

1. $240 \times a = b^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 값은?

① 45 ② 60 ③ 75 ④ 90 ⑤ 105

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3 \times 5$
 $2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$, $b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$
 $a = 15, b = 60$
 $\therefore b - a = 45$

2. 60에 가장 작은 수 A 를 곱하여 어떤 자연수 B 의 제곱이 되게 하려고 한다. $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 45

해설

$$60 \times A = B^2$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{ 이므로 } A = 3 \times 5 = 15$$

$$2^2 \times 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 = B^2$$

$$B = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$\therefore A + B = 45$$

3. 1200 을 가장 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $b - a^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned}1200 \div a &= b^2 \text{ 에서} \\1200 &= 2^4 \times 3 \times 5^2 \\a &= 3 \\2^4 \times 3 \times 5^2 \div 3 &= b^2 \\2^4 \times 5^2 &= b^2 \\b &= 2^2 \times 5 = 20 \\b - a^2 &= 20 - 3^2 = 11\end{aligned}$$

4. $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2$ 의 공약수가 될 수 없는 것은?

① 1

② 2^2

③ 2×5

④ 5^2

⑤ $2^2 \times 5$

해설

두 수의 최대공약수가 $2^2 \times 5$ 이므로 5^2 은 공약수가 될 수 없다.

5. 다음 중 세 수 96, 120, 150 의 공약수는?

① 2×5

② 2^2

③ 3^2

④ 2×3

⑤ $2 \times 3 \times 5$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3 이고
공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 이다

6. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 24 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수인 것은?

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 10 ⑤ 12

해설

공약수는 최대공약수의 약수이다.
⑤ 12 는 24 의 약수이다.

7. 240과 $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

- ① 7개 ② 8개 ③ 9개 ④ 10개 ⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5$ 이므로
(최대공약수) $= 2^3 \times 3^1 \times 5$
 $2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는
 $2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로
 $(3+1) \times (1+1) = 8(\text{개})$

8. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5, 280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1, 4 이다.

10. 검은 펜 70 개, 빨간 펜 100 개, 파란 펜 130 개를 지영이네 반 학생들에게 똑같이 나누어주었더니 검은 펜이 6 개, 빨간 펜이 4 개, 파란 펜이 2 개 남았다. 지영이네 반 학생은 30 명 이상이라고 할 때, 지영이네 반 학생 수를 구하여라.

- ① 30 명 ② 32 명 ③ 34 명 ④ 36 명 ⑤ 38 명

해설

70 보다 6 작은 수, 100 보다 4 작은 수, 130 보다 2 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 64, 96, 128의 공약수 중, 30 이상인 수를 구한다.

$$2) \begin{array}{r} 64 \\ 32 \end{array} \quad 2) \begin{array}{r} 96 \\ 48 \\ 24 \end{array} \quad 2) \begin{array}{r} 128 \\ 64 \\ 32 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 32 \\ 16 \\ 8 \end{array} \quad 2) \begin{array}{r} 48 \\ 24 \\ 12 \end{array} \quad 2) \begin{array}{r} 64 \\ 32 \\ 16 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 16 \\ 8 \\ 4 \end{array} \quad 2) \begin{array}{r} 24 \\ 12 \\ 6 \end{array} \quad 2) \begin{array}{r} 32 \\ 16 \\ 8 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 8 \\ 4 \\ 2 \end{array} \quad 2) \begin{array}{r} 12 \\ 6 \\ 3 \end{array} \quad 2) \begin{array}{r} 16 \\ 8 \\ 4 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 4 \\ 2 \end{array} \quad 2) \begin{array}{r} 6 \\ 3 \end{array} \quad 2) \begin{array}{r} 8 \\ 4 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 2 \\ 1 \end{array} \quad 2) \begin{array}{r} 3 \\ 1 \end{array} \quad 2) \begin{array}{r} 4 \\ 1 \end{array}$$

$$\text{최대공약수} : 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

최대공약수인 32의 약수 중 30보다 큰 수는 32이다. 따라서 지영이네 반 학생 수는 32명이다.

11. 어떤 수로 35 를 나누면 3 이 남고 118 을 나누면 2 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

- ① 16 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

32 와 120 의 최대공약수이므로 8 이다.

12. 어떤 자연수로 17을 나누면 1이 남고, 34를 나누면 2가 남는다. 어떤 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

17을 나누면 1이 남는다. : $(17-1)$ 을 나누면 나누어 떨어진다.
34를 나누면 2가 남는다. : $(34-2)$ 를 나누면 나누어 떨어진다.
이러한 수들은 16과 32의 공약수이고, 가장 큰 수는 16과 32의 최대공약수 16이다.

13. 어떤 자연수를 3으로 나누면 1이 남고, 4로 나누면 2가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중 가장 작은 수를 구하면?

- ① 10 ② 12 ③ 8 ④ 22 ⑤ 14

해설

구하는 수는 3, 4로 나눌 때 2가 부족한 수이므로
(3과 4의 공배수)-2인 수이다.
3, 4의 최소공배수가 12이므로 가장 작은 자연수는 $12-2=10$
이다.
∴ 10

14. 5로 나누어도 3이 남고, 6으로 나누어도 3이 남는 자연수 중 100 이하의 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

▷ 정답 : 63

▷ 정답 : 93

해설

구하는 수는 5, 6의 공배수보다 3만큼 큰 수 중 100 이하의 수이다. 이때, 5, 6의 최소공배수는 30이므로 5, 6의 공배수는 30, 60, ... 이다.
따라서 구하는 수는 33, 63, 93 이다.

15. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 자연수 중에서 가장 작은 것은?

- ① 60 ② 63 ③ 120 ④ 123 ⑤ 180

해설

구하는 수는 (4, 5, 6의 최소공배수) + 3
4, 5, 6의 최소공배수는 60 이므로
 $60 + 3 = 63$ 이다.

16. 자연수 A 와 36 의 최대공약수가 4 이고 최소공배수는 144 일 때, 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$4) \frac{A}{a} = \frac{36}{9}$$

A 와 36 의 최소공배수가 144 이므로

$$4 \times a \times 9 = a \times 36 = 144$$

$$a = 144 \div 36 = 4$$

$$\therefore A = 4 \times 4 = 16$$

[별해] 두 자연수 A, B 의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 자연수의 곱인 $A \times B$ 와 같다.

$$A \times 36 = 4 \times 144$$

$$\therefore A = 4 \times 144 \div 36 = 16$$

17. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 12, 최소공배수가 216 일 때, 차가 가장 작은 A, B 의 값을 각각 구하여라. (단, $A < B$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A = 24$

▷ 정답: $B = 108$

해설

$$12) \frac{A}{a} \quad \frac{B}{b}$$

두 자연수 A, B 는 최대공약수가 12, 최소공배수가 216 이므로

$$12 \times a \times b = 216$$

$a \times b = 18$ (단, a, b 는 서로소)

$A = 12 \times a, B = 12 \times b$ 이고,

$A < B$ 이므로

$$a = 1, b = 18 \text{ 또는 } a = 2, b = 9$$

(i) $a = 1, b = 18$ 일 때

$$B - A = 12 \times 18 - 12 \times 1 = 204$$

(ii) $a = 2, b = 9$ 일 때

$$B - A = 12 \times 9 - 12 \times 2 = 84$$

차가 가장 작은 A, B 의 값을 구해야 하므로

$$a = 2, b = 9$$

$$\therefore A = 12 \times 2 = 24$$

$$B = 12 \times 9 = 108$$

18. 두 자리의 두 정수의 최소공배수가 792 이고 최대공약수가 11 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하면?

- ① 87 ② 99 ③ 175 ④ 183 ⑤ 187

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이고, 두 수는 최대공약수 11 의 배수이고, 두 자리 수이므로 $11 \times 2^3 = 88$ 과 $11 \times 3^2 = 99$ 가 된다.
 $\therefore 88 + 99 = 187$