

1. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

① (2, 3)

② (-2, 3)

③ (3, 2)

④ (3, -2)

⑤ (-3, -2)

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + 3y = 12 & \cdots \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

㉢ - ㉣ $\times$ 3을 하면 $-4y = -8$

$\therefore y = 2$ 를 ㉣대입하면 $x = 3$

$\therefore x = 3, y = 2$

2. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2$, $y = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$x = 2$, $y = -3$ 을

두 방정식

$2x + ay = 10$, $x - y = b$ 에 대입하면

모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$

$$\therefore a = -2$$

$$2 - (-3) = b$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore a + b = 3$$

3. 다음 연립방정식의 해를 $x = \alpha$, $y = \beta$, $z = \gamma$ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 3y + 3z = 10 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x + y - 2z = 3 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ x - 2y + z = 5 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉢} \times 3$ 을 하면 $-x + 3y = -5 \cdots \cdots \textcircled{㉣}$

$\textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \times 2$ 를 하면 $5x - 3y = 13 \cdots \cdots \textcircled{㉤}$

$\textcircled{㉣} + \textcircled{㉤}$ 을 하면 $4x = 8 \therefore x = 2$

$x = 2$ 를 $\textcircled{㉣}$ 에 대입하면 $-2 + 3y = -5 \therefore y = -1$

또, $x = 2$, $y = -1$ 을 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하면

$$2 - 2 \cdot (-1) + z = 5$$

$$\therefore z = 1$$

$$\therefore x = 2, y = -1, z = 1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 4 + 1 + 1 = 6$$

4. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{5} \dots \textcircled{1} \\ x+2y+4z=9 \dots \textcircled{2} \end{cases}$ 의 해가 $x=\alpha, y=\beta,$

$z=\gamma$ 일 때, $\alpha\beta\gamma$ 의 값은?

① -6

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 6

해설

① 식에서 $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{5} = k$ 로 놓으면

$x-1=2k$ 에서 $x=2k+1$

$y-2=-3k$ 에서 $y=-3k+2$

$z+3=5k$ 에서 $z=5k-3 \dots \textcircled{3}$

③ 식을 ② 식에 대입

$(2k+1) + 2(-3k+2) + 4(5k-3) = 9$

$16k = 16, k = 1$

$\therefore x=3, y=-1, z=2$

$\therefore \alpha\beta\gamma = -6$

5. 다음 연립방정식
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 \dots\dots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2 \dots\dots \textcircled{㉡} \\ \frac{1}{z} + \frac{1}{x} = 3 \dots\dots \textcircled{㉢} \end{cases}$$
 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{1}{2}$ 또는 0.5

▷ 정답 : $y = 1$

▷ 정답 : $z = 1$

해설

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢}$ 에서 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4 \dots\dots \textcircled{㉤}$

$\textcircled{㉤} - \textcircled{㉠}$ 에서 $\frac{1}{z} = 1, \therefore z = 1$

$\textcircled{㉤} - \textcircled{㉡}$ 에서 $\frac{1}{x} = 2, \therefore x = \frac{1}{2}$

$\textcircled{㉤} - \textcircled{㉢}$ 에서 $\frac{1}{y} = 1 \therefore y = 1$

6. 어느 4개의 정수 중에서 3개씩의 합이 각각 180, 197, 208, 222 일 때, 4개의 정수 중에서 가장 큰 수는?

① 77

② 83

③ 89

④ 95

⑤ 알 수 없다.

해설

네 정수를 $w \leq x \leq y \leq z$ 라 하자.

$$3(w + x + y + z) = 180 + 197 + 208 + 222 = 807$$

$$w + x + y + z = 269, w + x + y = 180 \text{ 이므로}$$

$$z = 269 - 180 = 89$$

따라서 가장 큰 정수는 89이다.

7. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$ 의 해를 순서쌍 (x, y) 으로 나타내면?

① $(2, 1)$

② $(\sqrt{2} + 1, \sqrt{2})$

③ $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$

④ $(\sqrt{3}, 1)$

⑤ $\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}\right)$

해설

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 2 \quad \cdots \textcircled{㉠} \\ x - y = 1 \quad \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡을 $y = x - 1$ 로 변형하여

㉠에 대입하면

$$x^2 - (x - 1)^2 = x^2 - x^2 + 2x - 1 = 2$$

$$2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}, y = \frac{1}{2}$$

8. $\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 를 구하여 $x^2 - y^2$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 또는 -12

해설

$$\begin{cases} x - y = 2 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 20 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $y = x - 2$ 를

㉡식에 대입하면

$$x^2 + (x - 2)^2 = 20, 2x^2 - 4x + 4 - 20 = 0,$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0, (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = -4 \end{cases}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 16 - 4 = 12 \quad \text{또는} \quad x^2 - y^2 = 4 - 16 = -12$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - xy - 2 = 0 \\ y^2 - xy - 1 = 0 \end{cases}$ 의 해를

$x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha^2 - \beta^2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ 1

해설

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2 = 0 & \dots \textcircled{1} \\ y^2 - xy - 1 = 0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

상수항을 소거하기 위해 $\textcircled{1} - \textcircled{2} \times 2$ 를 계산하여 정리하면

$$x^2 + xy - 2y^2 = 0, (x + 2y)(x - y) = 0$$

$\therefore x = y, x = -2y$ 각각을 $\textcircled{1}$ 식에 대입하면

i) $x = y$ 일 때 $x^2 - x^2 - 2 = 0, -2 = 0$ 불능

ii) $x = -2y$ 일 때 $4y^2 + 2y^2 - 2 = 0 \begin{cases} y^2 = \frac{1}{3} \\ x^2 = \frac{4}{3} \end{cases}$

$$x = \alpha, y = \beta \text{ 라 할 때, } \alpha^2 - \beta^2 = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = 1$$

10. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 + x + y = 2 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 을 풀면 $x = \alpha, y = \beta$

또는 $x = \gamma, y = \delta$ 이다. 이 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

인수분해되는 식은 없으나 이차항을 소거할 수 있다.

$$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡} \text{에서 } x - y = -2, \text{ 즉 } y = x + 2$$

$\textcircled{㉠}$ 에 대입하여 정리하면

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x + 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -1, -2$$

$$\therefore x = -1, y = 1 \text{ 또는 } x = -2, y = 0$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = 6$$