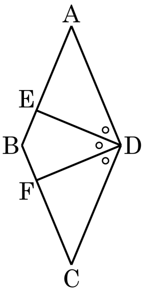
1. 마름모 ABCD 에서 $\angle D$ 를 삼등분하는 선이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, $\angle A : \angle B = 1 : 3$ 일 때, $\angle BED$ 의 크기는?



① 85° ② 87° ③ 90°

④ 95° ⑤ 97°

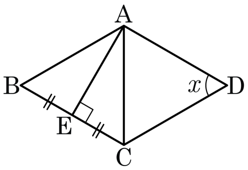
해설

$\angle A = 180° \times \frac{1}{4} = 45°$ 이고

$\angle B = 180° - 45° = 135°$ 이므로

$\angle BED = \angle A + \frac{1}{3}\angle D = 45° + \frac{1}{3} \times 135° = 90°$

2. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 의 꼭짓점 A 와 $\overline{BC}$ 의 중점 E 를 이었더니 $\triangle ABE \equiv \triangle ACE$가 되었다. 이때 $\angle x$ 의 크기는?



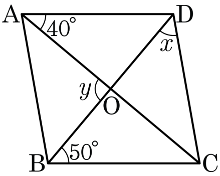
① $40°$ ② $50°$ ③ $60°$

④ $70°$ ⑤ $80°$

해설

$\angle ABC = x$ 이고 $\triangle ABE \equiv \triangle ACE$ 이므로 $\angle ABC = \angle ACE$ 이다.
마름모의 대각선은 내각의 이등분선이므로 $\angle C = 2x$ 이다.
따라서 $2x + x = 180°, x = 60°$ 이다.

3. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{DAO}=40°$ 이고, $\angle\mathrm{OBC}=50°$ 일 때, $\angle x+\angle y$ 의 크기를 구하여라.



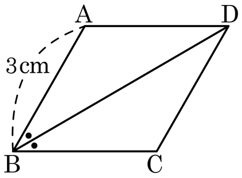
▶ **답:** $\underline{\qquad\qquad\qquad °}$

▷ **정답:** $140\underline{°}$

해설

평행사변형이므로 $\overline{\mathrm{AD}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{BC}}$ 이고, $\angle\mathrm{DAO}=\angle\mathrm{OCB}=40°$ 이고, $\angle\mathrm{ADO}=\angle\mathrm{OBC}=50°$ 이므로 $\angle\mathrm{AOD}=90°$ 이다.
$\angle\mathrm{AOD}=90°$ 이므로 $\square\mathrm{ABCD}$ 는 마름모이고 $\triangle\mathrm{BCD}$ 는 이등변삼각형이고, $\angle x=50°$ 이다.
따라서 $\angle x+\angle y=50°+90°=140°$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 를 그었더니 $\angle ABD = \angle DBC$ 가 되었다. $\overline{AB} = 3\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

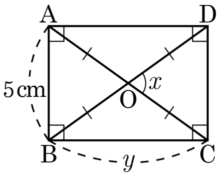
해설

$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle DBC = \angle BDA$ ($\because$ 엇각) 이므로

$\angle ABD = \angle ADB$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형

$\therefore \overline{AB} = \overline{AD} = 3\mathrm{cm}$

5. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 x, y 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\quad °}$

▶ 답 : $\underline{\qquad\quad \text{cm}}$

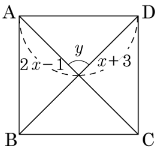
▷ 정답 : $\angle x = 90$ $\underline{°}$

▷ 정답 : $y = 5$ $\underline{\text{cm}}$

해설

직사각형이 정사각형이 될 조건은
두 대각선이 이루는 각이 $90°$이므로 $\angle x = 90°$
이웃한 두변의 길이가 같으므로 $y = 5(\text{cm})$

6. □ABCD 가 정사각형일 때, $x = (\quad)$, $\angle y = (\quad)°$ 이다. $x + y$ 의 값을 구하여라.



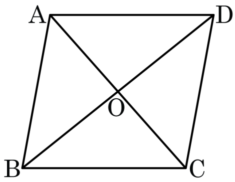
▶ 답 :

▷ 정답 : 94

해설

정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 수직이등분하므로
$\angle y = 90°$ 이고,
$2x - 1 = x + 3$ 에서 $x = 4$ 이다.
따라서 $x + y = 4 + 90 = 94$ 이다.

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

② $\overline{AO} = \overline{BO}$, $\angle ADO = \angle DAO$

③ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

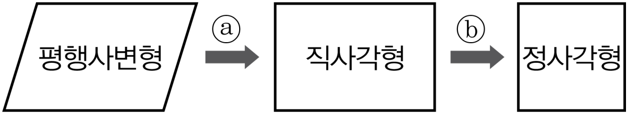
④ $\overline{OA} = \overline{OD}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

⑤ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

해설

평행사변형이 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선이 서로 수직 이등분하고 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.
또한 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같으면 정사각형이다.

8. 다음 그림에서 ⓐ, ⓑ에 알맞은 조건을 보기에서 순서대로 고르면?



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 같다.

㉡ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

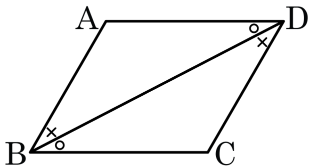
㉢ 두 대각선이 수직으로 만난다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉠

해설

두 대각선의 길이가 같은 평행사변형이 직사각형이므로 ㉠를 택하고, 마름모와 직사각형의 교집합이 정사각형이므로 마름모의 성질인 ㉢를 택한다.

9. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?



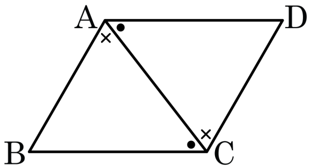
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$, $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) ⋯㉠
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \boxed{}$ (엇각) ⋯㉡
$\boxed{}$는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB ($\boxed{}$ 합동) ∴ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① $\angle CDB$, $\overline{BC}$, SSS
② $\angle CDB$, $\overline{BD}$, SSS
③ $\angle BCD$, $\overline{BC}$, ASA
④ $\angle CDB$, $\overline{BD}$, ASA
⑤ $\angle DBC$, $\overline{DB}$, ASA

해설

△ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각),
$\overline{DB}$는 공통 이므로 △ABD = △CDB (ASA 합동)이다.

10. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형에서 점 A와 점 C를 이으면
$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통 $\cdots$ ㉠
$\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$이므로 $\angle BCA = \angle DAC \cdots$ ㉠
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(ASA 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① 평행사변형에서 두 쌍의 엇각의 크기가 각각 같다.

② 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

③ 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

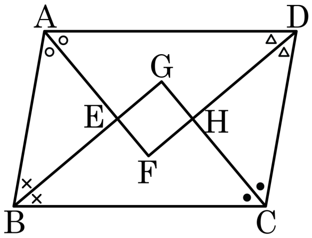
④ 평행사변형에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다.

11. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 네 내각의 이등분선을 연결하여 □EFGH를 만들었을 때, □EFHG는 어떤 사각형인가?



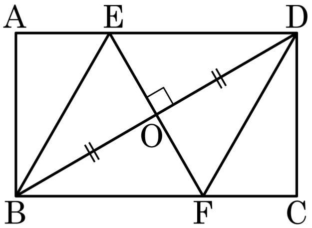
① 평행사변형 ② 사다리꼴 ③ 직사각형

④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

$\angle ABC + \angle BAD = 180°$이므로 $\angle GBA + \angle FAB = 90°$이고,
$\triangle ABE$에서 $\angle AEB = 180° - 90° = 90°$이다.
마찬가지로 $\angle EGH = \angle EFH = \angle CHD = 90°$이므로 □EFGH는 직사각형이다.

12. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 대각선 BD 의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 는 어떤 사각형인가?



① 직사각형　② 등변사다리꼴　③ 마름모

④ 정사각형　⑤ 평행사변형

해설

마름모의 두 대각선은 서로 수직 이등분한다.
따라서 □EBFD 는 마름모이다.

13. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

대각선의 길이가 같은 도형은 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형이다.

14. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 등변사다리꼴	㉡ 평행사변형
㉢ 직사각형	㉣ 마름모
㉤ 정사각형	㉥ 사다리꼴

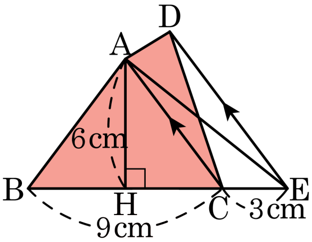
① ㉠, ㉢　　② ㉣, ㉤　　③ ㉠, ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣　　⑤ ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$일 때, $\square ABCD$의 넓이는?



① 18cm^2　② 24cm^2　③ 27cm^2

④ 30cm^2　⑤ 36cm^2

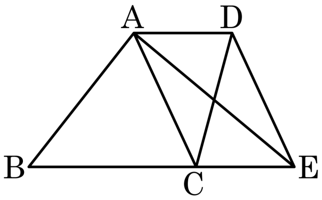
해설

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\triangle ADC$와 $\triangle AEC$는 밑변과 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\therefore\ \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ADC = \triangle ABC + \triangle AEC$

$= \triangle ABE = \frac{1}{2} \times (9+3) \times 6 = 36(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림에서 □ABCD 의 넓이는 20cm^2 이고, △ACE 의 넓이는 8cm^2 이다. $\overline{AC} // \overline{DE}$ 일 때, △ABC 의 넓이는?



① 8cm^2 ② 9cm^2 ③ 10cm^2

④ 11cm^2 ⑤ 12cm^2

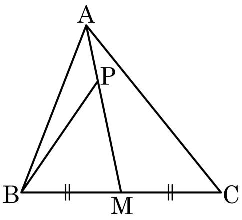
해설

△ACE = △ADE = △ADC = △CED 이고

△ABC = □ABCD − △ACD 이므로

$\triangle ABC = 20 - 8 = 12(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP}$: $\overline{PM}$ $=1:2$이다. $\triangle ABC=60cm^2$일 때 $\triangle PBM$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : 20 $\underline{cm^2}$

해설

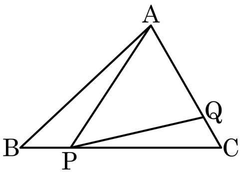
$\triangle ABM$과 $\triangle AMC$의 밑변의 길이와 높이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.

$\triangle ABM=30cm^2$

$\triangle APB$와 $\triangle BMP$의 높이는 같고 밑변의 길이의 비가 $1:2$이므로

$\triangle PBM=30\times\frac{2}{3}=20(cm^2)$

18. 다음 그림에서 $\overline{BP} : \overline{CP} = \overline{CQ} : \overline{AQ} = 1 : 3$ 이다. $\triangle APQ = 24\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

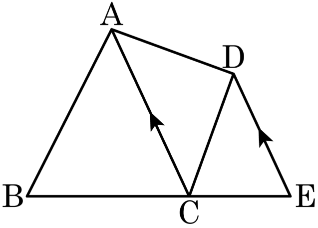
▷ 정답 : $\dfrac{128}{3}$ cm^2

해설

$$\triangle APC = 24 \times \frac{4}{3} = 32(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \ \triangle ABC = 32 \times \frac{4}{3} = \frac{128}{3}(\text{cm}^2)$$

19. 다음 그림에서 $\overline{AC} // \overline{DE}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 12 이고 $\triangle ACD$ 의 넓이가 8 일 때, $\triangle ABE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

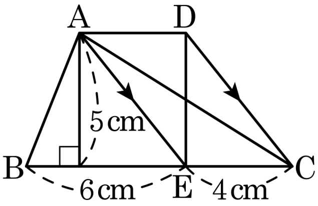
▷ 정답 : 20

해설

$\overline{AC} // \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACE = \triangle ACD = 8$

$\therefore \triangle ABE = \triangle ABC + \triangle ACE = 12 + 8 = 20$

20. 다음 그림의 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$ 일 때, □ABED 의 넓이는?



① 25cm^2　② 30cm^2　③ 35cm^2

④ 40cm^2　⑤ 45cm^2

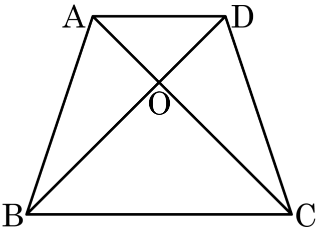
해설

$\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$ 이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle AEC = \triangle ADE$ 이다.

$\square ABED = \triangle ABE + \triangle ADE = \triangle ABE + \triangle AEC = \triangle ABC$

$\therefore \square ABED = \dfrac{1}{2} \times 5 \times (6+4) = 25(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. □ABCD 의 넓이가 36 일 때, △BCO 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

(△AOD의 넓이) = A 라 하자.

△AOD : △COD = 1 : 2 이므로

A : △COD = 1 : 2 ∴ △COD = 2A

이때 △ABD = △ACD 이므로

△ABO = △COD = 2A

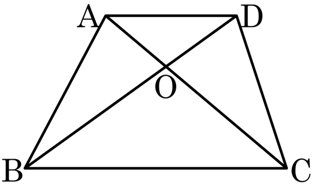
또, △ABO : △BCO = 1 : 2 이므로

2A : △BCO = 1 : 2 ∴ △BCO = 4A

□ABCD = A + 2A + 2A + 4A = 36 ∴ A = 4

따라서 △BCO = 4A = 16 이다.

22. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AO}$: $\overline{OC}$ = 1 : 2 이고 $\triangle DOC = 12cm^2$ 이다. 사다리꼴 ABCD 의 넓이는?

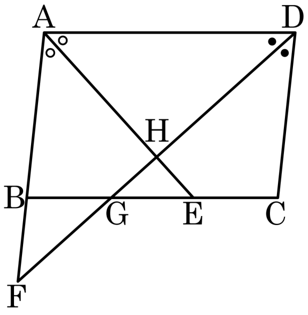


① $32cm^2$ ② $48cm^2$ ③ $54cm^2$
④ $63cm^2$ ⑤ $72cm^2$

해설

$1 : 2 = \triangle AOD : 12cm^2$, $\triangle AOD = 6cm^2$
$\triangle DOC = \triangle AOB = 12cm^2$, $1 : 2 = 12cm^2 : \triangle BOC$, $\triangle BOC = 24cm^2$
$\square ABCD = 6 + 12 + 12 + 24 = 54(\,cm^2)$

23. 다음 그림에서 $\overline{AE}, \overline{DF}$ 는 각각 $\angle A, \angle D$ 의 이등분선이다. $\angle ABC = 84°$ 일 때, $\angle AEC + \angle DCE$ 의 크기를 구하여라.



① $208°$ ② $228°$ ③ $238°$ ④ $248°$ ⑤ $250°$

해설

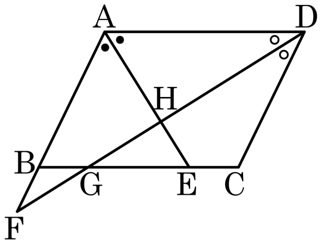
$\angle A = 180° - \angle B = 180° - 84° = 96°$

$$\angle AEC = 180° - \frac{1}{2}\angle A$$
$$= 180° - \frac{1}{2} \times 96°$$
$$= 180° - 48° = 132°$$

$\angle C = \angle A = 96°$

$\therefore \angle AEC + \angle DCE = 132° + 96° = 228°$

24. 다음 그림에서 $\overline{AE}, \overline{DF}$ 는 각각 $\angle A, \angle D$ 의 이등분선이다. $\angle ABC = 64^\circ$ 일 때, $\angle AEC + \angle DCE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad \,^\circ}$

▷ 정답: $238\,\underline{^\circ}$

해설

$\angle A = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$

$$\begin{aligned}\angle AEC &= 180^\circ - \frac{1}{2}\angle A \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2} \times 116^\circ \\ &= 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ\end{aligned}$$

$\angle C = \angle A = 116^\circ$

$\therefore \angle AEC + \angle DCE = 122^\circ + 116^\circ = 238^\circ$