

1. 자연수 a, b, c 에 대하여 $12 \times a = 5 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

12 를 소인수분해하면 $2^2 \times 3$ 이므로 $2^2 \times 3 \times a = 5 \times b = c^2$ 이다
 c 가 최소이므로 $a = 3 \times 5^2$, $b = 5 \times 2^2 \times 3^2$ 이어야 한다.
 $2^2 \times 3 \times (3 \times 5^2) = 5 \times (5 \times 2^2 \times 3^2) = (2 \times 3 \times 5)^2$
따라서 c 의 최솟값은 30 이다

2. 24에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 18

해설

$$24 \times a = b^2$$

$$2^3 \times 3 \times a = b^2$$

$$a = 2 \times 3 = 6$$

$$2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore a + b = 18$$

3. 48 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

48 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2 \overline{) 48}$$

$$2 \overline{) 24}$$

$$2 \overline{) 12}$$

$$2 \overline{) 6}$$

$$3$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 \square 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

4. $2^3 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 36 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(3+1)(2+1)(a+1) = 36$$

$$a+1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

5. 자연수 288의 약수의 개수와 자연수 $4 \times 3 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$288 = 2^5 \times 3^2$ 이므로

약수의 개수는 $(5+1) \times (2+1) = 18$ (개)

$4 \times 3 \times 7^a = 2^2 \times 3 \times 7^a$ 이므로

약수의 개수는

$(2+1) \times (1+1) \times (a+1) = 6 \times (a+1)$ (개)

$6 \times (a+1) = 18$ 이므로

$a+1 = 3$

$\therefore a = 2$

6. 자연수 135의 약수의 개수와 $3 \times 5^n \times a^m$ 의 약수의 개수가 같을 때, $n+m$ 의 값은? (단, m, n 은 자연수이고, $a \neq 3, 5$ 인 소수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

$$(\text{약수의 개수}) = 4 \times 2 = 8(\text{개})$$

$$(1+1) \times (n+1) \times (m+1) = 8, n=1, m=1$$

$$\text{그러므로 } n+m = 1+1 = 2$$

7. 어떤 두 수의 최대공약수가 24일 때, 이 두 수의 공약수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

해설

어떤 두 수의 공약수는 최대공약수의 약수와 같다.
따라서, 24의 약수는 {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24} 이다.

8. 두 자연수의 최대공약수가 18일 때, 두 수의 공약수 중에서 두 번째로 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 18의 약수이므로 1, 2, 3, 6, 9, 18 이다.

따라서 두 자연수의 공약수 중에서 두 번째로 큰 수는 9이다.

10. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

- ① 4 ② 9 ③ 16 ④ 25 ⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5, 280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1, 4 이다.

12. $2^3 \times 3^5 \times 5$ 와 $2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 이므로 이 수의 약수 중 제곱이 되는 수를 찾는다.
 $1^2, 2^2, 3^2, 3^4, 2^2 \times 3^2, 2^2 \times 3^4$ 모두 6 개이다.

13. 두 자연수 27, 39를 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 모두 3이 된다.

이러한 자연수 중 가장 큰 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 12

해설

27, 39, 51을 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 3이 된다면, $(27 - 3)$, $(39 - 3)$ 을 어떤 수로 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 24와 36의 최대공약수인 12이다.

15. 어떤 자연수로 45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남는다고 한다. 이를 만족하는 자연수 중 가장 큰 수는?

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남으므로 어떤 자연수는 42, 56, 84의 공약수이다. 따라서 이 중 가장 큰 자연수는 42, 56, 84의 최대공약수인 14이다.

16. 두 수 $2^a \times 7^b \times 13$, $2^2 \times 13^c$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 7^3 \times 13^2$ 일 때, $a+b-c$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2^a = 2^4$ 이므로 $a = 4$,
 $7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,
 $13^c = 13^2$ 이므로 $c = 2$ 이다.
따라서 $a+b-c = 5$ 이다.

17. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
 $a = 3, b = 2, c = 7$ 이다.
 $\therefore a + b + c = 12$

18. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$ 와 $2^a \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 13 ② 12 ③ 10 ④ 8 ⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이므로
 $2^a = 2^3$, $3^b = 3^3$, $c = 7$ 이다.
 $\therefore a = 3$, $b = 3$, $c = 7$ 에서 $a + b + c = 13$

19. 세 자연수의 비가 $3 : 5 : 9$ 이고, 최소공배수가 810 일 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

▷ 정답 : 90

▷ 정답 : 162

해설

세 자연수를 $3 \times x, 5 \times x, 9 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) 3 \times x \quad 5 \times x \quad 9 \times x \\ 3) \quad 3 \quad 5 \quad 9 \\ \quad 1 \quad 5 \quad 3 \end{array}$$

$$x \times 3 \times 5 \times 3 = 810, \quad x = 18$$

따라서 세 자연수는 54, 90, 162 이다.

20. $10 \times x$, $12 \times x$ 의 최소공배수가 360 이라고 할 때 x 의 값은 얼마인가?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$10 \times x$, $12 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 360$ 이다.
따라서 $x = 6$ 이다.

21. 세 자연수의 비가 $2:3:6$ 이고 최소공배수가 246 일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 246

해설

세 자연수의 비가 $2:3:6$ 일 때, 원래의 세 자연수를 $2 \times a, 3 \times a, 6 \times a$ 라고 하면

$$\begin{array}{r} a) \overline{2 \times a \quad 3 \times a \quad 6 \times a} \\ 2) \overline{2 \quad 3 \quad 6} \\ 3) \overline{1 \quad 3 \quad 3} \\ \quad 1 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

최소공배수는 $a \times 2 \times 3 = 6 \times a$ 이다.

세 수의 최소공배수가 246 이므로 $6 \times a = 246$ 이고, $a = 41$ 이다.

따라서 세 자연수는 $2 \times 41 = 82, 3 \times 41 = 123, 6 \times 41 = 246$ 이다. 그 중 가장 큰 수는 246이다.

22. 두 자연수 3, 4 중 어느 수로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 자연 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

3, 4 의 최소공배수는 12 이므로 구하는 자연수는 $12 + 1 = 13$

23. 어떤 자연수를 3으로 나누면 1이 남고, 4로 나누면 2가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중 가장 작은 수를 구하면?

- ① 10 ② 12 ③ 8 ④ 22 ⑤ 14

해설

구하는 수는 3, 4로 나눌 때 2가 부족한 수이므로
(3과 4의 공배수)-2인 수이다.
3, 4의 최소공배수가 12이므로 가장 작은 자연수는 $12-2=10$
이다.
∴ 10

24. 세 자연수 16, 18, 24 의 어느 것으로 나누어도 나누어 떨어지는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 144

해설

구하는 수를 x 라고 하면 x 는 16, 18, 24 의 공배수이다.
16, 18, 24 의 최소공배수는 144 이다.

25. 최대공약수와 최소공배수가 각각 6, 126 인 조건을 만족시키는 두 자연수로 옳은 것끼리 짝지어진 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 12, 126

② 14, 42

③ 6, 126

④ 18, 42

⑤ 28, 84

해설

두 수를 A, B (단, $A < B$)라 하면

$$6 \mid \begin{array}{l} A \\ B \end{array}$$

$$\text{최소공배수 } 126 = 6 \times 21 = 6 \times a \times b$$

$$a \times b = 21 \quad (a < b, a, b \text{ 는 서로소})$$

$$\therefore (a, b) = (1, 21), (3, 7)$$

$$\text{따라서 } A = 6, B = 126 \text{ 또는 } A = 18, b = 42$$

26. 자연수 x, y, z 에 대하여 $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = 3$ 일 때, a, b, c 의 최대공약수는 3 이고 최소공배수는 30 이다. x, y, z 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : x, y, z 의 최대공약수 = 9

▷ 정답 : x, y, z 의 최소공배수 = 90

해설

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 이고, a, b, c 의 최대공약수는 3 이므로,
 $x = 3a, y = 3b, z = 3c$ 일 때,
 x, y, z 의 최대공약수는 3×3 이고,
 x, y, z 의 최소공배수는 3×30 이다.
 $\therefore x, y, z$ 의 최대공약수 = 9, x, y, z 의 최소공배수 = 90

27. 두 수 $2^a \times 3^2 \times 5$, $2^3 \times 3^b \times c$ 의 최대공약수가 12, 최소공배수가 2520 일 때, $a + b - c$ 의 값은?

- ① 9 ② 6 ③ -4 ④ -5 ⑤ -7

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
 $a = 2$, $b = 1$, $c = 7$ 이다.
따라서 $a + b - c = 2 + 1 - 7 = -4$ 이다.

28. $\frac{12}{7}$, $\frac{36}{5}$, $\frac{15}{4}$ 의 어느 것에 곱하여도 양의 정수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{100}{3}$ ④ $\frac{120}{3}$ ⑤ $\frac{140}{3}$

해설

7, 5, 4 의 최소공배수 : 140

12, 36, 15 의 최대공약수 : 3

따라서, 구하는 분수는 $\frac{140}{3}$ 이다.

29. $\frac{35}{6}, \frac{10}{3}, \frac{5}{9}$ 의 어느 것과 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 분수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{18}{5}$

해설

$$\frac{(6, 3, 9 \text{의 최소공배수})}{(35, 10, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{18}{5}$$

30. 두 분수 $\frac{1}{12}$ 과 $\frac{1}{15}$ 의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 수는?

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

해설

두 분수에 곱하여 자연수가 되게 하는 n 은 12와 15의 공배수이다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
 n 의 값 중 가장 작은 수는 60이다.