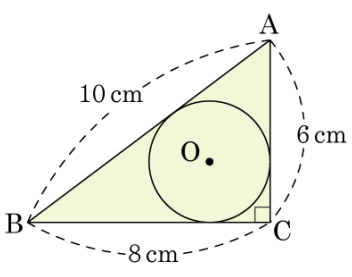
1. 다음 그림의 원 O 는 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형에 내접하고 있다. 내접원 O 의 반지름의 길이는?



① 1cm ② $\frac{3}{2}cm$ ③ 2cm ④ $\frac{5}{2}cm$ ⑤ 3cm

해설

원 O 와 직각삼각형 ABC 의 접점을 각각 D, E, F 라고 하고, 원의 반지름을 r 라고 하자.

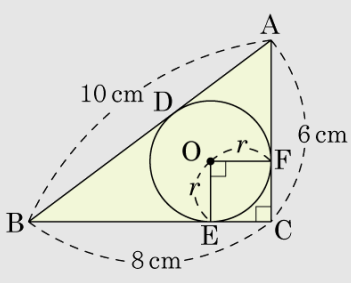
□CFOE 가 정사각형이므로

$\overline{CF} = \overline{CE} = r\ (\text{cm})$

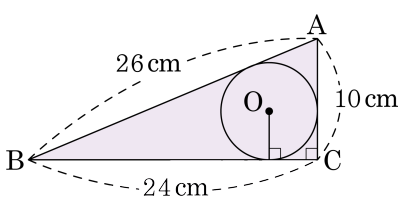
$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 8 - r(\text{cm})$, $\overline{AD} = \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 6 - r(\text{cm})$, $\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}$

$10 = (8 - r) + (6 - r)$, $2r = 4$,

$\therefore r = 2(\text{cm})$



2. 다음 그림의 원 O는 $\overline{AB}$ = 26cm, $\overline{BC}$ = 24cm, $\overline{AC}$ = 10cm이고 $\angle C = 90°$인 직각삼각형에 내접하고 있다. 내접원 O의 반지름의 길이는?



① 1cm ② $\frac{3}{2}$cm ③ 2cm ④ $\frac{7}{2}$cm ⑤ 4cm

해설

원 O와 직각삼각형 ABC의 접점을 각각 D, E, F라고 하고, 원의 반지름을 r라고 하자. □CFOE가 정사각형이므로

$\overline{CF} = \overline{CE} = r$(cm)

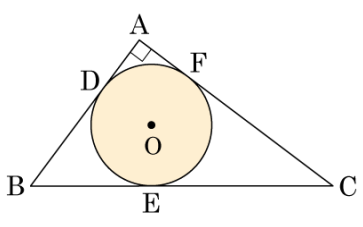
$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 24 - r$(cm)

$\overline{AD} = \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 10 - r(cm)$

$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}$, $26 = (24 - r) + (10 - r)2r = 8$

$\therefore r = 4$(cm)

3. 다음 그림에서 원 O 는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\text{cm}$, $\overline{CA} = 16\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $4\pi\,\text{cm}^2$ ② $\frac{9}{2}\pi\,\text{cm}^2$ ③ $6.5\pi\,\text{cm}^2$

④ $12\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\,\text{cm}^2$

해설

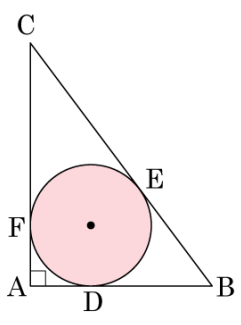
내접원의 반지름을 r 라 하면

$\frac{1}{2} \times 12 \times 16 = \frac{1}{2} \times (12 + 16 + 20) \times r$

$\therefore r = 4(\text{cm})$

따라서, 원의 넓이는 $16\pi\text{cm}^2$

4. 다음 그림에서 원 O 는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CA} = 4\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $\pi\,\text{cm}^2$ ② $\frac{9}{2}\pi\,\text{cm}^2$ ③ $6.5\pi\,\text{cm}^2$

④ $12\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\,\text{cm}^2$

해설

내접원의 반지름을 r라 하면

$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times (3+4+5) \times r$

$\therefore r = 1(\text{cm})$

따라서, 원의 넓이는 πcm^2

5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이는 17cm 이고 내접원의 지름의 길이는 6cm 이다. $\overline{AB}$ 가 외접원의 지름일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라. (단, $\angle C$ 는 직각이다.)

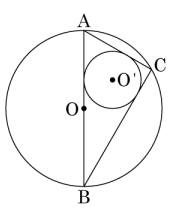
▶ 답 : $\mathrm{cm^2}$

▷ 정답 : $60\,\mathrm{cm^2}$

해설

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2}\times 3\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})\\ &= \frac{1}{2}\times 3\times(17\times 2+3\times 2)\\ &= \frac{1}{2}\times 3\times 40\\ &= 60(\mathrm{cm^2})\end{aligned}$$

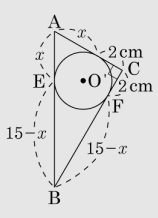
6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이는 15cm 이고 내접원의 지름의 길이는 4cm 이다. $\overline{AB}$ 가 외접원의 지름일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면? (단, $\angle C$ 는 직각이다.)



① 31cm^2 ② 32cm^2 ③ 33cm^2

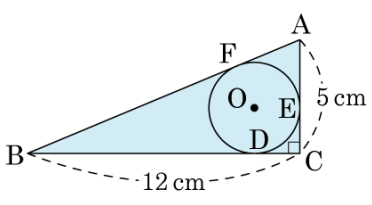
④ 34cm^2 ⑤ 35cm^2

해설



$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2}\times 2\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})\\ &= \frac{1}{2}\times 2\times(15\times 2+2\times 2)\\ &= \frac{1}{2}\times 2\times 34\\ &= 34(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 원 O 는 삼각형 ABC 의 내접원이다. $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90°$ 일 때, 내접원 O 의 반지름의 길이는?



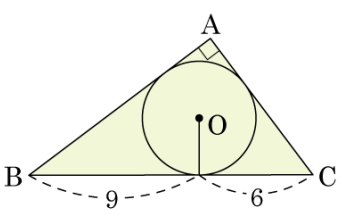
① 0.5cm ② 1cm ③ 1.5cm

④ 2cm ⑤ 2.5cm

해설

□ODCE 는 정사각형, 원의 반지름을 x 라 하면,
$\overline{AE} = \overline{AF} = 5 - x$
$\overline{BD} = \overline{BF} = 12 - x$
$\therefore \overline{AB} = 17 - 2x \cdots ①$
△ABC 에서 $\overline{AB^2} = \overline{BC^2} + \overline{CA^2}$
$\overline{AB^2} = 12^2 + 5^2 = 169$
$\therefore \overline{AB} = 13 (\because \overline{AB} > 0) \cdots ②$
①, ②에 의해 $13 = 17 - 2x$
$\therefore x = 2$

8. 다음 그림에서 원 O 가 직각삼각형 ABC 의 내접원일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



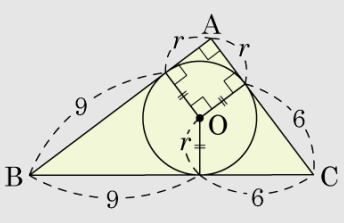
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

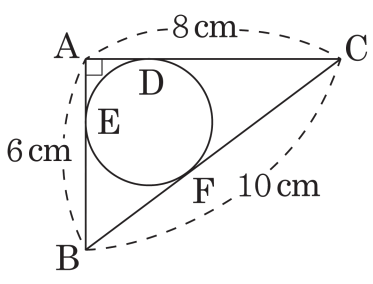
반지름을 r라 하면

$(9+r)^2+(6+r)^2=15^2,\ r^2+15r-54=0$

$(r-3)(r+18)=0 \quad \therefore r=3$



9. 다음 직각삼각형 ABC 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



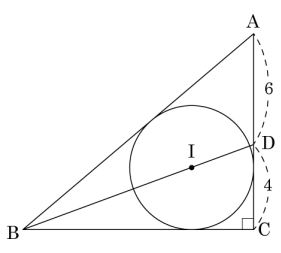
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AE} = x$라고 하면
$\overline{BC} = 10(\text{cm})$이므로
$(6 - x) + (8 - x) = 10$
$14 - 2x = 10$
$-2x = -4$
$\therefore x = 2(\text{cm})$

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내심을 I 라 하고, $\overline{BI}$ 의 연장선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AD} = 6, \overline{CD} = 4$ 이다. 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $5 - \sqrt{5}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle ABC$ 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CD} = 6 : 4 = 3 : 2$

$\overline{AB} = 3a, \overline{BC} = 2a$ 로 놓으면

$9a^2 = 4a^2 + 100$

$5a^2 = 100$

$a = 2\sqrt{5} (\because a > 0)$

$\frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 10\sqrt{5})$

$\therefore r = 5 - \sqrt{5}$