\therefore \overline{PQ} = \frac{12}{5}(\text{cm})$

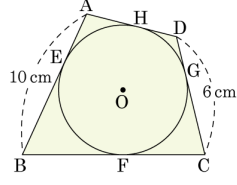
또, $\triangle QHC \sim \triangle ABC$ 에서 $\overline{CQ} : \overline{CA} = \overline{QH} : \overline{AB}$ 이고, $\overline{CQ} : \overline{CA} = \overline{DP} : \overline{DA}$ 이므로

$12 : 15 = \overline{QH} : 3$

$\therefore \overline{QH} = \frac{12}{5}(\text{cm})$

따라서 $\overline{PH} = \overline{PQ} + \overline{QH} = \frac{24}{5}(\text{cm})$ 이다.

37. 다음 그림과 같이 반지름이 4cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

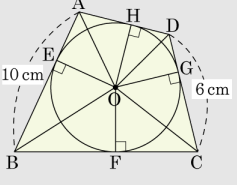


▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 64 cm²

해설

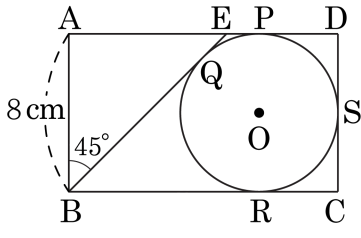
외접 사각형의 성질에 의해서 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 16(\text{cm})$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로 (사각형의 넓이)

$$\begin{aligned}
 &= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COD + \triangle DOA \\
 &= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{DA} \times r \\
 &= \frac{1}{2} \times r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}) \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times 32 = 64(\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

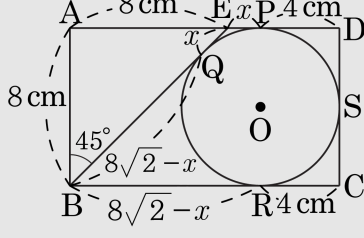
38. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접하는 원 O 에 대하여 $\angle ABE = 45^\circ$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

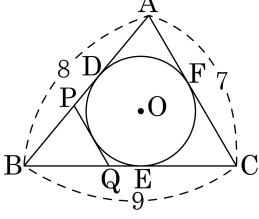
▷ 정답 : $32 + 8\sqrt{2}$ cm

해설



그림과 같이 $\overline{EP} = x$ 라고 하면 $\overline{EQ} = \overline{EP} = x$ 이고, 직각이등변삼각형 ABE 에서 $\angle ABE = 45^\circ$ 이므로 $\overline{BE} = 8\sqrt{2}$,
 $\overline{BQ} = \overline{BR} = 8\sqrt{2} - x$
 $\overline{AD} = x + 12$,
 $\overline{BC} = 8\sqrt{2} + 4 - x$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서
 $x + 12 = 8\sqrt{2} + 4 - x \quad \therefore x = (4\sqrt{2} - 4)$
 $\therefore \overline{AD} = 12 + 4\sqrt{2} - 4 = 8 + 4\sqrt{2}$
따라서 직사각형의 둘레의 길이는
 $(8 + 8 + 4\sqrt{2}) \times 2 = (32 + 8\sqrt{2})\text{cm}$ 이다.

39. 다음 그림과 같이 세 변 AB, BC, CA 의 길이가 각각 8, 9, 7 인 $\triangle ABC$ 에 내접하는 원 O 에 대하여 D, E, F 는 접점이고 $\overline{PQ}$ 가 원 O 에 접할 때, $\triangle PBQ$ 의 둘레의 길이를 구하여라.

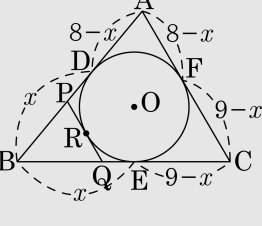


▶ 답 :

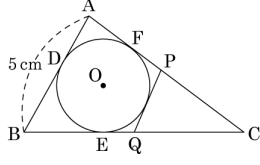
▷ 정답 : 10

해설

다음 그림에서 $\overline{BD} = x$ 라 하면
 $\overline{AD} = \overline{AF} = 8 - x$, $\overline{EC} = \overline{CF} = 9 - x$,
 $\overline{AC} = (8 - x) + (9 - x) = 17 - 2x = 7$
 $\therefore x = 5$
 이때 $\overline{PQ}$ 와 원 O 의 접점을 R 라 하면
 $\overline{PR} = \overline{PD}$, $\overline{QR} = \overline{QE}$ 이므로 $\triangle PBQ$
 의 둘레의 길이는 $2\overline{BD}$ 이다.
 $\therefore 2\overline{BD} = 2x = 2 \times 5 = 10$



40. 다음 그림과 같이 둘레의 길이가 20cm 인 삼각형 ABC 에 원 O 가 내접해 있다. D, E, F 는 접점이고 PQ 는 이 원의 접선이다. $\overline{AB} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle CPQ$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



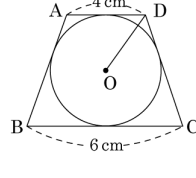
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

$\overline{PQ}$ 와 원 O 의 접점을 R 이라 하면
 $\overline{PR} = \overline{PF}$, $\overline{QR} = \overline{QE}$ 이므로 $\triangle CPQ$ 의 둘레의 길이는 $2\overline{CF}$ 이다.
 $\overline{AF} = \overline{AD}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$ 이므로
 $2\overline{CF} = \overline{AC} + \overline{BC} - \overline{AB}$, $2\overline{CF} = \overline{AC} + \overline{BC} - 5$
 이때 삼각형 ABC 의 둘레의 길이가 20cm 이므로
 $\overline{AC} + \overline{BC} + 5 = 20$
 $\therefore \overline{AC} + \overline{BC} = 15\text{cm}$
 $\therefore 2\overline{CF} = 15 - 5 = 10\text{cm}$
 따라서 $\triangle CPQ$ 의 둘레의 길이는 10cm 이다.

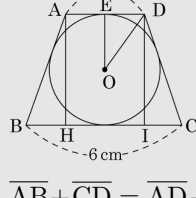
41. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DO}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{10}\text{cm}$

해설



$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $2\overline{CD} = 4 + 6 = 10$
 $\therefore \overline{CD} = 5\text{cm}$

이때 다음 그림과 같이 두 점 A, D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, I 라 하고

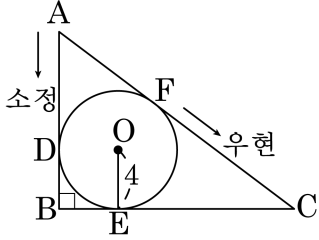
$\overline{AD}$ 와 원 O 의 접점을 E 라 하면 $\overline{OE}$ 와 $\overline{AD}$ 는 수직으로 만나고
 $\overline{BH} = \overline{CI} = 1\text{cm}$ 이므로

$$\overline{DI} = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{OE} = \frac{1}{2}\overline{DI} = \sqrt{6}(\text{cm})$$

따라서 삼각형 EOD 에서 $\overline{DO} = \sqrt{2^2 + (\sqrt{6})^2} = \sqrt{10}(\text{cm})$ 이다.

42. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4 인 원 모양의 호수에 접하는 직각삼각형 모양의 길이 있다. 우현이는 F 지점을 출발하여 C 지점을 지나 E 지점까지 가고, 소정이는 A 지점을 출발하여 B 지점을 지나 E 지점까지 갔다. 두 사람의 걸린 시간은 같고 우현이의 속력이 소정이의 속력의 2 배일 때, 우현이가 걸은 거리를 구하여라.



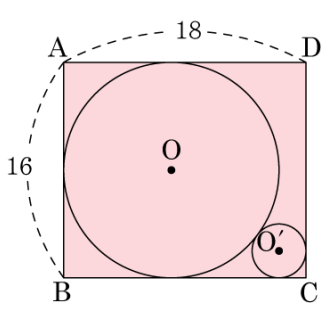
▶ 답 :

▷ 정답 : $16 + 8\sqrt{3}$

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$, $\overline{CE} = \overline{CF} = y$ 라 하고 우현이의 속력이 소정이의 속력의 2 배이고
두 사람이 걸린 시간은 같으므로
 $\overline{FC} + \overline{CE} = 2 \times (\overline{AD} + 4 + 4)$, $2y = 2(x + 8)$
 $\therefore y = x + 8, x = y - 8 \cdots \textcircled{1}$
 $\triangle ABC$ 에서 $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = (x + y)^2$
 $\therefore 4x + 4y + 16 = xy \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $y^2 - 16y + 16 = 0$, $\therefore y = 8 \pm 4\sqrt{3}$
이때 $x > 0$ 이므로 $y = 8 + 4\sqrt{3}$
따라서 우현이가 걸은 거리는 $2 \times (8 + 4\sqrt{3}) = 16 + 8\sqrt{3}$ 이다.

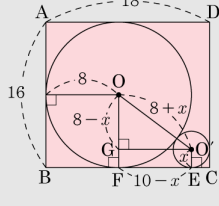
43. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = 16$, $\overline{AD} = 18$ 이고 두 원이 서로 접해 있을 때, 작은 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설



작은 원의 반지름을 x 라 할 때

$$\overline{OO'} = 8 + x$$

$$\overline{O'G} = 18 - 8 - x = 10 - x$$

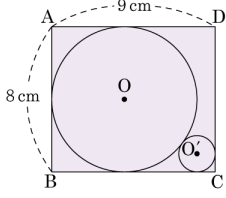
$$\overline{OG} = 8 - x$$

$$\therefore (8 + x)^2 = (8 - x)^2 + (10 - x)^2$$

$$x^2 - 52x + 100 = 0, (x - 2)(x - 50) = 0$$

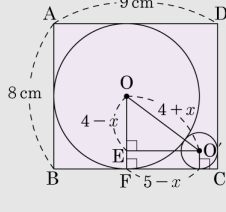
$$\therefore x = 2 (\because x < 8)$$

44. 다음 그림과 같이 가로 길이가 9cm, 세로 길이가 8cm인 직사각형에 서로 접하는 두 원이 있다. 이때 큰 원과 작은 원의 넓이의 합은?



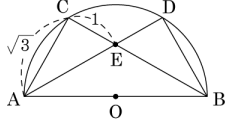
- ① $4\pi\text{cm}^2$ ② $16\pi\text{cm}^2$ ③ $17\pi\text{cm}^2$
 ④ $18\pi\text{cm}^2$ ⑤ $20\pi\text{cm}^2$

해설



큰 원의 반지름은 4cm,
 작은 원의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 하면
 $\overline{OO'} = 4 + x$, $\overline{OE} = 4 - x$, $\overline{O'E} = \overline{CF} = 5 - x$ 이므로
 $(4 + x)^2 = (4 - x)^2 + (5 - x)^2$
 $x^2 - 26x + 25 = 0, (x - 1)(x - 25) = 0 \therefore x = 1$
 따라서 두 원의 넓이의 합은 $\pi \times 4^2 + \pi \times 1^2 = 17\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

45. 다음 그림과 같이 지름이 $\overline{AB}$ 인 반원에서 점 C, D 는 원주 위의 점이고, $\angle BAD = \angle CAD$ 이다. $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 교점을 E 라 하고, $\overline{AC} = \sqrt{3}$, $\overline{CE} = 1$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

$\triangle ACE$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{3}$, $\overline{CE} = 1$ 이고,

$\angle ECA = 90^\circ$ 이므로

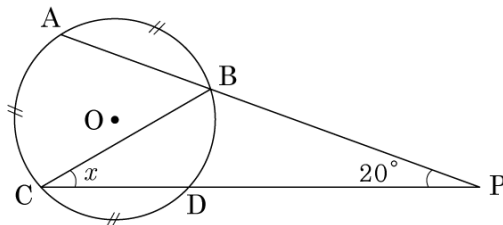
$\overline{AE} = 2$, $\angle CAE = \angle BAE = 30^\circ$

또, $\triangle ABE$ 에서

$\overline{AE} = \overline{BE} = 2$, $\overline{DE} = 1$, $\overline{BD} = \sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2} = \sqrt{3^2 + \sqrt{3}^2} = 2\sqrt{3}$

46. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$, $\angle BPD = 20^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



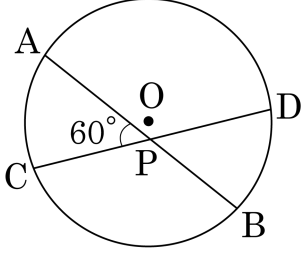
▶ 답: ○ —

▷ 정답 : 30°

해설

- i) $5.0 \text{ pt}(\widehat{\text{BOD}})$ 의 원주각이 x 이므로 $\angle \text{BOD} = 2x$
 ii) $\triangle \text{BCP}$ 에서 $\angle \text{ABC} = 20^\circ + x^\circ$ 이므로
 $\angle \text{AOC} = 40^\circ + 2x^\circ$
 iii) $3(40^\circ + 2x) + 2x = 360^\circ$
 $120^\circ + 8x = 360^\circ \quad \therefore x = 30$

47. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10 인 원 O 에서 $\angle APC = 60^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 값은?

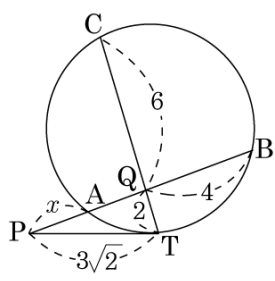


- ① $\frac{5}{3}\pi$
- ② $\frac{10}{3}\pi$
- ③ $\frac{15}{3}\pi$
- ④ $\frac{20}{3}\pi$
- ⑤ $\frac{25}{3}\pi$

해설

$$\begin{aligned} \angle ADC + \angle DAB &= 60^\circ \\ 5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD} &= \frac{60^\circ}{180^\circ} \times 20\pi = \frac{20}{3}\pi \end{aligned}$$

48. 다음 그림에서 원 밖의 한 점 P에서 그은 접선 PT와 할선 PB가 다음과 같을 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\overline{AQ} \times \overline{QB} = \overline{CQ} \times \overline{QT}$$

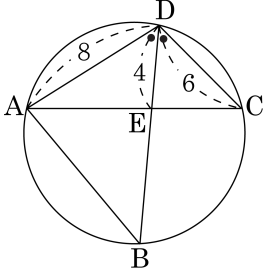
$$\overline{AQ} \times 4 = 6 \times 2 \quad \therefore \overline{AQ} = 3$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \text{ 에서 } (3\sqrt{2})^2 = x(x+7)$$

$$x^2 + 7x - 18 = 0$$

$$(x-2)(x+9) = 0 \quad \therefore x = 2 \quad (\because x > 0)$$

49. 다음 그림과 같이 $\angle ADB = \angle BDC$ 이고 $\overline{AD} = 8$, $\overline{DE} = 4$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{EB}$ 의 길이를 구하여라.



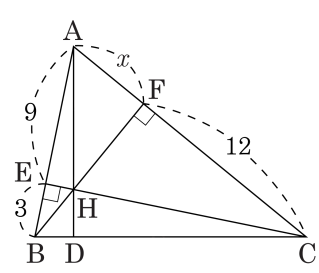
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\angle BDC = \angle BAC$ ($\widehat{BC}$ 에 대한 원주각),
 $\angle ABD = \angle ACD$ ($\widehat{AD}$ 에 대한 원주각) 이므로
 $\triangle ABD \sim \triangle ECD$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{AD} : \overline{DE} = \overline{BD} : \overline{CD}$
 즉, $8 : 4 = (4 + \overline{EB}) : 6$
 $8 \times 6 = 4 \times (4 + \overline{EB})$
 $\therefore \overline{EB} = 8$

50. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

점 E, B, C, F 는 한 원 위에 있고 직선 AB, AC 는 할선이 된다.

$$9 \times 12 = x(x + 12)$$

$$108 = x^2 + 12x, x^2 + 12x - 108 = 0$$

$$(x + 18)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0)$$