

1. 240과 $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

- ① 7개 ② 8개 ③ 9개 ④ 10개 ⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5$ 이므로
(최대공약수) $= 2^3 \times 3^1 \times 5$
 $2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는
 $2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로
 $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$

2. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5$, $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1,4 이다.

3. 54와 72의 공약수 중에서 3의 배수인 약수를 a 개라 할 때 a 의 약수의 개수는?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3의 배수인 약수는 4개이다.

4를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2 + 1) = 3$

4. 몇 명의 학생들에게 바나나 45 개, 귤 56 개, 자두 77 개를 똑같이 나누어 줄 때, 바나나는 3 개가 모자라고, 귤과 자두는 각각 2 개, 5 개가 남는다. 이때, 학생 수는 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 6 명

해설

바나나 45 개를 나누면 3 개가 모자르다. : $(45 + 3)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

귤 56 개를 나누면 2 개가 남는다. : $(56 - 2)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

자두 77 개를 나누면 5 개가 남는다. : $(77 - 5)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

이러한 수는 48, 54, 72 의 공약수이다. 그런데 77 개를 나누면 5 개가 남았으므로 학생 수는 5 명보다는 많아야 한다.

따라서 구하는 학생 수는 5 보다 큰 48, 54, 72 의 최대공약수는 6 이고 6 의 약수 중 5 보다 큰 수는 6 뿐이므로 학생 수는 6 명이다.

5. 사과 26 개와 귤 31 개를 될 수 있는 대로 많은 어린이들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 사과는 2 개가 남고, 귤은 5 개가 부족했다. 어린이는 모두 몇 명인가?

- ① 3 명 ② 4 명 ③ 6 명 ④ 8 명 ⑤ 12 명

해설

어린이 수는 $26 - 2 = 24$, $31 + 5 = 36$ 의 최대공약수 12 (명)

6. 190, 315, 134 를 어떤 자연수로 나누었더니 나머지가 각각 1, 0, 8 이었다. 어떤 수를 모두 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 9
- ▷ 정답 : 21
- ▷ 정답 : 63

해설

나머지가 각각 1, 0, 8 이므로
189, 315, 126 의 공약수가 어떤 수이다.
그러므로 9, 21, 63

7. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$ 와 $2^a \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

㉠ 13 ㉡ 12 ㉢ 10 ㉣ 8 ㉤ 7

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이므로

$2^a = 2^3$, $3^b = 3^3$, $c = 7$ 이다.

$\therefore a = 3$, $b = 3$, $c = 7$ 에서 $a + b + c = 13$

8. 두 수 $2^a \times 7^b \times 13$, $2^2 \times 13^c$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 7^3 \times 13^2$ 일 때, $a + b - c$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$2^a = 2^4$ 이므로 $a = 4$,
 $7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,
 $13^c = 13^2$ 이므로 $c = 2$ 이다.
따라서 $a + b - c = 5$ 이다.

9. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$a = 3, b = 2, c = 7$ 이다.

$\therefore a + b + c = 12$

10. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 자연수 중에서 가장 작은 것은?

① 60

② 63

③ 120

④ 123

⑤ 180

해설

구하는 수는 (4, 5, 6의 최소공배수) + 3
4, 5, 6의 최소공배수는 60 이므로
 $60 + 3 = 63$ 이다.

11. 두 자연수 3, 4 중 어느 수로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

3, 4 의 최소공배수는 12 이므로 구하는 자연수는 $12 + 1 = 13$

12. 세 자연수 16, 18, 24 의 어느 것으로 나누어도 나누어 떨어지는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 144

해설

구하는 수를 x 라고 하면 x 는 16, 18, 24 의 공배수이다.
16, 18, 24 의 최소공배수는 144 이다.

13. 두 수 $2^a \times 3^2 \times 5$, $2^3 \times 3^b \times c$ 의 최대공약수가 12 , 최소공배수가 2520 일 때, $a + b - c$ 의 값은?

① 9

② 6

③ -4

④ -5

⑤ -7

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$a = 2$, $b = 1$, $c = 7$ 이다.

따라서 $a + b - c = 2 + 1 - 7 = -4$ 이다.

14. 세 수 3×5^2 , $c^3 \times 3^a \times 5^2$, $2 \times 3 \times 5^b \times 7$ 의 최대공약수가 $d \times 5$ 이고,
최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $\frac{d}{c} - \frac{b}{a}$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ 5 ④ 9 ⑤ 12

해설

최대공약수가 $d \times 5$,
최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로
 $a = 2, b = 1, c = 2, d = 3$
 $\therefore \frac{d}{c} - \frac{b}{a} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$

15. 두 자연수 A 와 30의 최대공약수는 6이고, 최소공배수는 60일 때, A 와 30의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$A \times 30 = 6 \times 60$$

$$A = 12$$

따라서 두 수의 차를 구하면 $30 - 12 = 18$ 이다.

16. $\frac{28}{5}$ 과 $\frac{35}{8}$ 의 어느 것에 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

- ① $\frac{32}{7}$ ② $\frac{36}{7}$ ③ $\frac{40}{7}$ ④ $\frac{41}{7}$ ⑤ $\frac{43}{7}$

해설

구하는 기약 분수를 $\frac{a}{b}$ 로 놓으면

$a = 40, b = 7$ 이므로 $\frac{a}{b} = \frac{40}{7}$

17. 세 수 $\frac{16}{75}$, $\frac{28}{45}$, $\frac{24}{25}$ 에 어떤 수를 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연 수가 되었다. 어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{225}{4}$

해설

어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를

$\frac{b}{a}$ 라 하면

a 는 16, 28, 24의 최대공약수 4이고,

b 는 75, 45, 25의 최소공배수 225이다.

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{225}{4}$$

18. 두 수 $\frac{35}{72}, \frac{91}{81}$ 의 어느 것에 곱하여도 항상 자연수가 되게 하는 분수가 있다. 이 중 가장 작은 분수를 주어진 두 수에 곱하여 만들어진 두 자연수의 합을 구한 것은?

① 145 ② 146 ③ 147 ④ 148 ⑤ 149

해설

$\frac{35}{72}, \frac{91}{81}$ 에 곱해야 하는 가장 작은 분수의 분모는 35와 91의 최대공약수인 7이고, 분자는 72와 81의 최소공배수인 648이다. 그러므로 $\frac{35}{72} \times \frac{648}{7} = 45$, $\frac{91}{81} \times \frac{648}{7} = 104$ 이다. 두 자연수의 합은 149이다.