

1. $2^4 = a$, $3^b = 27$ 을 만족하는 a , b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 8$, $b = 2$

② $a = 8$, $b = 3$

③ $a = 16$, $b = 2$

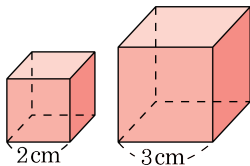
④ $a = 16$, $b = 3$

⑤ $a = 32$, $b = 4$

해설

$2^4 = 16$, $3^3 = 27$ 이므로 $a = 16$, $b = 3$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 각각 2cm, 3cm 인 두 정육면체가 있다. (가) 정육면체의 부피는 2^acm^3 이고, (나) 정육면체의 밑넓이는 3^bcm^2 일 때, 2^a 과 3^b 의 대소를 비교하여라. (단, a, b 는 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : $2^a < 3^b$

해설

(가) 정육면체의 부피는 $2 \times 2 \times 2 = 2^3 (\text{cm}^3)$ 이고, (나) 정육면체의 밑넓이는 $3 \times 3 = 3^2 (\text{cm}^2)$ 이다. 따라서 $2^a = 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, $3^b = 3^2 = 3 \times 3 = 9$ 이므로 $2^a < 3^b$ 이다.

3. $2^{10} = 1024$ 를 이용하여 $1024 - 2^9 - 2^a = 256$ 을 만족하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$2^{10} = 1024$ 이므로 $2^9 = 512$ 이다.

따라서 $1024 - 512 - 2^a = 256$, $2^a = 256$ 이므로 $a = 8$ 이다.

4. 240과 $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

① 7개

② 8개

③ 9개

④ 10개

⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5$ 이므로

(최대공약수) $= 2^3 \times 3^1 \times 5$

$2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는

$2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로

$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$

5. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 과 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수 중에서 5 의 배수인 약수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

최대공약수 : $2^2 \times 3^2 \times 5$

$2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중 5 의 배수의 개수는
 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수와 같다.

$\therefore (2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)

6. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4

② 9

③ 16

④ 25

⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5$, $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1, 4이다.

7. 우유 48 개, 빵 62 개, 사과 33 개를 가능한 한 많은 사람에게 같은 개수로 나누어 주려고 한다. 우유는 개수가 맞았고, 빵은 2 개, 사과는 3 개가 남았을 때, 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과의 합을 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 23개

해설

48, 60, 30 의 최대공약수는 6 이다.

→ 한 사람당 우유 8 개, 빵 10 개, 사과 5 개씩 받는다.

따라서 한 사람이 받는 우유, 빵, 사과의 합은 23 개이다.

8. 어떤 자연수로 93 을 나누면 3 이 남고, 49 를 나누면 4 가 남고, 76 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

구하는 가장 큰 자연수는 90, 45, 75 의 최대공약수,

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5, 45 = 3^2 \times 5, 75 = 3 \times 5^2$$

$$\therefore 3 \times 5 = 15$$

9. 사탕 52개, 초콜릿 75개, 껌 103개를 가능한 한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 사탕은 2개가 부족하고, 초콜릿은 3개가 남았고, 껌은 5개가 부족했다. 몇 명의 학생에게 나누어 주려고 하였는지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 18명

해설

사탕은 2개 부족하고, 초콜릿은 3개 남고, 껌은 5개 부족하므로 사탕은 54개, 초콜릿 72개, 껌 108개가 있으면 똑같이 나누어 줄 수 있다.

따라서 구하는 학생 수는 54, 72, 108의 최대공약수인 18명이다.

10. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$ 와 $2^a \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 13

② 12

③ 10

④ 8

⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이므로

$2^a = 2^3$, $3^b = 3^3$, $c = 7$ 이다.

$\therefore a = 3$, $b = 3$, $c = 7$ 에서 $a + b + c = 13$

11. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$a = 3, b = 2, c = 7$ 이다.

$\therefore a + b + c = 12$

12. 두 수 $2^a \times 7^b \times 13$, $2^2 \times 13^c$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 7^3 \times 13^2$ 일 때,
 $a + b - c$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$2^a = 2^4$ 이므로 $a = 4$,

$7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,

$13^c = 13^2$ 이므로 $c = 2$ 이다.

따라서 $a + b - c = 5$ 이다.

13. 10으로 나누면 1이 남고, 4와 6으로 나누면 1이 모자라는 수 중에서 가장 작은 세 자리수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 131

해설

$$60 \times 2 + 11 = 131$$

14. 두 자연수 3, 4 중 어느 수로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

3, 4 의 최소공배수는 12 이므로 구하는 자연수는 $12 + 1 = 13$

15. 세 자연수 16, 18, 24 의 어느 것으로 나누어도 나누어 떨어지는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 144

해설

구하는 수를 x 라고 하면 x 는 16, 18, 24 의 공배수이다.
16, 18, 24 의 최소공배수는 144 이다.

16. 자연수 N 과 24 의 최대공약수는 6 이고 최소공배수는 120 일 때, 자연수 N 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

N 과 24 의 최대공약수가 6 이므로

$N = 6n$ 이라 하면

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 6n \quad 24} \\ \underline{n \quad 4} \end{array}$$

$$6 \times n \times 4 = 120, n = 5$$

$$\therefore N = 6 \times 5 = 30$$

17. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 8, 최소공배수는 280 이고, $A+B=96$ 일 때, $A-B$ 는? (단, $A > B$)

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

해설

$$A = 8a, B = 8b$$

(단, a, b 는 서로소, $a > b$)라 하면

최소공배수 $280 = 8 \times 35 = 8 \times a \times b$ 이다.

$a \times b = 35$ 이므로

$a = 35, b = 1$ 일 때 $A = 280, B = 8$ 이고,

$a = 7, b = 5$ 일 때 $A = 56, B = 40$ 이다.

$A+B=96$ 이므로 $A = 56, B = 40$ 이다.

$$\therefore A - B = 16$$

18. 두 수 $2^2 \times 3^a \times 5$ 와 $2^b \times 3 \times 7$ 의 최대공약수가 2×3 이고, 최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

최대공약수에서 2 의 지수가 1 이므로 $b = 1$ 이다.

한 편, 최소공배수에서 3 의 지수가 3 이므로 $a = 3$ 이다.

따라서 $a + b = 3 + 1 = 4$ 이다.