

1. 등차수열 a_n 의 일반항이 $a_n = -2n - 2$ 일 때, 첫째 항 a 와 공차 d 는?

① $a = -1, d = 2$

② $a = -1, d = -2$

③ $a = -2, d = -2$

④ $a = -4, d = -2$

⑤ $a = -4, d = 2$

해설

$$a_n = -2n - 2 \text{이므로}$$

$$a_1 = -2 \cdot 1 - 2 = -4,$$

$$a_2 = -2 \cdot 2 - 2 = -6 \text{이므로}$$

$$d = a_2 - a_1 = -2$$

2. 첫째항이 $\frac{7}{4}$, 공차가 $\frac{3}{4}$ 인 등차수열의 첫째항부터 제 17항까지의 합은?

① $\frac{167}{4}$

② $\frac{235}{4}$

③ $\frac{527}{4}$

④ $\frac{1105}{4}$

⑤ $\frac{1054}{4}$

해설

$$\text{구하는 합을 } S_{17} = \frac{17 \left\{ 2 \cdot \frac{7}{4} + (17-1) \cdot \frac{3}{4} \right\}}{2} = \frac{527}{4}$$

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합 $S_{10} = 100$ 이고, 첫째항부터 제 20항까지의 합 $S_{20} = 200$ 일 때, $a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

S_{10} 은 첫째항부터 제10까지의 합이고, S_{20} 은 첫째항부터 제20항까지의 합이므로

$$\begin{aligned} a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20} &= S_{20} - S_{10} \\ &= 200 - 100 = 100 \end{aligned}$$

4. 다음 중 등비수열인 것을 모두 고른 것은?

㉠ 1, 4, 9, 16, 25, ...

㉡ 3, 9, 27, 81, 243, ...

㉢ 9, 99, 999, 9999, 99999, ...

㉣ 2, 3, 4, 9, 8, 27

㉤ $\frac{4}{9}, \frac{2}{3}, 1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

㉡은 공비가 3인 등비수열이다.

㉤은 공비가 $\frac{3}{2}$ 인 등비수열이다.

5. 다음 등비수열의 일반항 a_n 은?

2, 4, 8, 16, ……

① $(-2)^n$

② 2^{n-1}

③ 2^{n+1}

④ 2^n

⑤ $(-2)^{n-1}$

해설

주어진 수열은 첫째항이 2이고 공비가 2이므로 $a_n = 2^n$

6. $a_n = \frac{1}{6} \cdot 3^{2n+1}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항과 공비 r 을 차례대로 구하면?

① $\frac{3}{2}, \frac{1}{3}$

② $\frac{1}{6}, 3$

③ $\frac{9}{2}, 9$

④ $\frac{1}{6}, 9$

⑤ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

해설

$$a_1 = \frac{1}{6} \cdot 3^3 = \frac{9}{2}, \quad \frac{1}{6} \cdot 3^5 = \frac{81}{2}$$

$$\therefore r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{81}{2}}{\frac{9}{2}} = 9$$

$$\therefore a_1 = \frac{9}{2}, \quad r = 9$$

7. 다음 등비수열에서 ()안에 알맞은 수는?

$$32, -8, 2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{8}, ()$$

① $-\frac{1}{16}$

② $-\frac{1}{18}$

③ $-\frac{1}{24}$

④ $-\frac{1}{32}$

⑤ $-\frac{1}{64}$

해설

공비가 $-\frac{1}{4}$ 인 등비수열이므로

$$\frac{1}{8} \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{32}$$

8. 첫째항이 $\frac{1}{4}$, 끝항이 $\frac{1}{16}$, 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열의 항의 개수는?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$a_n = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{16}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$n - 1 = 2$$

$$n = 3$$

9. 첫째항이 1, 공비가 -3인 항수가 5인 등비수열의 합은?

① 61

② 122

③ 244

④ 361

⑤ 722

해설

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \text{ 에서}$$

$$S_5 = \frac{1 \cdot \{1 - (-3)^5\}}{1 - (-3)} = 61$$

10. 등차수열 2, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

등차수열 2, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차를 d 로 놓으면
305는 제 102항이므로

$$305 = 2 + (102 - 1)d$$

$$\therefore d = \frac{303}{101} = 3$$

11. 세 수 $-7 + 2x$, $5 + x$, $5 - 4x$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 1

해설

$-7 + 2x$, $5 + x$, $5 - 4x$ 가 등차수열을 이루면 $5 + x$ 가 등차중항
이므로

$$2(5 + x) = -7 + 2x + 5 - 4x$$

$$4x = -12$$

$$\therefore x = -3$$

12. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항에서 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 일 때, a_{15} 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 240

해설

$n \geq 2$ 일 때, $a_n = S_n - S_{n-1}$ 이므로

$$a_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} - \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$$

$$= \frac{n(n+1)\{n+2-(n-1)\}}{3}$$

$$= \frac{n(n+1) \cdot 3}{3}$$

$$= n(n+1)$$

$$\therefore a_{15} = 15 \times 16 = 240$$

13. 제 3항이 6이고 제 7항이 96인 등비수열의 첫째항과 공비의 곱을 구하여라. (단, 공비는 양수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_3 = ar^2 = 6 \dots\dots\textcircled{㉠}$$

$$a_7 = ar^6 = 96 \dots\dots\textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡} \div \textcircled{㉠} \text{에서 } r^4 = 16$$

$$r = \pm 2, \quad \therefore r = 2 \quad (\because r > 0)$$

$$\textcircled{㉠} \text{에 대입하면 } a = \frac{3}{2}$$

첫째항은 $\frac{3}{2}$, 공비는 2이므로 곱은 3

14. 등비중항의 성질을 이용하여 다음 수열이 등비수열이 되도록 할 때, 안에 알맞은 수를 모두 더하면?

$$-2, \square, -8, \square, \square, 64, \dots$$

① -11

② -12

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

첫 번째 괄호를 b 라 하면 $b^2 = (-2) \times (-8)$, $b^2 = 16$

따라서 $b = 4$ 이고 공비는 -2 인 수열이 되므로 구하는 수열은
 $-2, 4, -8, 16, -32, 64, \dots$

$$\therefore 4 + 16 - 32 = -12$$

15. 양수 x, y 에 대하여 $\sqrt{2} + 1, x, \sqrt{2} - 1, y$ 가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, $x + y$ 의 값은?

① $-2\sqrt{2}$

② $1 - 2\sqrt{2}$

③ $4 - 2\sqrt{2}$

④ $1 + 2\sqrt{2}$

⑤ $4 + 2\sqrt{2}$

해설

x 는 $\sqrt{2} + 1$ 과 $\sqrt{2} - 1$ 의 등비중항이므로

$$x^2 = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = 1 \quad (\because x > 0)$$

따라서 이 수열의 공비는 $\sqrt{2} - 1$ 이므로

$$y = (\sqrt{2} - 1)^2 = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4 - \sqrt{2}$$

16. 세 수 1, x , 5는 이 순서로 등차수열을 이루고, 세 수 1, y , 5는 이 순서로 등비수열을 이룰 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

세 수 1, x , 5는 이 순서로 등차수열을 이루므로

$$2x = 1 + 5 = 6 \quad \therefore x = 3$$

세 수 1, y , 5는 이 순서로 등비수열을 이루므로 $y^2 = 5$

따라서 $x^2 + y^2 = 14$

17. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n + 2$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$S_{10} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}, \quad S_9 = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$$

이므로

$$\begin{aligned} a_{10} &= S_{10} - S_9 \\ &= (10^2 - 3 \cdot 10 + 2) - (9^2 - 3 \cdot 9 + 2) \\ &= (10^2 - 9^2) - 3(10 - 9) \\ &= 16 \end{aligned}$$

18. 다음 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 은?

1, 4, 9, 16...

① n

② $3n - 2$

③ $2n + 1$

④ n^2

⑤ $(n + 1)^2$

해설

$$a_1 = 1, a_2 = 4 = 2^2, a_3 = 9 = 3^2, a_4 = 16 = 4^2, \dots$$

$$\therefore a_n = n^2$$

19. 정삼각형 모양의 타일을 이용하여 다음 그림과 같이 각 변의 길이가 처음 삼각형의 한 변의 길이의 2배, 3배, 4배, ... 인 정삼각형 모양을 계속하여 만든다. 한 변의 길이가 처음 정삼각형의 한 변의 길이의 6 배인 정삼각형을 만들 때, 필요한 타일의 개수는?



- ① 30 개 ② 32 개 ③ 34 개 ④ 36 개 ⑤ 38 개

해설

타일의 개수를 $\{a_n\}$ 이라 하면

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 4$$

$$a_3 = 9$$

⋮

$$\therefore a_n = n^2$$

$$\therefore a_6 = 36$$

20. 표의 빈칸에 6개의 자연수를 하나씩 써 넣어 가로, 세로, 대각선 방향으로 각각 등차수열을 이루도록 할 때, 빈칸에 써 넣을 6개의 수의 합을 구하여라.

3		7
	11	

▶ 답:

▷ 정답: 51

해설

3	5	7
6	8	10
9	11	13

$$\therefore 5 + 6 + 8 + 10 + 9 + 13 = 51$$

21. 다음 표에 적당한 수를 넣어 각 행과 각 열이 각각 등차수열을 이루도록 할 때, 12개의 빈 칸에 들어갈 수들의 총합을 구하여라.

1			7
10			34

▶ 답 :

▷ 정답 : 156

해설

다음 표와 같이 빈 칸에 문자를 대응시키자.

1	a	b	7
c	d	e	f
g	h	i	j
10	k	l	34

각 행과 열이 각각 등차수열을 이루므로

$$a + b = 1 + 7 = 8$$

$$k + l = 10 + 34 = 44$$

$$c + g = 1 + 10 = 11$$

$$f + j = 7 + 34 = 41$$

$$\text{또, } (d + e) + (h + i) = (c + f) + (g + j)$$

$$= (c + g) + (f + j) = 11 + 41 = 52$$

이므로 구하는 총합은

$$8 + 44 + 11 + 41 + 52 = 156$$

22. $a_5 = 31$, $a_{11} = 13$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은?

① a_{16}

② a_{17}

③ a_{18}

④ a_{19}

⑤ a_{20}

해설

$$a_5 = a + 4d = 31$$

$$a_{11} = a + 10d = 13$$

$$6d = -18$$

$$d = -3$$

$$\therefore a = 31 + 4 \cdot 3 = 43$$

$$\therefore a_n = 43 + (n-1) \times (-3)$$

$$= -3n + 46$$

$-3n + 46 < 0$ 인 정수 n 의 최솟값을 구하면

$$46 < 3n$$

$$15. \times \times < n$$

$$\therefore n = 16$$

23. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 수열 $\{3a_n\}$ 은 공차가 9인 등차수열이다.
- ㉡ 수열 $\{a_{2n-1}\}$ 은 공차가 6인 등차수열이다.
- ㉢ 수열 $\{2a_{2n} - a_{2n-1}\}$ 은 공차가 6인 등차수열이다.

① ㉠

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

공차가 3인 등차수열의 일반항은

$$a_n = 3n + b \text{ (단, } b \text{는 상수)}$$

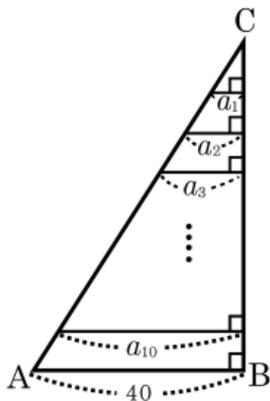
㉠ $3a_n = 9n + 3b$ 이므로 공차가 9인 등차수열 \therefore 참

㉡ $a_{2n-1} = 3(2n-1) + b = 6n - 3 + b$ 이므로 공차가 6인 등차수열 \therefore 참

$$\begin{aligned} \text{㉢ } \{2a_{2n} - a_{2n-1}\} &= 12n + 2b - (6n - 3 + b) \\ &= 6n + 3 + b \end{aligned}$$

이므로 공차가 6인 등차수열 \therefore 참

24. 오른쪽 그림과 같이 밑변 AB 의 길이가 40인 직각삼각형 ABC 가 있다. 변 AC 를 11등분하여 변 AB 와 평행한 10개의 선분을 그려 그 길이를 각각 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ 이라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 200

해설

$a_1 + a_{10} = 40, a_2 + a_9 = 40, \dots, a_5 + a_6 = 40$ 이므로

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 40 \times 5 = 200$$

25. 첫째항이 1이고, 공비가 4인 등비수열에서 첫째항부터 몇 항까지의 합이 처음으로 1000보다 크게 되는가?
(단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

첫째항이 1, 공비가 4인 등비수열이므로

$$S_n = \frac{1 \cdot (4^n - 1)}{4 - 1} > 1000, 4^n > 3001$$

$$2n \log 2 > \log 3001$$

$$n > \frac{\log 3001}{2 \log 2} > \frac{\log 3000}{2 \log 2}$$

$$= \frac{\log 3 + \log 1000}{2 \log 2} = \frac{3.4771}{0.6020} = 5.7 \times \times \times$$