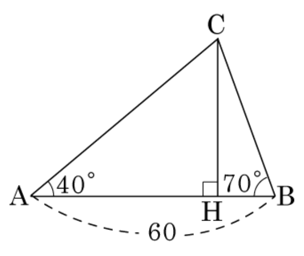
1. 다음 그림에서 $\angle A = 40°$, $\angle B = 70°$, $\overline{AB} = 60$일 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 바르게 나타낸 것은?

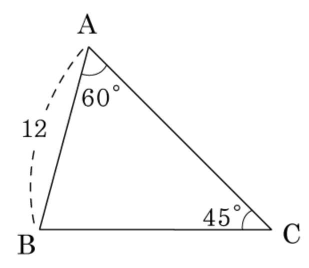


① $\dfrac{60}{\tan 50° - \tan 20°}$
② $\dfrac{60}{\tan 50° + \tan 20°}$
③ $\dfrac{60}{\tan 40° + \tan 70°}$
④ $\dfrac{60}{\tan 70° - \tan 40°}$
⑤ $\dfrac{60}{\sin 40° + \sin 70°}$

해설

$\overline{CH} = x$ 라 하면
$\overline{AH} = x\tan 50°$, $\overline{BH} = x\tan 20°$
$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH}$ 에서 $60 = x\tan 50° + x\tan 20°$
$\therefore\ x = \dfrac{60}{\tan 50° + \tan 20°}$

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

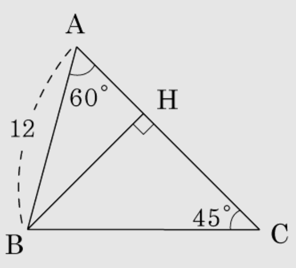


▶ 답 :

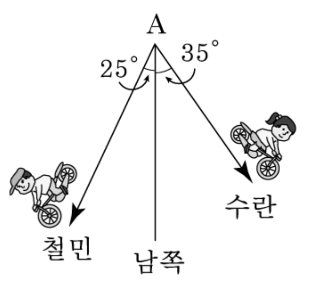
▷ 정답 : $54 + 18\sqrt{3}$

해설

$\overline{AH} = 12\cos 60° = 6$
$\overline{BH} = \overline{CH} = 12\sin 60° = 6\sqrt{3}$
$\overline{AC} = \overline{AH} + \overline{CH} = 6 + 6\sqrt{3}$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 12 \times \left(6 + 6\sqrt{3}\right) \times \sin 60° =$
$54 + 18\sqrt{3}$ 이다.



3. A 지점에서부터 철민이와 수란이가 동시에 자전거를 타고 각자의 집으로 가고 있다. 철민이는 시속 10 km 로 남서쪽 25° 방향으로 가고 수란이는 시속 8 km 로 남동쪽 35° 방향으로 간다면 A 지점에서 출발한 지 1 시간 30 분 후의 철민이와 수란이 사이의 거리를 구하여라.

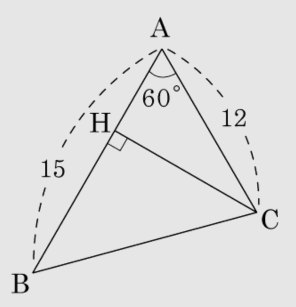


▶ 답 : ＿＿＿＿ km

▷ 정답 : $3\sqrt{21}$ km

해설

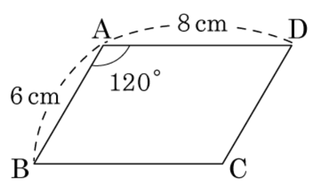
1.5 시간 동안 철민이가 간 거리 :
$10 \times 1.5 = 15$ (km)
1.5 시간 동안 수란이가 간 거리 :
$8 \times 1.5 = 12$ (km)
철민이와 수란이가 있는 지점을 각각 B, C 라고 하면



$\overline{AH} = 12\cos 60° = 6$ (km)
$\therefore \overline{HB} = 15 - 6 = 9$ (km)
$\overline{CH} = 12\sin 60° = 6\sqrt{3}$ (km)

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{\overline{HB}^2 + \overline{CH}^2} = \sqrt{9^2 + (6\sqrt{3})^2} = 3\sqrt{21} \text{ (km)}$$

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{37}$ cm

해설

$\overline{DE} = 6\sin 60° = 3\sqrt{3}\,(cm)$

$\overline{CE} = 6\cos 60° = 3\,(cm)$

$\overline{BE} = 8 + 3 = 11\,(cm)$

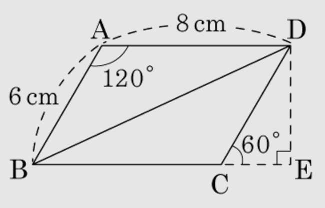
따라서 직각삼각형 BED 에서

$\overline{BD} = \sqrt{\overline{DE}^2 + \overline{BE}^2}$

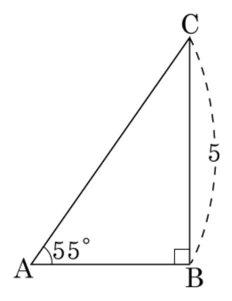
$= \sqrt{27 + 121}$

$= \sqrt{148}$

$= 2\sqrt{37}\,(cm)$



5. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\angle A = 55°$, $\overline{BC} = 5$일 때, 다음 보기 중 $\overline{AB}$의 길이를 나타내는 것을 구하여라.



보기

㉠ $5\sin 55°$　㉡ $5\cos 55°$　㉢ $5\tan 55°$
㉣ $\dfrac{5}{\sin 55°}$　㉤ $\dfrac{5}{\tan 55°}$

▶ 답：

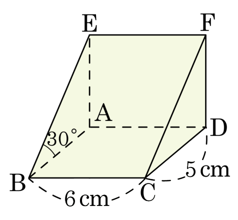
▷ 정답： ㉤

해설

$\tan 55° = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 이므로

$\overline{AB} = \dfrac{\overline{BC}}{\tan 55°} = \dfrac{5}{\tan 55°}$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$, $\angle ABE = 30$ 인 삼각기둥이 있다. 이 삼각기둥의 모든 모서리의 합은?



① $30\left(2+\sqrt{3}\right)\,\text{cm}$　② $(28+10\sqrt{3})\,\text{cm}$

③ $2\left(13-5\sqrt{3}\right)\,\text{cm}$　④ $2\left(13+5\sqrt{3}\right)\,\text{cm}$

⑤ $30\left(\sqrt{3}-1\right)\,\text{cm}$

해설

$\overline{AE} = \tan 30° \times \overline{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 5 = \frac{5\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

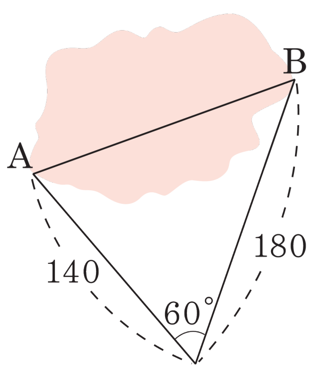
$\overline{BE} = \frac{\overline{AB}}{\cos 30°} = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

$\overline{BC} = \overline{AD} = \overline{EF} = 6\,\text{cm}$

$\overline{AB} = \overline{CD} = 5\text{cm}$, $\overline{AE} = \overline{DF} = \frac{5\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}$

$\overline{BE} = \overline{CF} = \frac{10\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}$ 따라서 모든 모서리의 합은 $18 + 10 + \frac{10\sqrt{3}}{3} + \frac{20\sqrt{3}}{3} = 28 + 10\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

7. 직접 잴 수 없는 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하기 위하여 다음 그림과 같이 측량하였다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

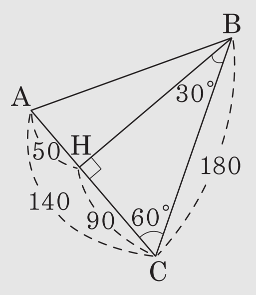
▷ 정답 : $20\sqrt{67}$

해설

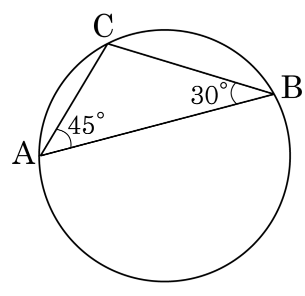
$$\overline{BH} = 180 \times \sin 60^\circ = 180 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 90\sqrt{3}$$

$$\overline{CH} = 180 \times \cos 60^\circ = 180 \times \frac{1}{2} = 90$$

$$\therefore \ \overline{AB} = \sqrt{\left(90\sqrt{3}\right)^2 + 50^2} = \sqrt{26800} = 20\sqrt{67}$$

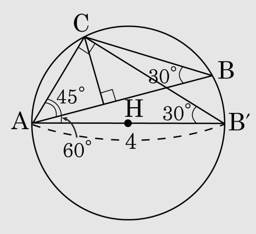


8. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 2 인 원에 $\triangle ABC$ 가 내접하고 있다. $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 30^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



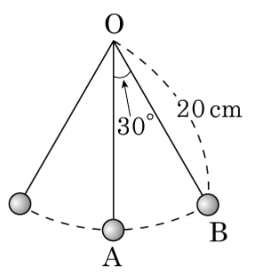
① $\sqrt{2}$　　② $\sqrt{6}$　　③ $\sqrt{2}+\sqrt{6}$
④ $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$　　⑤ $2(\sqrt{2}+\sqrt{6})$

해설



$\overline{CA} = 4\cos 60^\circ = 2$
점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AH} = \overline{CA}\cos 45^\circ = \sqrt{2}$ 이다.
$\therefore \overline{CH} = \overline{AH} = \sqrt{2}$
$\overline{BH} = \dfrac{\overline{CH}}{\tan 30^\circ} = \sqrt{2}\times\sqrt{3} = \sqrt{6}$
$\therefore \overline{AB} = \sqrt{2}+\sqrt{6}$

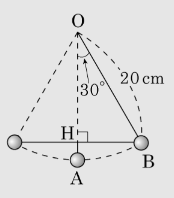
9. 다음 그림과 같이 실의 길이가 20 cm 인 추가 있다. $\angle AOB = 30°$ 일 때, 이 추가 A 를 기준으로 몇 cm 의 높이에 있는지 구하면?



① $(20-10\sqrt{3})$ cm ② $(20-10\sqrt{2})$ cm
③ $(20-5\sqrt{3})$ cm ④ $(20-\sqrt{30}$ cm
⑤ 5 cm

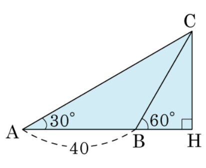
해설

다음 그림에서 구하는 높이는 $\overline{AH}$ 이다.



$\overline{OA} = \overline{OB} = 20\,cm$ 이므로
$\overline{AH} = \overline{OA} - \overline{OH} = 20 - 20\cos 30°$
$= 20 - 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20 - 10\sqrt{3}(cm)$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 60°$, $\overline{AB} = 40$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $20\sqrt{3}$ ② $200\sqrt{3}$ ③ $400\sqrt{3}$
④ $600\sqrt{3}$ ⑤ $800\sqrt{3}$

해설

$\overline{AH} = \dfrac{h}{\tan 30°}$, $\overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 60°}$

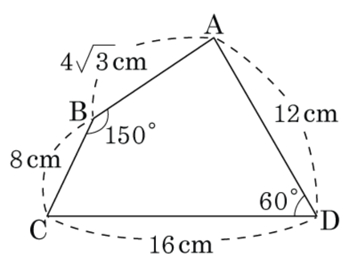
$\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 30°} - \dfrac{h}{\tan 60°}$

$h\left(\dfrac{1}{\tan 30°} - \dfrac{1}{\tan 60°}\right) = 40$, $h\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right) = 40$

$\therefore h = 40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $40 \times 20\sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} = 400\sqrt{3}$

11. 다음 그림과 같은 □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm²

▷ 정답 : $56\sqrt{3}$ cm²

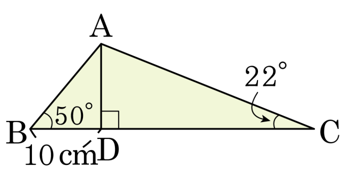
해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 8 \times \sin 30°$
$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 8 \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

$\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 \times \sin 60°$
$= \frac{1}{2} \times 12 \times 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 48\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$
$= 8\sqrt{3} + 48\sqrt{3} = 56\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

12. 다음 그림에서 △ABC 의 넓이는?



x	sin	cos	tan
22°	0.37	0.93	0.40
50°	0.77	0.64	1.20

① 150 cm² ② 160 cm² ③ 180 cm²
④ 240 cm² ⑤ 360 cm²

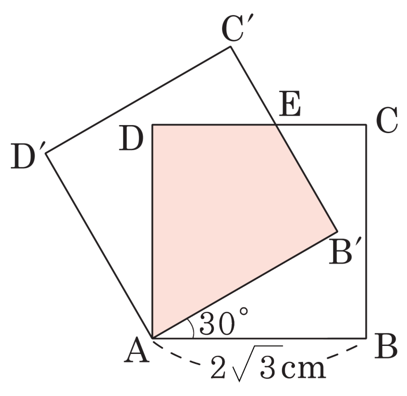
해설

△ABD 에서 $\overline{AD} = \overline{BD}\tan B = 10\tan 50° = 10 \times 1.20 = 12(\text{cm})$

△ACD 에서 $\overline{CD} = \dfrac{\overline{AD}}{\tan 22°} = \dfrac{12}{0.40} = 30(\text{cm})$ 이다.

따라서△ABC $= \dfrac{1}{2} \times (10+30) \times 12 = 240(\text{cm}^2)$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 한변의 길이가 $2\sqrt{3}$cm 인 정사각형 ABCD 를 점 A 를 중심으로 $30°$ 만큼 회전시켜 □AB′C′D′ 을 만들었다. 두 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이를 구하면?

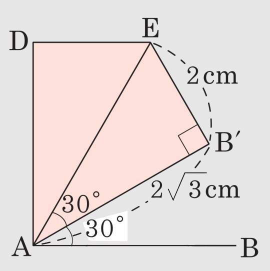


① $2\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ② $3\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ ③ $3\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

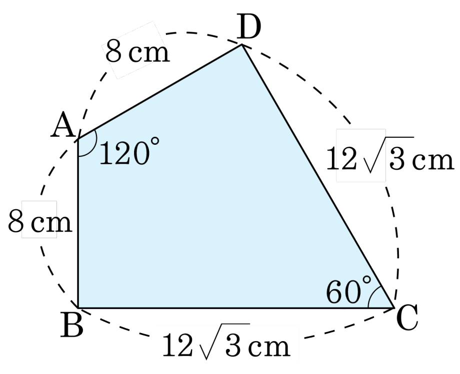
④ $4\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ ⑤ $4\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\square\text{DAB'E} = 2\triangle\text{AB'E} = 2 \times 2\sqrt{3} \times 2 \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$



14. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 넓이는?



① $110\sqrt{3}\text{cm}^2$　② $120\sqrt{3}\text{cm}^2$　③ $130\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ $124\sqrt{3}\text{cm}^2$　⑤ $150\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

점 B 와 점 D 를 연결하면

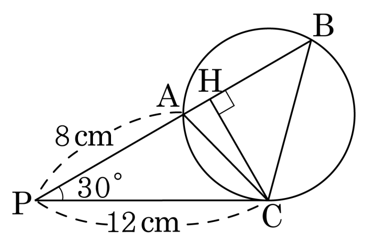
($\square$ABCD 의 넓이)$= \triangle ABD + \triangle BCD$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 120° + \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} \times \sin 60°$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 16\sqrt{3} + 108\sqrt{3} = 124\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림에서 $\overline{PC}$ 는 원의 접선이고 $\overline{PB}$ 는 할선이다. $\angle P = 30°$, $\overline{PA} = 8cm$, $\overline{PC} = 12cm$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



① 28　② 29　③ 30　④ 31　⑤ 32

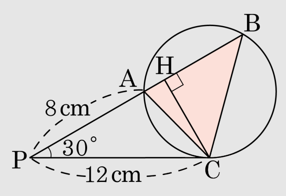
해설

$\overline{PC}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$,　$144 = 8 \times \overline{PB}$

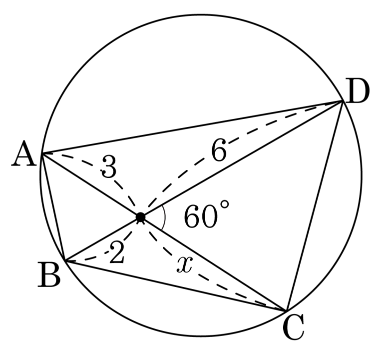
$\overline{CH} = 12 \sin 30° = 12 \times \frac{1}{2} = 6\,(cm)$

$\overline{PB} = 18\,(cm)$　$\overline{AB} = 18 - 8 = 10\,(cm)$

($\triangle ABC$ 의 넓이)$=10 \times 6 \times \frac{1}{2} = 30\,(cm^2)$



16. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

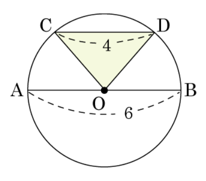
▷ 정답 : $14\sqrt{3}$

해설

$x \times 3 = 2 \times 6,\ x = 4$

$$\therefore (\square \text{ABCD의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3}$$

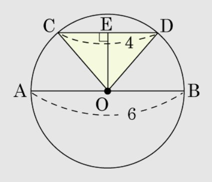
17. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{CD} = 4$ 이고 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 일 때, $\triangle COD$ 의 넓이는?



① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 3

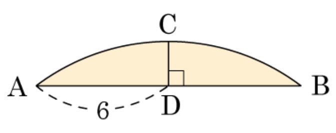
해설

$\overline{OC} = 3$, $\overline{CE} = 2$ 이므로 $\overline{OE} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ 이다.



따라서 $\triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ 이다.

18. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 는 반지름의 길이가 10 인 원의 일부분이다. $\overline{AD} = 6$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



① 1　　② $\sqrt{2}$　　③ $2\sqrt{2}$　　④ 2　　⑤ $\sqrt{5}$

해설

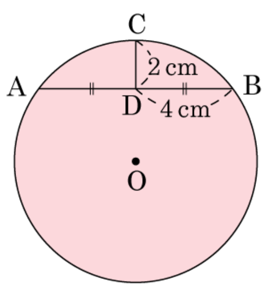
원의 중심 O 과 점 D , 점 A를 연결한다.

△AOD 에서

$\overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 10 - 8 = 2$

19. 다음 그림과 같이 호 AB 는 원 O 의 일부분이고, $\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

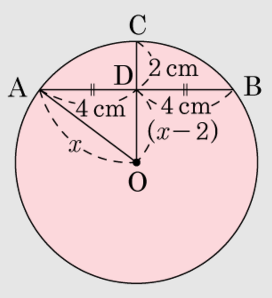
원 O 의 반지름의 길이를 x cm 라 하면

$x^2 = 4^2 + (x-2)^2$

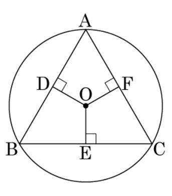
$x^2 = 16 + x^2 - 4x + 4$

$4x = 20$

$\therefore x = 5(\text{cm})$



20. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$

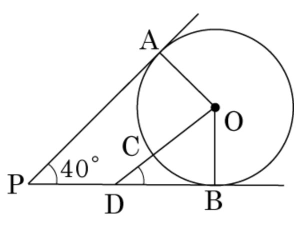
$\overline{AE} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$\overline{OA} = \dfrac{2}{3}\overline{AE} = \dfrac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

(원의 넓이)$=\pi \times \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12\pi\,(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림에서 두 직선 PA 와 PB 는 원 O 의 접선이고, $\angle APB = 40°$ 이다. 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{CB} = 3 : 2$ 인 점 C 를 잡아 $\overline{OC}$ 의 연장선과 $\overline{PB}$ 와의 교점을 D 라고 할 때, $\angle ODB = (\qquad)°$ 이다. $(\qquad)$안에 알맞은 수를 구하여라.



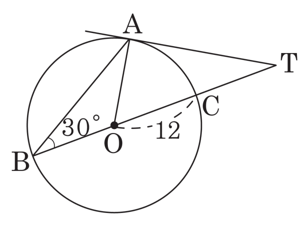
▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

$\angle A = \angle B = 90°$ 이므로 $\angle AOB = 140°$ 이다.
5.0pt$\overset{\frown}{AC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{CB} = 3 : 2$ 이므로
$\angle DOB = 140° \times \frac{2}{3+2} = 56°$ 이다.
$\therefore \angle ODB = 90° - 56° = 34°$

22. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 12 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?



① 7　　② 9　　③ 10

④ 12　　⑤ 13

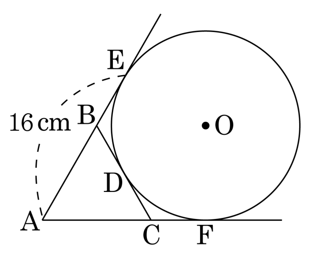
해설

$\angle AOC = 60°$, $\angle ATC = 30°$, $\overline{OA} = 12$

$1 : 2 = 12 : \overline{OT}$　$\therefore \overline{OT} = 24$

$\therefore \overline{CT} = 24 - 12 = 12$

23. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 원 O 의 접점이고 $\overline{AE} = 16\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



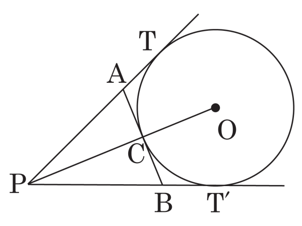
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 32 cm

해설

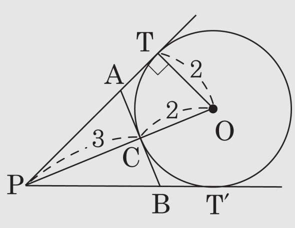
$\overline{AE}, \overline{AF}$ 는 원 O 의 접선이므로 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 이고 $\overline{BE}, \overline{BD}$ 는 원 O 의 접선이므로 $\overline{BE} = \overline{BD}$ 이다.
$\overline{CD}, \overline{CF}$ 는 원 O 의 접선이므로 $\overline{CD} = \overline{CF}$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $2 \times 16 = 32(\mathrm{cm})$ 이다.

24. 다음 그림에서 원 O 는 $\overline{AB}$ 와 점 C 에서 접하고, $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 의 연장선과 두 점 T, T′ 에서 각각 접한다. $\overline{PC} = 3\text{cm}$, $\overline{CO} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{PT} + \overline{PT'}$ 의 값은?



① $\dfrac{\sqrt{21}}{2}\text{cm}$　② $\sqrt{21}\text{cm}$　③ $2\sqrt{21}\text{cm}$
④ $\sqrt{29}\text{cm}$　⑤ $2\sqrt{29}\text{cm}$

해설

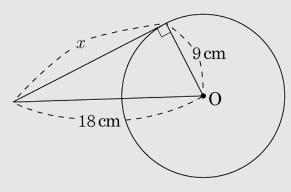


$\triangle POT$ 에서 $\overline{OP} = 5\text{cm}, \overline{OT} = 2\text{cm}$ 이므로
$\overline{PT} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}\text{cm}$
$\overline{PT} = \overline{PT'}$　$\therefore \overline{PT} + \overline{PT'} = \sqrt{21} \times 2 = 2\sqrt{21}\text{cm}$

25. 반지름의 길이가 9cm 인 원의 중심으로부터 18cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는?

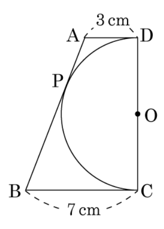
① $9\sqrt{3}$cm　② $10\sqrt{3}$cm　③ $11\sqrt{3}$cm
④ $12\sqrt{3}$cm　⑤ $13\sqrt{3}$cm

해설



$x = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{9^2(4-1)} = 9\sqrt{3}$(cm)

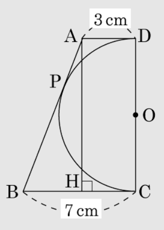
26. 다음 그림에서 점 A , B 는 원 O 위의 한 점 P 에서 그은 접선과 지름의 양 끝점 C, D 에서 그은 접선이 만나는 점이다. $\overline{AD} = 3cm$, $\overline{BC} = 7cm$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad cm^2}$

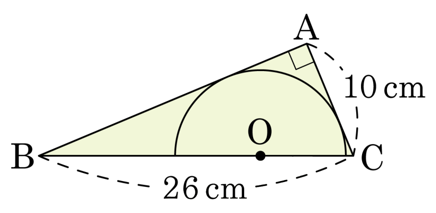
▷ 정답 : $5\sqrt{21}$ cm^2

해설



$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BC} = 3 + 7 = 10(cm)$ 이다.
$\overline{BH} = 7 - 3 = 4(cm)$
$\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}(cm)$ 이므로 $\overline{OP} = \overline{OC} = \overline{OD} = \frac{1}{2}\overline{AH} = \sqrt{21}(cm)$ 이다 .
따라서 $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 10 \times \sqrt{21} = 5\sqrt{21}(cm^2)$ 이다.

27. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 26\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$ 이다. 이 삼각형에서 빗변 BC 위에 지름이 있는 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.(단, $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ 는 반원 O 의 접선이다.)



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : $\frac{120}{17}$ cm

해설

반원 O의 반지름의 길이를 $r$cm 이라 하면
$\overline{AB} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24(\text{cm})$이므로

$\triangle ABC$의 넓이 $= 10 \times 24 \times \frac{1}{2} = 120(\text{cm}^2)$

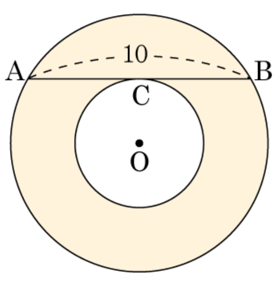
$\triangle AOB + \triangle AOC = 24 \times r \times \frac{1}{2} + 10 \times r \times \frac{1}{2}$

$= 10 \times 24 \times \frac{1}{2}$

$17r = 120$

$\therefore r = \frac{120}{17}(\text{cm})$

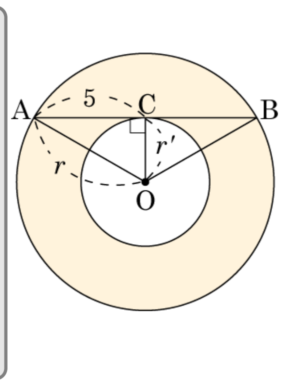
28. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB 가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



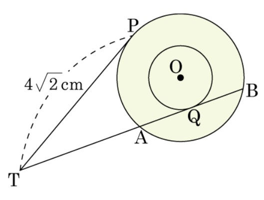
① 10π ② 15π ③ 20π ④ 25π ⑤ 30π

해설

큰 원의 반지름의 길이를 r, 작은 원의 반지름의 길이를 $r\prime$ 이라고 하자.
$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로
$\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$
직각삼각형 △ACO 에서 $r^2 - r\prime^2 = 5^2$
(색칠한 부분의 넓이)$= \pi r^2 - \pi r\prime^2 = \pi(r^2 - r\prime^2) = 25\pi$



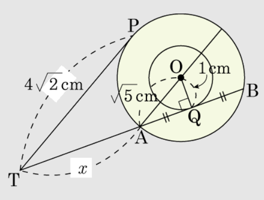
29. 다음 그림과 같이 중심이 같고, 반지름의 길이가 각각 1 cm , $\sqrt{5}$ cm 인 두 원이 있다. 원 밖의 한 점 T 에서 큰 원과 작은 원에 각각 접선 $\overline{PT}$ 와 $\overline{QT}$ 를 긋고 $\overrightarrow{TQ}$ 와 큰 원이 만나는 점을 각각 A, B 라 한다. $\overline{PT} = 4\sqrt{2}$cm 일 때, $\overline{TB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설



$\overline{OQ} = 1$ cm , $\overline{OA} = \sqrt{5}$ cm , $\angle OQA = 90°$

$\therefore \overline{AQ} = \sqrt{5-1} = 2$(cm)

$\therefore \overline{QB} = \overline{AQ} = 2$(cm)

$\overline{TA} = x$ 라 하면

$\overline{PT}^2 = \overline{TA} \times \overline{TB}$

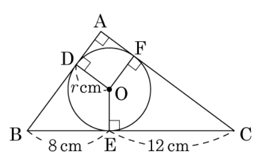
$(4\sqrt{2})^2 = x \times (x+4)$

$x^2 + 4x - 32 = (x+8)(x-4) = 0$

$\therefore x = 4$(cm)

$\therefore \overline{TB} = 4 + 2 + 2 = 8$(cm)

30. 다음 그림에서 원 O 는 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{BE} = 8\text{cm}$, $\overline{CE} = 12\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이를 구하여라.



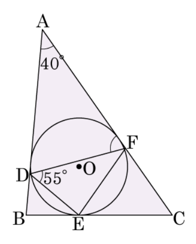
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $16\pi\ \underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{CF} = 12\text{cm}$ 이므로
$\overline{AB} = (8 + r)\text{cm}$, $\overline{AC} = (12 + r)\text{cm}$ 이다.
$(8 + r)^2 + (12 + r)^2 = 20^2$
$2r^2 + 40r - 192 = 0$
$r^2 + 20r - 96 = 0$
$(r - 4)(r + 24) = 0$
따라서 $r = 4\,\text{cm}$ $(r > 0)$ 이므로
원 O 의 넓이는 $4^2\pi = 16\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

31. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내접원은 $\triangle DEF$ 의 외접원이다. $\angle BAC = 40°$, $\angle FDE = 55°$ 일 때, $\angle AFD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad °}$

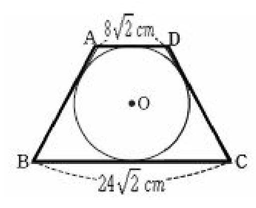
▷ 정답 : 70 $\underline{°}$

해설

$\overline{AD} = \overline{AF}$ 이므로

$\angle AFD = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

32. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 가 있다. $\overline{AD} = 8\sqrt{2}$cm , $\overline{BC} = 24\sqrt{2}$cm 일 때, 내접원 O 의 넓이는?



① $69\pi cm^2$ ② $69\sqrt{2}\pi cm^2$ ③ $96\pi cm^2$

④ $96\sqrt{2}\pi cm^2$ ⑤ $8\sqrt{6}\pi cm^2$

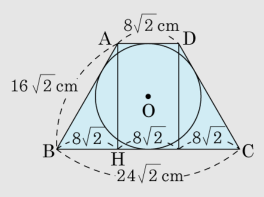
해설

$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{AB}$ $\therefore$ $\overline{AB} = 16\sqrt{2}(cm)$

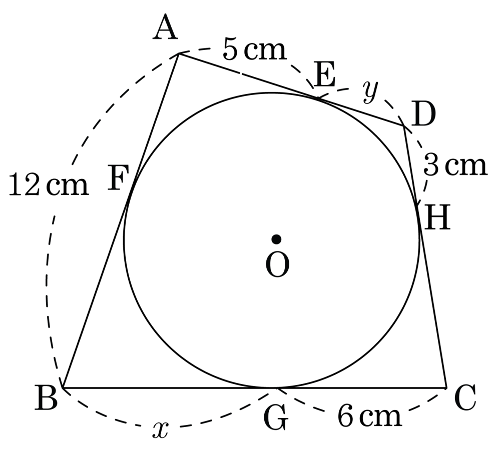
$\overline{AH} = \sqrt{\left(16\sqrt{2}\right)^2 - \left(8\sqrt{2}\right)^2} = 8\sqrt{6}(cm)$

$\therefore$ 원의반지름은$4\sqrt{6}$ (cm)

(원의 넓이) $= \pi \times (4\sqrt{6})^2 = 96\pi(cm^2)$



33. 다음 그림과 같이 □ABCD가 원 O에 외접할 때, $x+y$의 값은?



① 10　② 11　③ 12　④ 13　⑤ 14

해설

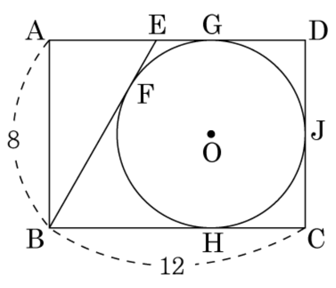
$\overline{AF}=\overline{AE}=5(\text{cm})$

$\overline{DH}=\overline{ED}=3(\text{cm})$

$\overline{BF}=\overline{BG}=7(\text{cm})$

따라서 $x=7(\text{cm}),\ y=3(\text{cm})$

34. 다음 그림과 같이 원 O 가 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라. (단, F, G, H, J 는 접점)



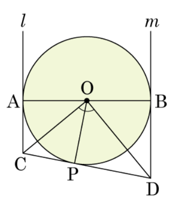
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{ED}+\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{DC}$ 이므로 $\overline{ED}+12=\overline{BE}+8$ 이다. 따라서 $\overline{ED}=\overline{BE}-4$ 이다.
$\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}=12-(\overline{BE}-4)=16-\overline{BE}$ 이므로 직각삼각형 ABE 에서 $\overline{BE^2}=(16-\overline{BE})^2+8^2$ 이다. 따라서 $\overline{BE}=10$ 이다.

35. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 AB 의 양 끝점에서 그은 접선과 원 O 위의 점 P 에서 그은 접선이 만나는 점을 각각 C, D 라고 할 때, $\angle COD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ____ °

▷ 정답: 90°

해설

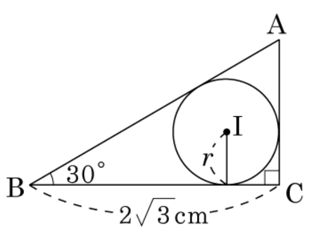
$\triangle AOC \equiv \triangle POC$ (RHS합동)

$\angle AOC = \angle POC$, $\triangle BOD \equiv \triangle POD$

$\angle BOD = \angle POD$ (RHS합동)

$\therefore \angle COD = \angle COP + \angle DOP = \frac{1}{2} \times 180° = 90°$

36. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 30°$ 이고, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\sqrt{3} - 1$ cm

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}\tan 30° = 2\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 2$ (cm)

또, $\cos 30° = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 이므로

$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\cos 30°} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4$ (cm)

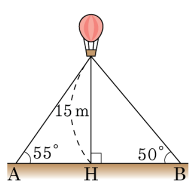
$\triangle ABC$ 의 넓이를 이용하면

$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AC} = \triangle IBC + \triangle ICA + \triangle IAB$

$2\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times r + \frac{1}{2} \times 2 \times r + \frac{1}{2} \times 4 \times r$

$\left(3 + \sqrt{3}\right) r = 2\sqrt{3} \qquad \therefore\ r = \sqrt{3} - 1$ (cm)

37. 다음 그림과 같이 지면으로부터 15m 높이에 있는 기구를 두 지점 A, B 에서 올려다 본 각도가 각각 55°, 50° 일 때, 다음 삼각비 표를 이용하여 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하여 빈 칸에 알맞은 수를 써넣어라.(단, 결과값은 소수 둘째 자리에서 반올림한다.)



각도	sin	cos	tan
35	0.5736	0.8192	0.7002
40	0.6428	0.7660	0.8391

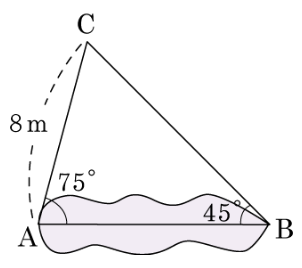
▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : 23.1 m

해설

$\overline{AH} = 15 \times \tan 35° = 10.503(\mathrm{m})$
$\overline{BH} = 15 \times \tan 40° = 12.5865(\mathrm{m})$
따라서 $\overline{AH} + \overline{BH} = 10.503 + 12.5865 = 23.0895 \fallingdotseq 23.1(\mathrm{m})$
이다.

38. 다음 그림과 같은 호수의 폭 $\overline{AB}$ 를 구하기 위하여 호수의 바깥쪽에 점 C 를 정하고 필요한 부분을 측량하였더니 $\overline{AC} = 8m$, $\angle BAC = 75°$, $\angle ABC = 45°$ 였다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

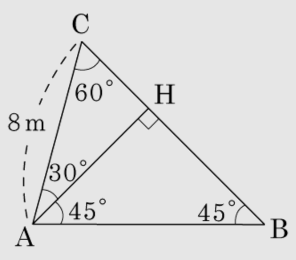


▶ 답: m

▷ 정답: $4\sqrt{6}$ m

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH} = \overline{AC}\sin 60° = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\,(m)$
따라서 $\triangle ABH$ 에서
$\overline{AB} = \frac{\overline{AH}}{\sin 45°} = 4\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{6}\,(m)$ 이다.



39. 삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = a$, $\overline{\mathrm{AC}} = b$, $\overline{\mathrm{AB}} = c$ 일 때, $a(a-c)(a+c)+b(b-c)(b+c)=0$ 이 성립할 때, $\tan \mathrm{C}$ 의 값을 구하여라.

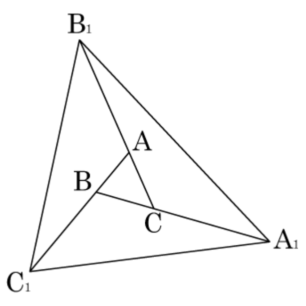
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

해설

$a(a-c)(a+c)+b(b-c)(b+c)=0$
$a^3+b^3-c^2(a+b)=0$
$(a+b)(a^2-ab+b^2-c^2)=0$
그런데 $a+b \neq 0$ 이므로 $a^2-ab+b^2-c^2=0$
제이코사인법칙에 의해 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$
두 식을 더하면 $ab=2ab\cos \mathrm{C}$ 이므로 $\cos C=\frac{1}{2}$
$\therefore \tan \mathrm{C} = \sqrt{3}$

40. 다음 그림과 같이 주어진 $\triangle ABC$ 에 대하여 변 BC 의 연장선 위에 $2\overline{BC} = \overline{CA_1}$ 이 되도록 점 A_1 를 찍고 같은 방법으로 점 B_1, C_1 를 찍어 $\triangle A_1B_1C_1$ 을 만들었다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 1 일 때, $\triangle A_1B_1C_1$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\triangle BC_1A_1$ 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \overline{BC_1} \times \overline{BA_1} \times \sin \angle C_1BA_1$

$= \frac{1}{2} \times \left(2\overline{AB}\right) \times \left(3\overline{BC}\right) \times \sin\left(180° - \angle C_1BA_1\right)$

$= 6 \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin \angle ABC\right)$

$= 6 \times (\triangle ABC$의 넓이$)$

마찬가지로 계산하면

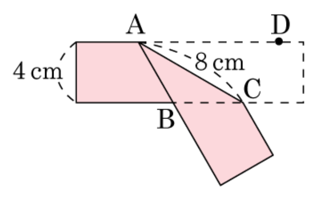
$\triangle AB_1C_1 = \triangle CB_1A_1 = 6\triangle ABC$

$\therefore\ \triangle A_1B_1C_1 = 18\triangle ABC + \triangle ABC$

$= 19\triangle ABC$

$= 19$

41. 다음 그림과 같이 폭이 4cm 인 종이 테이프를 선분 AC 에서 접었다. $\overline{AC} = 8$cm 일 때, △ABC 의 넓이를 구하면?



① $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ cm^2
② $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ cm^2
③ $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ cm^2
④ $\dfrac{3\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}$ cm^2
⑤ $\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3}$ cm^2

해설

$\sin C = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$ 이므로 $\angle C = 30°$ 이다.

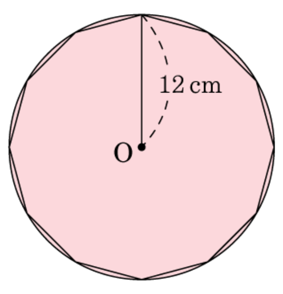
△ABC 는 이등변삼각형이고 $\angle ABC = 120°$, $\angle ABH = 60°$ 이므로

(단, 점 H는 점 A에서 수직으로 내린 점)

$\overline{BC} = \overline{AB} = \dfrac{4}{\sin 60°} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$(cm) 이다.

따라서 △ABC $= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{8\sqrt{3}}{3} \times \dfrac{8\sqrt{3}}{3} \times \sin(180° - 120°) = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}$(cm^2) 이다.

42. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 cm 인 원 O 에 내접하는 정십이각형의 넓이를 구하여라.

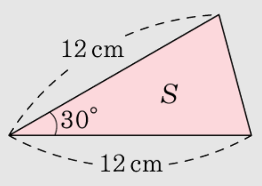


① $400\,\text{cm}^2$　② $412\,\text{cm}^2$　③ $422\,\text{cm}^2$　④ $432\,\text{cm}^2$　⑤ $448\,\text{cm}^2$

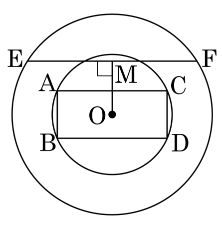
해설

정십이각형은 합동인 삼각형 12 개로 이루어져 있으므로 $S = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 30^\circ = 72 \times \frac{1}{2} = 36 \ (\text{cm}^2)$

따라서 정십이각형의 넓이는 $36 \times 12 = 432 \ (\text{cm}^2)$ 이다.



43. 다음 그림과 같이 중심이 같은 두 원에서 작은 원에 내접하는 직사각형과 큰 원의 현인 선분 EF 가 있다. 원의 중심 O 에서 선분 EF 에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{AB} = 4$, $\overline{EF} = 3\overline{AB}$, $\overline{OM} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 이고 두 원의 반지름의 길이의 차는 $2\sqrt{2}$ 일 때, 큰 원의 반지름의 길이를 구하여라.

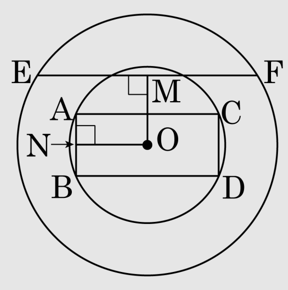


▶ 답 :

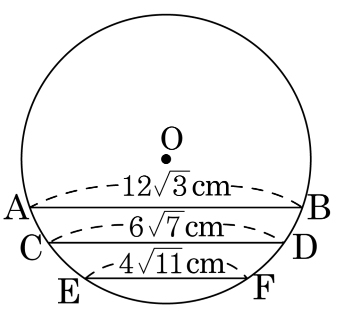
▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{AB} = 4$, $\overline{EF} = 3\overline{AB}$ 이므로 $\overline{EF} = 12$
원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 N 이라 하고
큰 원의 반지름의 길이를 x 라 하면
$\overline{AN} = \frac{1}{2} \times \overline{AB} = 2$, $\overline{EM} = \frac{1}{2} \times \overline{EF} = 6$
$\overline{OA} = x - 2\sqrt{2}$
삼각형 EOM 에서 $\overline{OM^2} = x^2 - 6^2 \cdots$ ①
삼각형 ANO 에서 $\overline{ON}^2 = (x - 2\sqrt{2})^2 - 2^2 \cdots$ ②
이 때, $\overline{OM} = \overline{ON} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 이므로
①, ②에 의하여 $x^2 - 6^2 = (x - 2\sqrt{2})^2 - 2^2$
$\therefore\ x = 5\sqrt{2}$



44. 다음 그림과 같이 원 O 에 세 개의 현을 그었을 때 원의 중심 O 로부터 세 현까지의 거리의 비가 6 : 9 : 10 이 된다. 세 현의 길이가 각각 $12\sqrt{3}$cm, $6\sqrt{7}$cm, $4\sqrt{11}$cm 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.

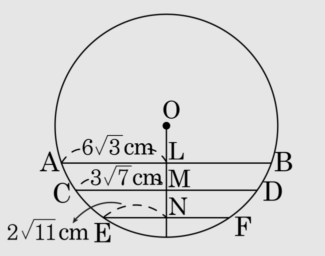


▶ 답 : ______ cm

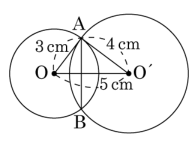
▷ 정답 : 12 cm

해설

원의 중심 O 에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 에 내린 수선의 발을 각각 L, M, N 이라 하면
원의 중심 O 로부터 세 현까지의 거리의 비가 6 : 9 : 10 이므로
$\overline{OL} = 6k$, $\overline{OM} = 9k$, $\overline{EF} = 10k$
원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하고 △OAL, △OCM, △OEN 에서 각각 피타고라스 정리를 이용하면
$r^2 = (6k)^2 + (6\sqrt{3})^2 \cdots$ ①
$r^2 = (9k)^2 + (3\sqrt{7})^2 \cdots$ ②
$r^2 = (10k)^2 + (2\sqrt{11})^2 \cdots$ ③
①, ②에 의하여 $36k^2 + 108 = 81k^2 + 63$
$\therefore\ k = 1 (\because k > 0)$
$k = 1$ 을 ①에 대입하면 $r^2 = 144$
$\therefore\ r = 12 (\because r > 0)$



45. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 3cm, 4cm 인 두 원이 두 점 A, B 에서 만나고 중심 사이의 거리가 5cm 일 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4.8 cm

해설

$\triangle OAO'$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{O'A}^2 = \overline{OO'}^2$ 이므로 $\angle A = 90°$

점 A 에서 $\overline{OO'}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

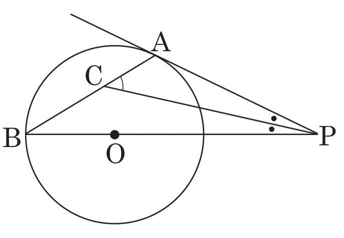
$\triangle AOO' = \frac{1}{2}\overline{OA} \times \overline{O'A} = \frac{1}{2}\overline{OO'} \times \overline{AH}$

즉, $\overline{OA} \times \overline{O'A} = \overline{OO'} \times \overline{AH}$

$3 \times 4 = 5\overline{AH}$, $\overline{AH} = 2.4\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 4.8\,(\text{cm})$

46. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 는 원 O 와 점 A 에서 접하고, 선분 PO 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 B 라 한다. 또, $\angle APB$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 C 라 할 때, $\angle PCA$ 의 크기를 구하면?

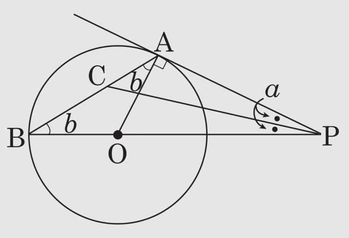


① $25°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $60°$

해설

점 A 와 점 O 를 연결하면

$\angle OAP = 90°$



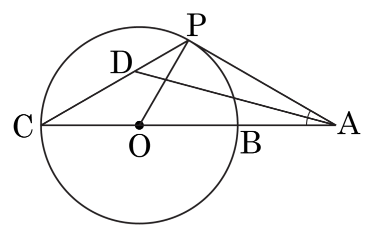
$\angle APC = \angle OPC = a$, $\angle OAB = \angle OBA = b$ 라 하면, $\triangle ABP$ 에서 $90° + 2(a+b) = 180°$

$\therefore a + b = 45°$

$\triangle CBP$ 에서 $\angle PCA = \angle CPB + \angle CBP$

$\therefore \angle PCA = a + b = 45°$

47. 다음 그림과 같이 점 A 에서 원의 중심 O 에 선을 그었을 때 원과 만나는 점을 B 와 C 라 하고 원에 접선을 그었을 때 원과 접하는 점을 P 라 한다. $\angle\mathrm{PAC}$ 의 이등분선과 $\overline{\mathrm{PC}}$ 의 교점을 D 라 할 때, $\angle\mathrm{ADP}$ 의 크기를 구하여라.

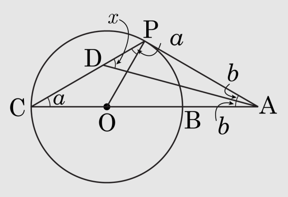


▶ 답 : $^\circ$

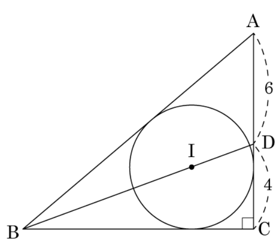
▷ 정답 : 45 $^\circ$

해설

$\angle\mathrm{DCO} = a$, $\angle\mathrm{PAD} = \angle\mathrm{DAC} = b$ 라 하고
$\angle\mathrm{OPA} = 90^\circ$ 이고
$\triangle\mathrm{OCP}$ 는 $\overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{OP}}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{DCO} = \angle\mathrm{DPO} = a$
$\angle\mathrm{ADP} = x$ 로 놓으면 $\triangle\mathrm{ADP}$ 에서
$\angle\mathrm{PAD} + \angle\mathrm{OPA} + \angle\mathrm{DPO} + \angle\mathrm{ADP} = 180^\circ$ 이므로
$a + b + 90^\circ + x = 180^\circ \cdots$ ㉠
또한 $\angle\mathrm{ADP}$ 는 $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 외각이므로
$\angle\mathrm{ADP} = \angle\mathrm{DAC} + \angle\mathrm{DCO}$
$\therefore\ x = a + b$
이를 ㉠식에 대입하여 풀면 $x = 45^\circ$
$\therefore\ \angle\mathrm{ADP} = 45^\circ$



48. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내심을 I 라 하고, $\overline{BI}$ 의 연장선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AD} = 6, \overline{CD} = 4$ 이다. 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5 - \sqrt{5}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle ABC$ 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CD} = 6 : 4 = 3 : 2$

$\overline{AB} = 3a, \overline{BC} = 2a$ 로 놓으면

$9a^2 = 4a^2 + 100$

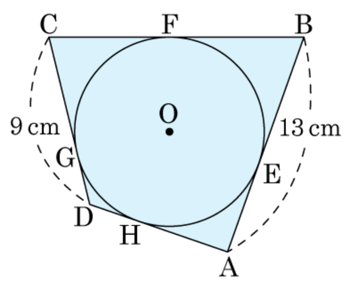
$5a^2 = 100$

$a = 2\sqrt{5} (\because a > 0)$

$\frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 10\sqrt{5})$

$\therefore r = 5 - \sqrt{5}$

49. 다음 그림과 같이 반지름이 4 cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

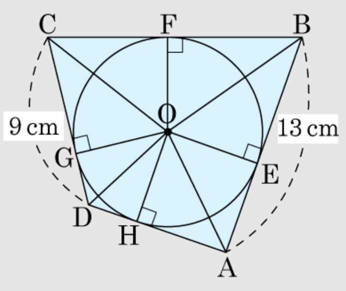


▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 88 cm^2

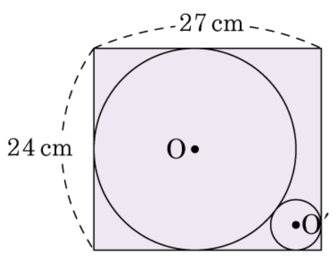
해설

외접 사각형의 성질에 의해서 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 22\,cm$



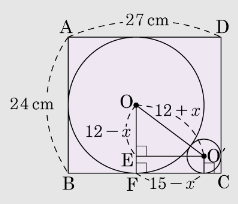
또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로
(사각형의 넓이)
$= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COD + \triangle DOA$
$= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{DA} \times r$
$= \frac{1}{2} \times r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA})$
$= \frac{1}{2} \times 4 \times 44 = 88(cm^2)$

50. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 27 cm , 세로의 길이가 24 cm 인 직사각형에 서로 접하는 두 원이 있다. 이때 작은 원의 반지름은?



① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설



큰 원의 반지름은 12 cm
작은 원의 반지름을 x cm 라 하면
$\overline{OO'} = 12 + x,\ \overline{OE} = 12 - x,\ \overline{O'E} = \overline{CF} - x = 15 - x$ 이므로
$(12 + x)^2 = (12 - x)^2 + (15 - x)^2$
$x = 3$