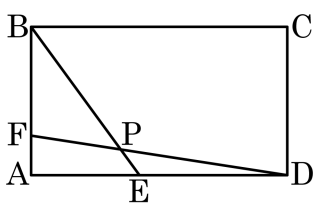
1. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AE} = \overline{BF}$ 일 때, $\angle BPF$ 의 값을 구하여라.

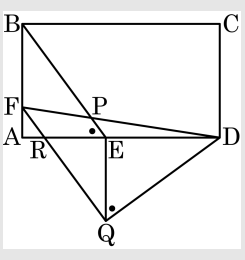


▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 45 °

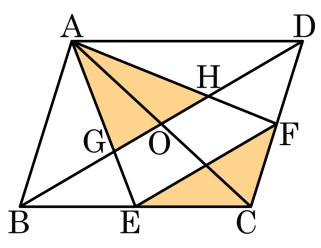
해설

다음 그림과 같이 점 F 를 지나고 $\overline{BE}$ 에 평행한 직선과 점 E 를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선의 교점을 Q 라 하면 □FBEQ 는 평행사변형이다.



$\therefore \overline{BE} = \overline{FQ}$, $\overline{FB} = \overline{QE}$, $\angle FBE = \angle FQE$
선분 AB 와 선분 QE 는 평행하므로
$\angle QEA = \angle EAB = 90°$ (엇각)
$\therefore \angle QED = 90°$
$\overline{QE} = \overline{FB} = \overline{EA}$, $\overline{ED} = \overline{AB}$ 이므로
$\triangle QED \equiv \triangle EAB$ (SAS 합동)
$\therefore \overline{QD} = \overline{EB} = \overline{QF}$, $\angle DQE = \angle BEA$
이때, $\overline{AD}$ 와 $\overline{FQ}$ 의 교점을 R 이라 하면
선분 FQ 와 선분 BE 는 평행하므로
$\angle QRE = \angle BER$ (엇각)
$\therefore \angle DQE = \angle QRE$
$\triangle QRE$ 에서
$\angle QRE + \angle RQE = 90°$ 이므로
$\angle DQE + \angle RQE = \angle RQD = 90°$
즉, $\triangle QFD$ 는 $\overline{QF} = \overline{QD}$ 이고 $\angle FQD = 90°$ 인 직각이등변삼각형이므로
$\angle QFD = 45°$, $\angle BPF = \angle QFD$ (엇각) 이므로
$\therefore \angle BPF = 45°$ (엇각)

2. 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 변 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점이고 점 G, H 는 각각 대각선 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AE}, \overline{AF}$ 의 교점이다. $\triangle AGH$ 의 넓이가 10 일 때, $\triangle CFE$ 의 넓이를 구하면?



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 7.5 ⑤ 10

해설

점 G, H 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 무게중심이므로

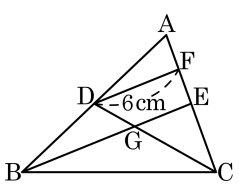
$\triangle AGH = \frac{1}{3}\triangle ABD$

$\triangle ABD = 10$ 이므로

$\triangle ABD = 30$ 이다.

따라서 $\triangle CFE = \frac{1}{4}\triangle BCD = \frac{1}{4}\triangle ABD = 7.5$ 이다.

3. 다음 그림에서 점 G 는 △ABC 의 무게중심이고 점 F 는 $\overline{AE}$의 중점이다. $\overline{DF} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{GE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

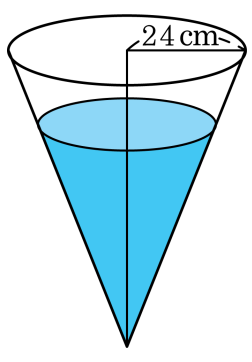
▷ 정답 : 4 cm

해설

△ABE 에서 점 D, F 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AE}$ 의 중점이므로
$\overline{BE} = 2\overline{DF} = 12\ (\text{cm})$

$\overline{BE} : \overline{GE} = 3 : 1$이므로 $\overline{GE} = 12 \times \frac{1}{3} = 4\ (\text{cm})$

4. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 한 시간 동안 물을 받았더니 전체 높이의 $\frac{3}{4}$ 만큼 물이 찼다. 이때, 수면의 지름의 길이를 구하여라.



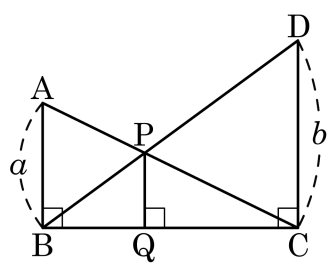
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 36 cm

해설

그릇 전체와 물이 채워진 부분까지의 닮음비가 4 : 3 이므로 수면의 반지름의 길이를 $x$cm 라고 하면 $4 : 3 = 24 : x$, $x = 18$
따라서 지름의 길이는 36cm 이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{PQ}$, $\overline{DC}$가 각각 $\overline{BC}$와 수직으로 만나고, $\overline{AB}=a$, $\overline{DC}=b$일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 a, b에 관한 식으로 나타내면?



① $\frac{a+b}{ab}$ ② $\frac{ab}{b-a}$ ③ $\frac{b-a}{a+b}$ ④ $\frac{2a}{a+b}$ ⑤ $\frac{ab}{a+b}$

해설

$\triangle ABP \backsim \triangle CDP$ 이므로 $\overline{BP} : \overline{DP} = \overline{AB} : \overline{CD} = a : b$

$\therefore\ \overline{BP} : \overline{BD} = a : a+b$

$\overline{PQ} // \overline{DC}$ 이므로 $\overline{BP} : \overline{BD} = \overline{PQ} : \overline{DC}$

$a : a+b = \overline{PQ} : b$

$(a+b)\overline{PQ} = ab$

$\therefore\ \overline{PQ} = \frac{ab}{a+b}$