

1. 다음 식이 이차함수가 되기 위한 a 의 조건은?

$$y = ax^2 + 3x + 4$$

- ① $a > 0$ ② $a < 0$ ③ $a = 0$ ④ $a \neq 0$ ⑤ $a = 4$

해설

x^2 의 계수가 0이 아니어야 이차함수이다.
 $\therefore a \neq 0$

2. 다음 중 이차함수인 것을 모두 고르면?

① $y = 5x$

② $y = x(x + 5)$

③ $y = \frac{3}{x^2}$

④ $y = (x - 2)^2 - x^2 + 1$

⑤ $y = (x - 2)(x + 1)$

해설

①은 일차함수, ③은 분수함수이고 ④는 정리하면 $y = -4x + 5$ 이므로 일차함수이다.

3. 다음 보기에서 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 반지름의 길이가 x 인 원의 넓이는 y
- ㉡ 양초의 길이가 24cm 이고 불을 붙이면 20 분에 8cm 씩 짧아질 때, 양초가 탄 시간을 x , 양초의 길이는 y
- ㉢ 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이는 y
- ㉣ 밑변의 길이가 x , 높이는 밑변의 길이의 2 배인 삼각형의 넓이는 y

- ① ㉠, ㉣
- ② ㉠, ㉡, ㉣
- ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

㉠ $y = \pi x^2$

㉡ $y = 24 - \frac{2}{5}x$

㉢ $y = x^2$

㉣ $y = \frac{1}{2} \times x \times 2x = x^2$

따라서 이차함수인 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

4. 다음 중 이차함수인 것은?

① $y = -x + 2$

② $y = \frac{1}{x^2} + 3$

③ $y = x^2 + 5x - 1$

④ $xy = 6$

⑤ $y = x(x-3) - x^2$

해설

① 일차함수이다.

② $y = \frac{1}{x^2}$ 의 꼴은 이차함수가 아니다.

④ $y = \frac{6}{x}$ 이므로 이차함수가 아니다.

⑤ x^2 의 항이 없으므로 일차함수이다.

5. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 5x - 3$ 에서 $f(2)$ 의 값은?

- ① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$f(x) = -x^2 + 5x - 3$ 에서 $x = 2$ 를 대입하면 $f(2) = 3$ 이다.

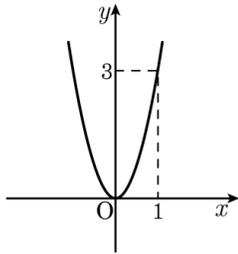
6. 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $f(0) = -3$ ② $f(-1) = 6$ ③ $f(1) = 0$
④ $f(2) = 5$ ⑤ $f(-2) = -3$

해설

$$f(-1) = (-1)^2 + 2 \times (-1) - 3 = -4$$

7. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 3$ 을 대입하면
 $3 = a \times 1^2 \quad \therefore a = 3$

8. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 9)$ 를 지날 때, a 의 값을 구하면? (단, $a < 0$)

- ① $\sqrt{6}$ ② $-\sqrt{6}$ ③ 2 ④ -2 ⑤ $-\sqrt{3}$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 - 9)$ 를 지나므로

$$a^2 - 9 = -\frac{1}{2}a^2$$

$$\frac{3}{2}a^2 = 9$$

$$a^2 = 6$$

$a < 0$ 이므로 $a = -\sqrt{6}$

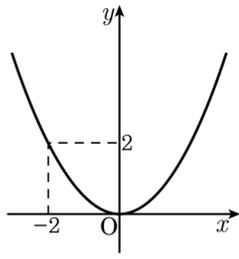
9. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 3)$, $(k, 12)$ 를 지날 때, k 의 값은?(단, $k < 0$)

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$y = ax^2$ 에 $(-1, 3)$ 을 대입하면 $3 = a$ 이다.
따라서 $y = 3x^2$ 이고 이 그래프가 점 $(k, 12)$ 를 지나므로
 $12 = 3 \times k^2$, $k^2 = 4$
따라서 음수 k 의 값은 -2 이다.

10. 다음 그림과 같이 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



- ① $y = \frac{1}{4}x^2$ ② $y = \frac{1}{2}x^2$ ③ $y = \frac{3}{4}x^2$
④ $y = \frac{3}{2}x^2$ ⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

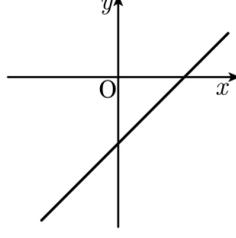
해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-2, 2)$ 를 지나므로

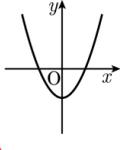
$$2 = a \times (-2)^2, \quad 4a = 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

따라서 이차함수의 식은 $y = \frac{1}{2}x^2$ 이다.

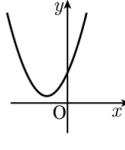
11. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = bx^2 + a$ 의 그래프는?



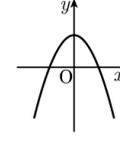
①



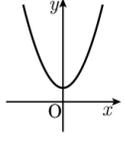
②



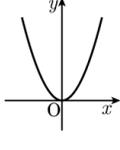
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 그래프에서 $a > 0$, $b < 0$ 이므로 이차함수 $y = bx^2 + a$ 는 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

12. 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(1, -3)$ 을 지나는 이차함수가 점 $(-2, m)$ 을 지날 때, 상수 m 의 값은?

① -6 ② -8 ③ -10 ④ -12 ⑤ -14

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(1, -3)$ 을 지나므로
 $-3 = a \times 1^2$, $a = -3 \therefore y = -3x^2$
점 $(-2, m)$ 을 지나므로 $m = -3 \times (-2)^2 = -12 \therefore m = -12$

13. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은?

① $y = 4x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

④ $y = \frac{1}{4}x^2$

⑤ $y = 2x^2$

해설

위로 볼록하려면 (x^2 의 계수) < 0 이므로 $y = -3x^2$

14. 다음 이차함수의 그래프 중 아래로 볼록한 것은?

① $y = -4x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

④ $y = -\frac{1}{4}x^2$

⑤ $y = -2x^2$

해설

아래로 볼록하려면 (x^2 의 계수) > 0 이므로 $y = \frac{1}{3}x^2$

15. 다음 이차함수의 그래프 중에서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{4}x^2$

② $y = -\frac{1}{4}x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

$y = kx^2$ ($k > 0$)의 폭은 아래로 볼록하고, k 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

16. 다음 중 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = \frac{1}{4}x^2$

② $y = 2x^2$

③ $y = -\frac{1}{3}x^2$

④ $y = -5x^2$

⑤ $y = \frac{4}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓다.

17. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 고르면? (정답 3 개)

- ① 꼭짓점의 좌표는 (1, 1) 이다.
- ② 아래로 볼록하다.
- ③ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
- ④ 점 (-3, 9) 를 지난다.
- ⑤ $y = -2x^2$ 의 그래프보다 폭이 더 좁다.

해설

$y = x^2$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

18. 다음은 $y = -2x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 위로 볼록한 포물선이다.
- ② $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이고, 대칭축은 y 축이다.
- ④ 점 $(-1, 2)$ 를 지난다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가한다.

해설

④ $2 \neq -2 \times 1^2$

19. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

- ① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

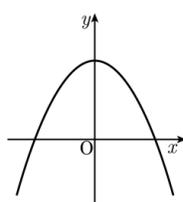
$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$ 에 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$

20. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b 의 부호는?

- ① $a < 0, b > 0$ ② $a > 0, b > 0$
③ $a > 0, b < 0$ ④ $a < 0, b = 0$
⑤ $a < 0, b < 0$



해설

위로 볼록하고, 꼭짓점이 x 축의 위에 있으므로, $a < 0, b > 0$ 이 옳다.

21. 이차함수 $y = -(x+1)^2$ 의 y 의 값의 범위는?

① $y \geq -1$

② $y \leq -1$

③ $y \geq 0$

④ $y \leq 0$

⑤ $y \geq 1$

해설

실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.

22. 이차함수 $y = -(x+2)^2$ 의 y 의 값의 범위는?

① $y \geq -1$

② $y \leq -1$

③ $y \geq 0$

④ $y \leq 0$

⑤ $y \geq 1$

해설

실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.

23. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼, y 축의 방향으로 -6 만큼 평행이동하면 점 $(6, k)$ 을 지난다고 할 때, k 의 값은?

- ① 1 ② -1 ③ 3 ④ -3 ⑤ 5

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x - p)^2 + q$ 이므로 함수의 식은 $y = 3(x - 5)^2 - 6$ 이다. 점 $(6, k)$ 를 지나므로 대입하면 $k = 3(6 - 5)^2 - 6$ 이므로 $k = -3$ 이다.

24. 평행이동에 의하여 포물선 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어 지는 것은?

① $y = \frac{1}{3}x^2 + 1$

② $y = -3x^2 - 2x + 1$

③ $y = 3x^2 + 1$

④ $y = x^2 + 1$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + 4$

해설

완전히 포개어지려면 x^2 의 계수가 같아야 한다.

25. 이차함수 $y = 3(x+4)^2 - 2$ 의 그래프에서 꼭짓점의 좌표를 (a, b) , 축을 $x = c$ 라 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = 3(x+4)^2 - 2$ 의 꼭짓점의 좌표는
 $(-4, -2) = (a, b)$
축은 $x = c = -4$
 $\therefore a + b - c = -4 + (-2) - (-4) = -2$

26. 이차함수 $y = \frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프에서 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 차례대로 구하면?

① $x = 2, (2, 0)$

② $x = 2, (-2, 0)$

③ $x = -2, (2, 0)$

④ $x = -2, (-2, 0)$

⑤ $x = -2, (0, -2)$

해설

$y = \frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 축의 방정식은 $x = -2$ 이고 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 0)$

27. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

- ① $x > -2$ ② $x < -2$ ③ $x < 2$
④ $x > 2$ ⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x+2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
 $x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

28. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

- ① $x > -1$ ② $x < -2$ ③ $x > 2$
④ $x < 1$ ⑤ $x < \frac{1}{2}$

해설

주어진 이차함수는 아래로 볼록이고, 축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 조건을 만족하는 부분은 $x < -2$

29. 이차함수 $y = (x-2)^2 + 1$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 다음, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

- ① (2, 2) ② (2, -1) ③ (2, 0)
④ (2, -2) ⑤ (2, 1)

해설

$y = (x-2)^2 + 1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면
 $-y = (x-2)^2 + 1 \Leftrightarrow y = -(x-2)^2 - 1$
 $y = -(x-2)^2 - 1$ 을 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면
 $y = -(x-2)^2 - 1 + 1 \Leftrightarrow y = -(x-2)^2$
 \therefore 꼭짓점의 좌표는 (2, 0)

30. 이차함수 $y = -\frac{5}{4}(x-3)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선이 점 $(7, a)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하면?

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

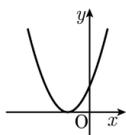
해설

$y = -\frac{5}{4}(x-3)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선은 $y = \frac{5}{4}(x-3)^2$ 이다.

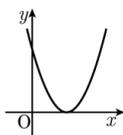
이다. 따라서 식에 $(7, a)$ 를 대입하면 $a = \frac{5}{4} \times 4^2 = 20$ 이다.

31. 일차함수 $y = ax + b (a \neq 0, b \neq 0)$ 의 그래프가 제2 사분면을 지나지 않을 때, 이차함수 $y = a(x - b)^2$ 의 그래프는?

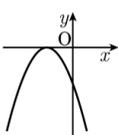
①



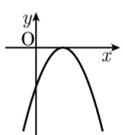
②



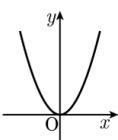
③



④



⑤

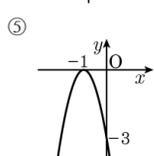
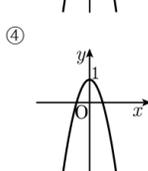
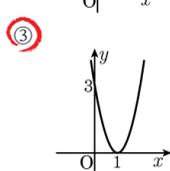
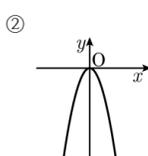
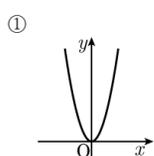


해설

$y = ax + b$ 의 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않으므로 $a > 0, b < 0$ 이다.

$y = a(x - b)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 모양이고, 꼭짓점은 y 축의 왼쪽에 있다.

32. 다음 중 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행 이동한 그래프는?



해설

x 축의 방향으로 +1 만큼 평행이동한 그래프는 $y = 3(x - 1)^2$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 (1, 0) 이다. 따라서 그래프는 ③이다.

33. 축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하며, y 축과의 교점의 좌표가 $(0, -2)$ 인 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2$

② $y = -2(x-1)^2$

③ $y = 2(x+1)^2$

④ $y = 2(x-1)^2$

⑤ $y = -x^2 - 2$

해설

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하므로 $y = a(x+1)^2$ 이고, y 축과의 교점의 좌표가 $(0, -2)$ 이므로 $-2 = a(0+1)^2$, $a = -2$ 이다.
 $\therefore y = -2(x+1)^2$

34. 다음 안을 알맞게 채워라.

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 성립하기 위한 조건은 이다. 다

음 중 알맞은 것을 고르면?

- ① $\frac{a}{c} < 0$ ② $b > 0$ ③ $a \neq 0$
④ $ab > 0$ ⑤ $a > 0$

해설

$a = 0$ 이면 $y = 0 \times x^2 + bx + c$ 로 곧 일차함수 $y = bx + c$ 가 된다.

35. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

36. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 5$ 을 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 고칠 때, $a + p + q$ 의 값을 구하면?

- ① -11 ② -12 ③ -13 ④ -14 ⑤ -15

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 5 = 2(x^2 - 6x) + 5 \\ &= 2(x-3)^2 - 18 + 5 \\ &= 2(x-3)^2 - 13 \\ a &= 2, p = -3, q = -13 \\ \therefore a + p + q &= 2 + (-3) + (-13) = -14 \end{aligned}$$

37. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① -16 ② -32 ③ -8 ④ -4 ⑤ 4

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은
 $y = -2(x + 3)^2$ 이고 이 식을 전개하면
 $y = -2x^2 - 12x - 18$
 $a = -2, b = -12, c = -18$
 $\therefore a + b + c = -2 - 12 - 18 = -32$

38. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 아래로 볼록하다.
- ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ③ y 축과 점 $(0, 5)$ 에서 만난다.
- ④ 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.
- ⑤ 평행이동하면 $y = -2x^2 + 3$ 의 그래프와 완전히 포개어진다.

해설

$$y = -2(x^2 + 4x + 4 - 4) - 5 = -2(x + 2)^2 + 3$$

39. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때, $p + q$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x) - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 3\end{aligned}$$

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이므로

$$p = -1, q = -3$$

$$\therefore p + q = -4$$

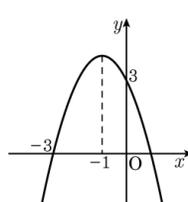
40. 다음 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 이차함수의 그래프는 포물선이다.
- ② 이차함수는 대칭축을 기준으로 좌우 대칭이다.
- ③ 이차함수의 그래프와 축과의 교점은 원점이다.
- ④ 이차함수의 그래프는 직선이 될 수 없다.
- ⑤ 이차함수의 대칭축은 x 축이 될 수 없다.

해설

이차함수의 그래프와 축과의 교점은 절편이다.

41. 다음 그림을 보고 이차함수의 식을 구하면?



- ① $y = -(x+1)^2 + 1$ (또는 $y = -x^2 - 2x$)
- ② $y = -(x+1)^2 + 2$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 1$)
- ③ $y = -(x+1)^2 + 3$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 2$)
- ④ $y = -(x+1)^2 + 4$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 3$)
- ⑤ $y = -(x+1)^2 + 5$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 4$)

해설

축이 $x = -1$ 이므로
 $y = a(x+1)^2 + q$
점 $(-3, 0)$, $(0, 3)$ 을 지나므로
 $0 = 4a + q$, $3 = a + q$
두 식을 연립하여 풀면
 $a = -1$, $q = 4$
 $\therefore y = -(x+1)^2 + 4 = -x^2 - 2x + 3$

42. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 의 그래프의 축의 방정식은?

① $x = 2$

② $x = -2$

③ $x = 4$

④ $x = -4$

⑤ $x = 6$

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x - 2)^2 - 11 \end{aligned}$$

따라서 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

43. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 것이다. k 의 값은?

- ① -13 ② -5 ③ 3 ④ 11 ⑤ 13

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 3 \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 8x + 16 - 16) + 3 \\ &= -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 8 + 3 \\ &= -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 11\end{aligned}$$

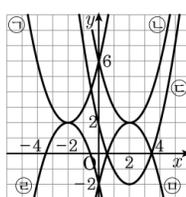
따라서 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축으로 4 만큼

y 축으로 11 만큼 평행이동한 것이다.

$$\therefore k = 11$$

44. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 6$ 의 그래프를 구하여라.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
 ④ ㉣ ⑤ ㉤



해설

이차함수 $y = x^2 - 4x + 6$
 $= (x^2 - 4x + 4) - 4 + 6$
 $= (x - 2)^2 + 2$ 이므로
 꼭짓점의 좌표가 (2, 2) 이고, y 절편은 6이므로 그래프는 ㉡이다.

45. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

46. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

② $y = 3x^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

④ $y = 2x^2 + 5x - 8$

⑤ $y = x^2 + 4x - 1$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.
따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

47. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 1$

② $x < 1$

③ $x > 0$

④ $x > -1$

⑤ $x < -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 - 4x + 10 \\ &= -2(x+1)^2 + 12 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $\{x \mid x > -1\}$ 이다.

48. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 16$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 3$

② $x > 2$

③ $x < 3$

④ $x < 2$

⑤ $x < -3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 16 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16 \\ &= 2(x-3)^2 - 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = 3$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

49. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$ 의 그래프와 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표가 p, q 이고, y 축과 만나는 점의 좌표가 r 일 때, pqr 의 값을 구하면?

- ① -32 ② -16 ③ -8 ④ 16 ⑤ 32

해설

x 축과의 교점 ($y = 0$ 을 대입) 의 x 좌표를 구하면

$$0 = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$$

$$(x-4)(x+2) = 0 \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

y 축과 만나는 점의 좌표가 r 은 y 절편이므로 $r = 4$

$$\therefore pqr = (-2) \times 4 \times 4 = -32$$

50. 이차함수 $y = 2(x-1)^2$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는?

- ① (0, -1) ② (0, 1) ③ (0, -2)
④ (0, 2) ⑤ (0, 3)

해설

y 축과의 교점 ($x=0$ 을 대입) 은
 $y = 2 \times (0-1)^2 = 2$
 $\therefore y$ 축과 만나는 점의 좌표는 (0, 2)

51. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나는 것은?

① $y = x^2 + 1$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = x^2 - 3x - 2$

④ $y = 2x^2 + 4x + 4$

⑤ $y = 3x^2 + 7x - 1$

해설

한 점에서 만나려면 증근을 가지므로 $D = 0$ 일 때이다.

52. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k > -2$ ② $k > -1$ ③ $k < -2$
④ $k < -1$ ⑤ $k > 0$

해설

아래로 볼록한 포물선이 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위해서는 꼭짓점의 y 좌표가 음수이어야 한다.

$$y = 2x^2 + 4x - k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - k = 2(x+1)^2 + (-2-k)$$

꼭짓점 $(-1, -2-k)$ 에서 $-2-k < 0 \therefore k > -2$

해설

$y = 2x^2 + 4x - k$ 가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나면 방정식 $0 = 2x^2 + 4x - k$ 이 서로 다른 두 근을 갖는다.

$$D = 4^2 + 8k > 0 \therefore k > -2$$

53. 아래 이차함수 식 가운데 x 축과 교점이 한 개인 것은?

① $y = x^2 - x + 3$

② $y = x^2 + x - 2$

③ $y = x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 3x + 4$

⑤ $y = 4x^2 - 4x + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2개

$b^2 - 4ac = 0$: 1개

$b^2 - 4ac < 0$: 0개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 4 = 0$

따라서 x 축과 한 점에서 만난다.

54. 직선 $y = x + m$ 과 포물선 $y = x^2 + 3x + 3$ 이 한 점에서 만날 때, m 의 값을 구하면?

- ① -4 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x + m = x^2 + 3x + 3$ 이 중근을 가진다.
 $x^2 + 2x + 3 - m = 0$ 에서 $D/4 = 1^2 - (3 - m) = 0$
 $\therefore m = 2$

55. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 이고, $p > 0, q < 0, a > 0, c > 0$ 일 때, 이 이차함수의 그래프가 지나는 사분면을 보기에서 모두 고른 것은?

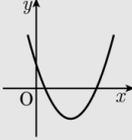
보기

- | | |
|----------|----------|
| ㉠ 제1 사분면 | ㉡ 제2 사분면 |
| ㉢ 제3 사분면 | ㉣ 제4 사분면 |

- ① ㉠, ㉡, ㉣ ② ㉠, ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉢, ㉣
 ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

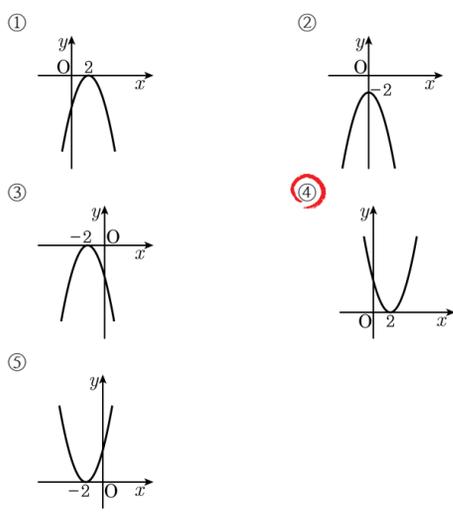
해설

꼭짓점은 제4 사분면에 있고, y 절편이 양수이고, 아래로 볼록한 그래프를 그려 본다.



따라서 제3 사분면을 지나지 않는다.

56. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 4$ 의 그래프로 알맞은 것은?



해설

$y = (x - 2)^2$ 의 그래프이므로 아래로 볼록하고, 꼭짓점이 $(2, 0)$ 인 그래프이다.

57. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + m$ 의 그래프가 제2 사분면을 제외한 모든 사분면을 지나도록 하는 m 의 값의 범위는?

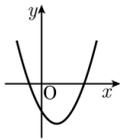
- ① $m > -9$ ② $-9 < m \leq 0$ ③ $m \geq 0$
④ $0 \leq m < 9$ ⑤ $m > 9$

해설

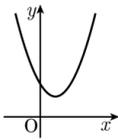
$y = -(x-3)^2 + m + 9$
꼭짓점이 제1 사분면에 있고, y 절편이 음수여야 하므로
 $m \leq 0$
 $m + 9 > 0$
 $\therefore -9 < m \leq 0$

58. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 7$ 의 그래프로 적당한 것은?

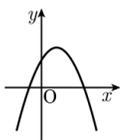
①



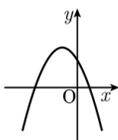
②



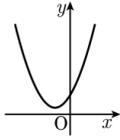
③



④



⑤



해설

x^2 의 계수가 양수이므로 아래로 볼록한 모양이다.

$$y = x^2 - 4x + 7 = (x - 2)^2 + 3$$

꼭짓점이 (2, 3) 으로 제1 사분면에 위치한다.

59. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 점 $(-5, -7)$ 일 때, 이 함수의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않기 위해서 a 값이 가질 수 있는 범위는?

① $a \leq -\frac{3}{4}$
④ $a \leq \frac{7}{25}$

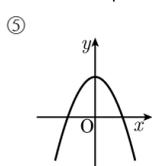
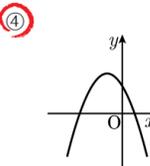
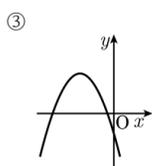
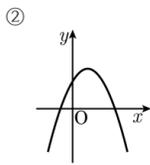
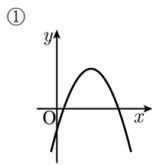
② $a \geq -\frac{3}{4}$
⑤ $0 < a \leq \frac{7}{5}$

③ $a \geq \frac{7}{25}$

해설

$$\begin{aligned} y &= a(x+5)^2 - 7 = ax^2 + 10ax - 7 + 25a \\ (y\text{절편}) &\geq 0 \\ -7 + 25a &\geq 0 \\ \therefore a &\geq \frac{7}{25} \end{aligned}$$

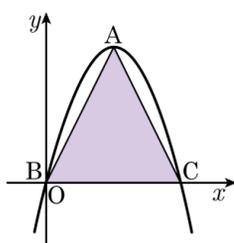
60. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + 1$ 의 그래프로 적당한 것은?



해설

x^2 의 계수가 음수이므로 위로 볼록하고, y 절편은 1 이며, 꼭짓 점은 $(-1, 3)$ 으로 제 2 사분면 위에 있다.

61. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면? (점 A 는 꼭짓점)



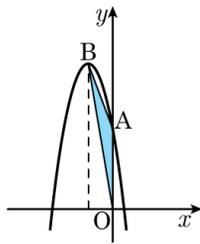
- ① 32 ② 16 ③ 8 ④ 4 ⑤ 2

해설

$y = -(x-2)^2 + 4$ 에서 A(2, 4) 이므로 삼각형의 높이는 4이다.
 $y = x(x-4)$ 에서 B(0, 0), C(4, 0) 이므로 $\overline{BC} = 4$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

62. 이차함수 $y = -x^2 - 6x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 점 A는 y축과의 교점이고 점 B는 꼭짓점이다. 이 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$y = -(x+3)^2 + 17 \text{ 이므로 } B(-3, 17)$$

$$A(0, 8) \text{ 이므로 } \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$$

63. 다음 중 이차함수 $y = 2(x + 2)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 0)$ 이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = -2$
- ④ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
- ⑤ $y = -2(x + 2)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프는 $y = 2(x - 2)^2$ 이다.

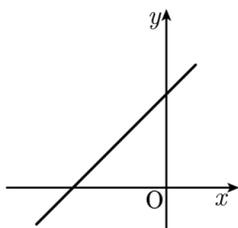
64. $y = k(k+1)x^2 + 3x - 1$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k+1) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq 0, k \neq -1$ 이다.

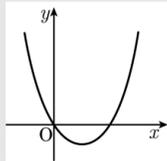
65. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?



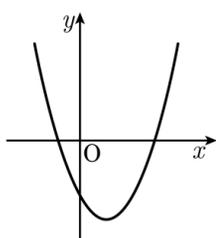
- ① x 축 위 ② y 축 위 ③ 제 1 사분면
 ④ 제 2 사분면 ⑤ 제 4 사분면

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



66. 이차함수 $y = ax^2 - 3x + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, c 의 부호는?



- ① $a > 0, c < 0$ ② $a > 0, c > 0$ ③ $a < 0, c > 0$
④ $a < 0, c < 0$ ⑤ $a > 0, c = 0$

해설

아래로 볼록한 그래피므로 $a > 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$

67. 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이고 y 축과의 교점의 좌표가 $(0, 5)$ 인 이차함수의 식을 구하면?

① $y = -x^2 + 2x - 7$

② $y = -x^2 - 2x + 7$

③ $y = -x^2 + 2x - 5$

④ $y = -x^2 - 2x + 5$

⑤ $y = x^2 - 2x + 5$

해설

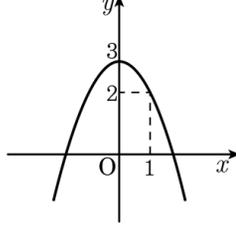
$y = a(x+1)^2 + 6$ 에 $(0, 5)$ 를 대입하면

$$5 = a + 6$$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x+1)^2 + 6 = -x^2 - 2x + 5$$

68. 다음 그림과 같은 그래프를 가지는 이차함수의 식은?

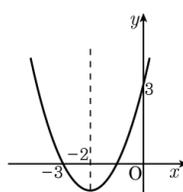


- ① $y = 3x^2 + 1$ ② $y = 3x^2 + 2$ ③ $y = -3x^2 + 3$
④ $y = -x^2 + 3$ ⑤ $y = -x^2 + 2$

해설

그래프의 이차함수의 꼭짓점은 $(0, 3)$ 이므로 $y = ax^2 + 3$ 이고
 $(1, 2)$ 를 지나므로 $2 = a + 3$, $a = -1$ 이다.
따라서 그래프의 식은 $y = -x^2 + 3$ 이다.

69. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a - b + c$ 의 값은?



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 $y = a(x+2)^2 + q$
두 점 $(-3, 0)$, $(0, 3)$ 을 지나므로
 $a + q = 0$, $4a + q = 3$
 $a = 1 \cdots \textcircled{㉠}$
 $q = -1 \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면
 $y = (x+2)^2 - 1$
 $= x^2 + 4x + 3$
 $\therefore a = 1, b = 4, c = 3$
 $\therefore a - b + c = 1 - 4 + 3 = 0$

70. 직선 $x=2$ 를 축으로 하고 두 점 $(0, -2)$, $(-1, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식은?

① $y = (x-2)^2 - 10$

② $y = (x-2)^2 + 8$

③ $y = 2(x-2)^2 - 10$

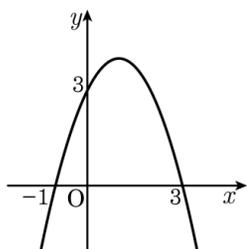
④ $y = 2(x+1)^2 + 8$

⑤ $y = 2x^2 - 2$

해설

$y = a(x-2)^2 + b = ax^2 - 4ax + (4a+b)$ 에 $(0, -2)$, $(-1, 8)$ 을 대입하면,
 $-2 = 4a + b, 8 = 9a + b$
 $\therefore y = 2(x-2)^2 - 10$

71. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $(1, k)$ 가 이 그래프 위의 점일 때, k 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점 $(-1, 0), (0, 3), (3, 0)$ 을 각각 대입하여 a, b, c 를 구하면

$$a = -1, b = 2, c = 3$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3$$

$(1, k)$ 를 대입하면 $k = 4$ 이다.

72. 세 점 $(0, -6)$, $(2, 0)$, $(-2, 4)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = 2x^2 - x - 6$

② $y = 2x^2 + x - 6$

③ $y = 2x^2 + x + 6$

④ $y = -2x^2 - x - 6$

⑤ $y = -2x^2 + x + 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면
 $c = -6$, $4a + 2b + c = 0$, $4a - 2b + c = 4$
 $a = 2$, $b = -1$, $c = -6$
 $\therefore y = 2x^2 - x - 6$

73. 세 점 $(-2, 14), (0, 6), (1, -4)$ 를 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하자.

세 점 $(-2, 14), (0, 6), (1, -4)$ 를 각각 대입하면

$$4a - 2b + c = 14, c = 6, a + b + c = -4$$

$$\therefore a = -2, b = -8, c = 6$$

$$\therefore y = -2x^2 - 8x + 6 = -2(x+2)^2 + 14$$

74. 세 점 $(0, 8), (1, -2), (3, -10)$ 을 지나는 포물선의 축의 방정식은?

- ① $x = 1$ ② $x = 2$ ③ $x = 3$ ④ $x = 4$ ⑤ $x = 5$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 세 점 $(0, 8), (1, -2), (3, -10)$ 을 각각 대입하면

$$c = 8, a + b + 8 = -2, 9a + 3b + 8 = -10$$

$$\therefore a = 2, b = -12, c = 8$$

$y = 2x^2 - 12x + 8 = 2(x - 3)^2 - 10$ 따라서 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.

75. x 축과 두 점 $(-3,0)$, $(1,0)$ 에서 만나고, 점 $(2,10)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = 2(x-3)(x-1)$

② $y = -2(x+3)(x-1)$

③ $y = 2(x+3)(x-1)$

④ $y = -2(x-3)(x-1)$

⑤ $y = -2(x-3)(x+1)$

해설

x 축과의 교점이 $(-3,0)$, $(1,0)$ 이므로
 $y = a(x+3)(x-1)$ 에 $(2,10)$ 을 대입하면
 $10 = a(2+3)(2-1)$
 $\therefore a = 2$
 $\therefore y = 2(x+3)(x-1)$

76. $y = 3x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 3x^2 - 2$

② $y = 3x^2 - 3x - 6$

③ $y = 3x^2 + 6x - 8$

④ $y = 3x^2 - 6x - 8$

⑤ $y = 3x^2 + 3x - 6$

해설

$$y = 3(x+1)(x-2) = 3x^2 - 3x - 6$$

77. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 5$ 의 최댓값을 M , $y = 2x^2 - 12x - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

- ① 28 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 36

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 6x + 5 \\ &= -(x-3)^2 + 14 \quad \therefore M = 14 \\ y &= 2x^2 - 12x - 4 \\ &= 2(x-3)^2 - 22 \quad \therefore m = -22 \\ \therefore M - m &= 14 + 22 = 36\end{aligned}$$

78. 이차함수 $y = -2(x-1)^2 + 4$ 의 최댓값은?

- ① -4 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 4

해설

위로 볼록하고 꼭짓점이 (1, 4)
∴ $x = 1$ 일 때, 최댓값 4 를 갖는다.

79. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + b$ 가 두 점 $(1, 8)$, $(-1, 4)$ 를 지날 때, 이 이차함수의 최댓값 또는 최솟값은?

- ① 최댓값: 4 ② 최솟값: 4
③ 최댓값: 1, 최솟값: 3 ④ 최댓값: 6
⑤ 최솟값: 1

해설

$y = x^2 + 2ax + b$ 가 두 점 $(1, 8)$, $(-1, 4)$ 를 지나므로
 $8 = 1 + 2a + b, 4 = 1 - 2a + b$
두 식을 연립하여 풀면
 $a = 1, b = 5$
 $\therefore y = x^2 + 2x + 5 = (x + 1)^2 + 4$
따라서 $x = -1$ 일 때, 최솟값은 4

80. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4x + 1 \\ &= -2(x-1)^2 + 3 \\ x &= 1 \text{ 일 때, 최댓값 } 3 \text{ 을 갖는다.} \end{aligned}$$

81. $y = x^2 + 4ax + 4a^2 + a$ 는 최솟값이 3인 이차함수이다. y 절편을 b 라고 할 때, $\frac{b}{a}$ 값을 구하면?

- ① 1 ② 5 ③ 9 ④ 13 ⑤ 17

해설

$$y = x^2 + 4ax + 4a^2 + a = (x + 2a)^2 + a$$

최솟값이 3이므로 $a = 3$ 이다.

이차함수 $y = x^2 + 4ax + 4a^2 + a$ 의 y 절편 $4a^2 + a = b$ 이므로

$$36 + 3 = b \text{에서 } b = 39$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{39}{3} = 13$$

82. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 9$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하였더니 최솟값이 -1 이 되었다. m 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ **-8** ⑤ 3

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 9 = 2(x-1)^2 + 7$$

이 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동하면

$$y = 2(x-1)^2 + 7 + m$$

$$\text{최솟값이 } -1 \text{ 이므로 } 7 + m = -1$$

$$\therefore m = -8$$

83. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 7 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동하였더니 최솟값이 -3 이 되었다. 이 때, 상수 a 의 값은? (단, $a < 0$)

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a \\&= \frac{2}{3}(x^2 - 6ax + 9a^2 - 9a^2) - 6a \\&= \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a\end{aligned}$$

$y = \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 7 만큼,

y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동한 식은

$$y = \frac{2}{3}(x - 3a - 7)^2 - 6a^2 - 6a - 3 \text{ 이다.}$$

최솟값이 -3 이므로

$$-6a^2 - 6a - 3 = -3, 6a(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ or } 0$$

$$\therefore a = -1 (\because a < 0)$$

84. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 3$ 이 $x = -3$ 에서 최솟값 m 을 가질 때, $a - m$ 의 값은?

- ① -9 ② 6 ③ 3 ④ -3 ⑤ -6

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2ax + 3 = (x - a)^2 - a^2 + 3 \\ x &= -3 \text{ 에서 최솟값 } m \text{ 을 가지므로} \\ a &= -3, -a^2 + 3 = m, m = -6 \\ \therefore a - m &= -3 - (-6) = 3 \end{aligned}$$

85. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때, 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값은?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

모양이 같으므로 $a = -\frac{1}{2}$

꼭짓점에서 최댓값을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 3)$,

따라서 $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$

$\therefore a + b + c = -\frac{3}{2}$

86. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x-1)^2$

② $y = 2(x-1)^2 + 4$

③ $y = 2(x+1)^2 + 4$

④ $y = -2(x+1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x-1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로
 $y = 2(x+1)^2 + 4$

87. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2a - 5$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2ax - 2a - 5 \\ &= (x - a)^2 - a^2 - 2a - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y \text{의 최솟값} : m &= -a^2 - 2a - 5 \\ &= -(a + 1)^2 - 4 \end{aligned}$$

$$m \text{의 최댓값} : -4$$

88. 이차함수 $y = x^2 + 2kx + 4k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2kx + 4k \\ &= (x^2 + 2kx) + 4k \\ &= (x + k)^2 - k^2 + 4k \end{aligned}$$

최솟값 $m = -k^2 + 4k = -(k - 2)^2 + 4$
따라서 m 의 최댓값 4이다.

89. 합이 28 인 두 자연수의 곱의 최댓값을 구하면?

- ① 100 ② 121 ③ 144 ④ 169 ⑤ 196

해설

한 자연수를 x 라 하면, 나머지는 $28 - x$ 이다.

두 자연수의 곱은 $x(28 - x)$ 이다.

$$x(28 - x) = -x^2 + 28x = -(x - 14)^2 + 196$$

90. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

- ① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

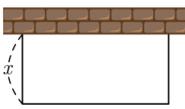
합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

91. 다음 그림과 같이 20m인 철망으로 직사각형의 모양의 담장을 만들려고 한다. 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?



- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
④ 6 m ⑤ 7 m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,
 $y = x(20 - 2x)$
 $= -2x^2 + 20x$
 $= -2(x - 5)^2 + 50$
 $x = 5$ 일 때, 최댓값은 50 이다.

92. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 10 인 직사각형의 최대 넓이는?



- ① $\frac{25}{4}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ 25 ④ 50 ⑤ 100

해설

두 변의 길이를 x , $10 - x$, 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(10 - x) \\ &= -(x^2 - 10x) \\ &= -(x^2 - 10x + 25 - 25) \\ &= -(x - 5)^2 + 25 \\ \therefore (\text{최대 넓이}) &= 25 \end{aligned}$$

93. 가로 길이가 6cm, 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로 길이를 x cm 길게 하고 세로 길이를 x cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 14 ⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면
 $y = (6 + x)(10 - x)$
 $= -x^2 + 4x + 60$
 $= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$
 $= -(x - 2)^2 + 64$
따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

94. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 9cm 인 직사각형의 가로 길이를 x cm 만큼 늘리고, 세로 길이를 x cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 2.5 ④ 3 ⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

95. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 16 ② 20 ③ 36 ④ 55 ⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 a , 넓이를 b 라 하면

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a) \\ &= -a^2 + 8a \\ &= -(a^2 - 8a + 16 - 16) \\ &= -(a - 4)^2 + 16 \end{aligned}$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.
따라서 $ab = 64$ 이다.

96. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이를 y 라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

① 18 ② 20 ③ 30 ④ 32 ⑤ 36

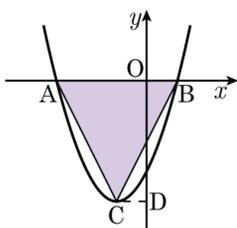
해설

반지름의 길이를 x 라 하면 호의 길이는 $24 - 2x$ 이다.

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2} \times x \times (24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36 - 36) \\ &= -(x - 6)^2 + 36\end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다. 따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 6$ 일 때, 부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 36 을 가진다.

97. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x+1)^2 - 4$$

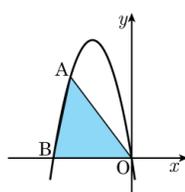
$$C(-1, -4)$$

$$y = 0 \text{ 일 때 } x^2 + 2x - 3 = (x+3)(x-1) = 0 \text{ 이므로}$$

$$A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

98. 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차 함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최댓값은?



- ① 18 ② 27 ③ 36
 ④ 45 ⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는 $(-6, 0)$ 이다.
 따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점 $(0, 0), (-6, 0)$ 을 지나므로,
 $0 = c, 0 = -36 - 6b$
 $b = -6, c = 0$
 $y = -x^2 - 6x = -(x + 3)^2 + 9$
 $\triangle OAB$ 에서 밑변의 길이를 \overline{OB} 라고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle OAB$ 의 넓이가 최대가 된다.
 즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 9)$ 이므로
 $\triangle OAB$ 의 넓이 $= \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$

99. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

- ① 60m ② 55m ③ 50m ④ 45m ⑤ 40m

해설

$$\begin{aligned} h &= 30t - 5t^2 \\ &= -5(t^2 - 6t + 9) + 45 \\ &= -5(t - 3)^2 + 45 \end{aligned}$$

100. 과학 탐구 반 학생들이 물 로켓을 발사하는데 위로 똑바로 쏘아 올린 물 로켓의 t 초 후의 높이가 $(40t - 8t^2)$ m 이다. 이 때 물 로켓이 올라갈 수 있는 최대 높이는?

- ① 30m ② 35m ③ 40m ④ 45m ⑤ 50m

해설

높이를 h 라 하면

$$h = -8t^2 + 40t = -8\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 50$$

$\therefore 50\text{m}$