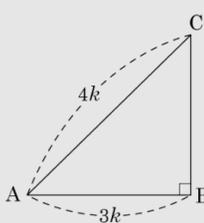


1. $\cos A = \frac{3}{4}$ 일 때, $\sin A + \tan A$ 의 값은? (단, $0^\circ < A < 90^\circ$)

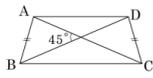
- ① $\frac{3\sqrt{7}}{4}$ ② $\frac{5\sqrt{7}}{4}$ ③ $\frac{7\sqrt{7}}{4}$ ④ $\frac{5\sqrt{7}}{12}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{7}}{12}$

해설

$\cos A = \frac{3}{4}$ 인 $\triangle ABC$ 를 그려 보면
 $\overline{BC} = \sqrt{(4k)^2 - (3k)^2} = \sqrt{7}k$
 $\therefore \sin A = \frac{\sqrt{7}}{4}, \tan A = \frac{\sqrt{7}}{3}$
 $\therefore \sin A + \tan A = \frac{\sqrt{7}}{4} + \frac{\sqrt{7}}{3} = \frac{7\sqrt{7}}{12}$



2. 다음 그림과 같이 두 대각선이 이루는 각의 크기가 45° 인 등변사다리꼴 ABCD의 넓이가 $36\sqrt{2}\text{cm}^2$ 일 때, AC의 길이를 구하면?



- ① 8 cm ② 10 cm ③ 12 cm ④ 14 cm ⑤ 16 cm

해설

대각선 $\overline{AC} = \overline{BD} = x$ 라면

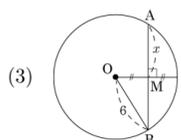
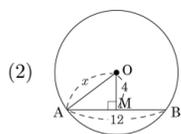
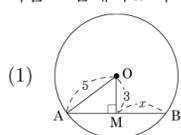
$$x \times x \times \frac{1}{2} \times \sin 45 = 36\sqrt{2}$$

$$x^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 36\sqrt{2}$$

$$x^2 = 144$$

$$x = 12 \text{ (cm)}$$

3. 다음 그림에서 x 의 길이를 순서대로 바르게 나열한 것은?



① 4, 7, $3\sqrt{3}$

② 4, 7, $\sqrt{29}$

③ 4, $\sqrt{51}$, $3\sqrt{3}$

④ 4, $\sqrt{48}$, 9

⑤ 4, $\sqrt{52}$, $3\sqrt{3}$

해설

(1) $\overline{AM}^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \therefore \overline{AM} = \overline{MB} = 4$

(2) $\overline{AM} = \overline{BM}$

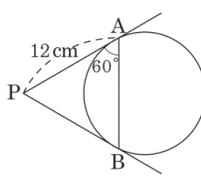
$\therefore \overline{AM} = 6$

$x^2 = 6^2 + 4^2 = 52$

$\therefore x = \sqrt{52}$

(3) $6^2 = x^2 + 3^2 \therefore x = 3\sqrt{3}$

4. 다음 그림에서 직선 \overline{PA} , \overline{PB} 는 원의 접선이고 점A, B는 접점이다. $\angle PAB = 60^\circ$ 일 때, \overline{AB} 의 길이는?

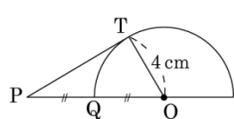


- ① $12\sqrt{3}\text{cm}$ ② $6\sqrt{3}\text{cm}$ ③ 6cm
 ④ 9cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60^\circ$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로 $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 이다.

5. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 반원 O 의 접선이다.
 $\overline{OT} = 4\text{cm}$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{OQ}$ 일 때, \overline{PT} 의 길이는 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 를 구하여라.
 (단, b 는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

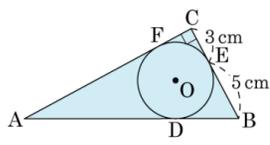
해설

$$\overline{OP} = 2 \times \overline{OQ} = 8$$

$$\angle T = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{PT} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$$

6. 다음 그림에서 원 O는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{BE} = 5\text{cm}$, $\overline{EC} = 3\text{cm}$ 일 때, \overline{AB} 의 길이는?

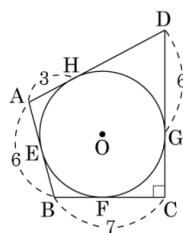


- ① 10cm ② 12cm ③ 13.5cm
 ④ 15cm ⑤ 17cm

해설

$\overline{BD} = \overline{BE} = 5\text{cm}$, $\overline{EC} = \overline{FC} = 3\text{cm}$ 이고
 $\overline{AD} = \overline{AF} = x\text{cm}$ 라 하면
 직각삼각형의 피타고라스 정리에 의해서
 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$
 $(x+5)^2 = 8^2 + (x+3)^2$
 $\therefore x = 12(\text{cm})$
 따라서 $\overline{AB} = 17\text{cm}$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\square ABCD$ 가 원 O 에 외접하고 있다. 점 E, F, G, H 는 접점이고 $\overline{AH} = 3, \overline{AB} = 6, \overline{BC} = 7, \overline{DG} = 6$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 64

해설

$$\overline{DH} = \overline{DG} = 6 \quad \therefore \overline{AD} = 9$$

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$$

$$6 + 6 + \overline{GC} = 7 + 9, \overline{GC} = 4$$

$$\therefore (\text{원 } O \text{의 반지름}) = 4$$

원의 중심 O 에서 각 변에 이르는 거리는 원의 반지름과 같으므로

$$\overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG} = \overline{OH} = 4 \text{ 이다.}$$

($\square ABCD$ 의 넓이)

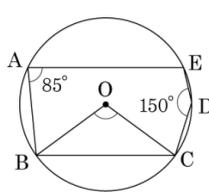
$$= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times (6 + 7 + 10 + 9)$$

$$= 64$$

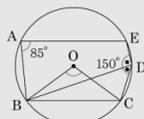
8. 다음 그림과 같이 오각형 ABCDE 가 원 O 에 내접하고 $\angle A = 85^\circ$, $\angle D = 150^\circ$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기는?

- ① 90° ② 100° ③ 140°
 ④ 110° ⑤ 120°



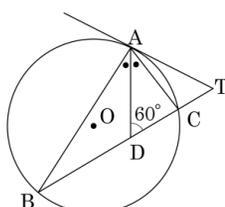
해설

점 B 와 D 에 선분을 그으면



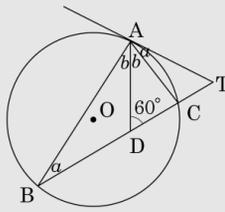
$\angle EDB = 95^\circ$ 이므로 $\angle BDC = 150^\circ - 95^\circ = 55^\circ$
 $\angle BOC$ 는 $\angle BDC$ 의 중심각이므로
 $\therefore \angle BOC = 55^\circ \times 2 = 110^\circ$

9. 다음 그림에서 \overline{AD} 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이고, 선분 BC 의 연장선과 점 A 를 접점으로 하는 접선의 교점을 T 라 한다. $\angle TDA = 60^\circ$ 일 때, $\angle TAD$ 의 크기는?



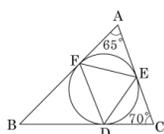
- ① 30° ② 40° ③ 50°
 ④ 60° ⑤ 70°

해설



$\angle TAC = \angle ABC = a$
 $\angle CAD = \angle BAD = b$
 $\triangle ABD$ 에서 $a + b = 60^\circ$
 $\therefore \angle TAD = a + b = 60^\circ$

10. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내접원이 $\triangle DEF$ 의 외접원이다.
 $\angle A = 65^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 의 크기는?

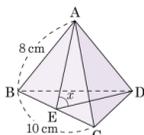


- ① 65° ② 65.5° ③ 66° ④ 67.5° ⑤ 68.5°

해설

$$\begin{aligned} \angle FBD &= 180^\circ - (65^\circ + 70^\circ) = 45^\circ \\ \overline{BF} &= \overline{BD} \text{ 이므로} \\ \therefore \angle DEF &= \angle BDF = (180^\circ - 45^\circ) \div 2 = 67.5^\circ \end{aligned}$$

11. 다음 그림의 삼각뿔은 옆면이 모두 합동인 이등변삼각형이고 밑면은 한 변의 길이가 10인 정삼각형이다. 모서리 BC의 중점을 E라 하고, $\angle AED = x$ 일 때, $\tan x$ 의 값은?



- ① $\frac{\sqrt{23}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{23}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{23}}{5}$
 ④ $\frac{4\sqrt{23}}{5}$ ⑤ $\sqrt{23}$

해설

$$\overline{AE} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BE}^2} = \sqrt{64 - 25} = \sqrt{39}$$

점 A에서 \overline{ED} 에 내린 수선의 발을 H라 하면



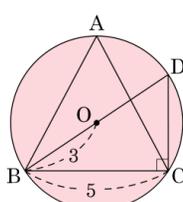
$$\overline{EH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 \times \frac{1}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{39 - \frac{25}{3}} = \sqrt{\frac{92}{3}} = \frac{2\sqrt{69}}{3}$$

$$\therefore \tan x = \frac{2\sqrt{69}}{5\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{23}}{5}$$

12. 반지름의 길이가 3cm 인 원에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\widehat{BC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\cos A$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{5\sqrt{11}}{6}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{\sqrt{10}}{6}$
 ④ $\frac{\sqrt{11}}{6}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{11}}{11}$



해설

꼭짓점 A 를 \widehat{BD} 가 지름이 되도록 이동시키면, $\angle C = 90^\circ$
 $\angle A$ 는 50pt \widehat{BC} 에 대한 원주각이므로 변하지 않는다.

$\widehat{BD} = 6$, $BC = 5$ 이므로 $DC = \sqrt{11}$

$$\therefore \cos A = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

13. 다음 중 계산이 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ = \frac{3}{2}$

② $\sin 0^\circ \times \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \times \tan 45^\circ = 1$

③ $\cos 0^\circ \times \sin 90^\circ - \tan 45^\circ \times \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

④ $\sin 60^\circ \times \sin 0^\circ + \cos 30^\circ \times \cos 0^\circ = 1$

⑤ $\sin 90^\circ \times \cos 60^\circ - \cos 90^\circ \times \tan 60^\circ = \frac{1}{2}$

해설

① (준식) $= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$

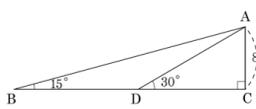
② (준식) $= 0 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$

③ (준식) $= 1 \times 1 - 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

④ (준식) $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 0 + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ (준식) $= 1 \times \frac{1}{2} - 0 \times \sqrt{3} = \frac{1}{2}$

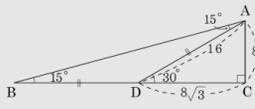
14. 다음 그림을 이용하여 $\tan 15^\circ$ 의 값을 구하면?



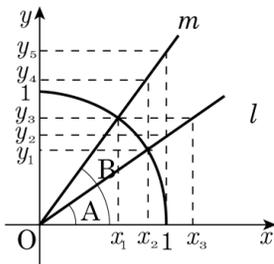
- ① $2 - \sqrt{2}$ ② $2 + \sqrt{2}$ ③ $2 + \sqrt{3}$
 ④ $2 - \sqrt{3}$ ⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

$$\tan 15^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{8}{16 + 8\sqrt{3}} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$



15. 다음 그림은 좌표평면 위에 반지름의 길이가 1 인 사분원과 원점을 지나는 직선 l, m 을 그린 것이다. 직선 l, m 이 x 축과 이루는 예각의 크기를 각각 A, B 라 할 때, 다음 중 계산 결과가 다른 하나는?



- ① $y_1^2 + x_2^2$ ② $y_2 \times \frac{x_3}{y_3}$ ③ $y_3^2 + x_1^2$
 ④ $y_5 \times \frac{y_3}{x_3}$ ⑤ $\frac{y_3}{x_1} \times \frac{x_2}{y_4}$

해설

$\sin A = y_2, \cos A = x_1$
 $\sin B = y_3, \cos B = x_4$
 $\tan A = \frac{y_2}{x_1}, y_2, \frac{y_3}{x_4}$
 $\tan B = \frac{y_3}{x_4}, \frac{y_2}{x_1}, y_5$

① $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$
 ② $\tan A \times \frac{1}{\tan A} = 1$
 ③ $\sin^2 B + \cos^2 B = 1$
 ④ $\tan B \times \tan A \neq 1$
 ⑤ $\tan B \times \frac{1}{\tan B} = 1$

16. $x = 30^\circ$ 라고 할 때, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ 의 대소를 비교한 것은?

① $\sin x < \cos x < \tan x$

② $\cos x < \tan x < \sin x$

③ $\sin x < \tan x < \cos x$

④ $\sin x < \cos x = \tan x$

⑤ $\tan x = \sin x < \cos x$

해설

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \frac{3}{6}, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{6}, \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{6}$$

$$\therefore \sin x < \tan x < \cos x$$

17. $\sin(2x + 30^\circ) = \cos(3y - 45^\circ)$ 일 때, $4x - y$ 의 값을 구하면?

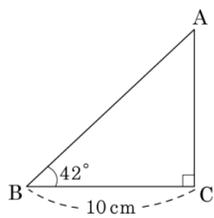
- ① 0° ② $\frac{15}{2}^\circ$ ③ 18° ④ 30° ⑤ 45°

해설

$\sin x = \cos x$ 인 $x = 45^\circ$ 이다. 따라서 $2x + 30^\circ = 45^\circ, 3y - 45^\circ = 45^\circ$

$x = \frac{15}{2}, y = 30$ 이다. 따라서 $4x - y = 30^\circ - 30^\circ = 0^\circ$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



〈삼각비의 표〉

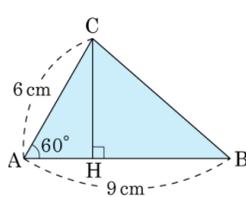
x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
42°	0.66	0.74	0.90
43°	0.68	0.73	0.93
44°	0.69	0.72	0.97

- ① 33 cm^2 ② 37 cm^2 ③ 45 cm^2
 ④ 72 cm^2 ⑤ 90 cm^2

해설

$\overline{AC} = x$ 라 하면
 $\angle B = 42^\circ$ 이므로 $x = 10 \times \tan 42^\circ = 10 \times 0.9 = 9$
 따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $10 \times 9 \times \frac{1}{2} = 45(\text{cm}^2)$ 이다.

19. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = 6\text{ cm}$, $\overline{AB} = 9\text{ cm}$, $\angle A = 60^\circ$ 일 때, 삼각형 CHB 의 둘레의 길이를 구하면?

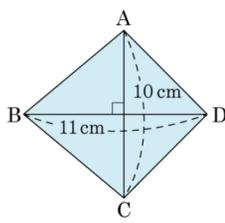


- ① $(\sqrt{3} + \sqrt{6})\text{ cm}$ ② $(2\sqrt{3} + \sqrt{7})\text{ cm}$
 ③ $(3\sqrt{3} + 3\sqrt{7} + 6)\text{ cm}$ ④ $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{7})\text{ cm}$
 ⑤ $(3\sqrt{3} + 3\sqrt{7})\text{ cm}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{CH} &= 6 \times \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}(\text{ cm}) \\ \overline{AH} &= 6 \times \cos 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3(\text{ cm}) \\ \therefore \overline{BH} &= 9 - 3 = 6(\text{ cm}) \\ \overline{BC}^2 &= \overline{CH}^2 + \overline{BH}^2 \text{ 에서} \\ \overline{BC} &= \sqrt{27 + 36} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}(\text{ cm}) \\ \therefore \triangle CHB \text{ 의 둘레는 } &\overline{CH} + \overline{BH} + \overline{BC} = (3\sqrt{3} + 6 + 3\sqrt{7})\text{ cm} \end{aligned}$$

20. 다음 그림과 같은 도형의 넓이를 구하면?



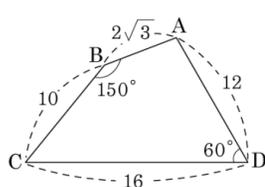
- ① 36 cm^2 ② 48 cm^2 ③ 55 cm^2
④ 72 cm^2 ⑤ 108 cm^2

해설

따라서 사각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 11 \times \sin 90^\circ = 55(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

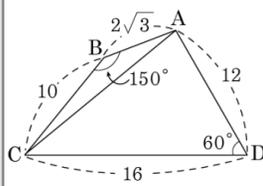
21. 다음 그림의 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



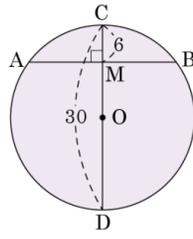
- ① $51\sqrt{2}$ ② $51\sqrt{3}$ ③ $53\sqrt{2}$ ④ $53\sqrt{3}$ ⑤ $53\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned} \square ABCD &= \triangle ABC + \triangle ADC = \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 2\sqrt{3} \times \sin(180^\circ - 150^\circ) + \frac{1}{2} \times 16 \times 12 \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 16 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 5\sqrt{3} + 48\sqrt{3} = 53\sqrt{3} \end{aligned}$$



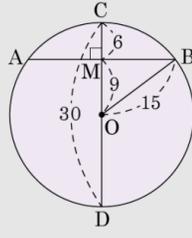
22. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 30 인 원 O 에서 $AB \perp CM$, $CM = 6$ 일 때, 현 AB 의 길이는?



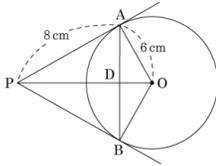
- ① 12 ② 16 ③ 24 ④ 34 ⑤ 36

해설

$\overline{OB} = 15, \overline{OM} = 9$ 이므로
 $\triangle OBM$ 에서 $\overline{BM} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$
 $\overline{BM} = \overline{AM}$ 이므로 $\overline{AB} = 2 \times 12 = 24$
 이다.



23. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB는 반지름의 길이가 6cm인 원 O의 접선이고 점 A, B는 접점이다. PA = 8cm일 때, AB의 길이는?

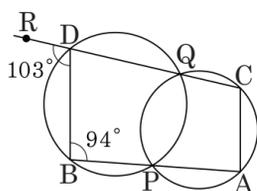


- ① 10cm ② 9.6cm ③ 12cm
 ④ 12.4cm ⑤ 25cm

해설

삼각형 PAO는 직각삼각형이므로 $\overline{PO} = 10\text{cm}$ 이다.
 또한, $\overline{AB} \perp \overline{PO}$ 이므로
 $\overline{PA} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AD} \Rightarrow 8 \times 6 = 10 \times \overline{AD} \therefore \overline{AD} = 4.8\text{cm}$
 따라서 수선 OD는 현 AB를 이등분하므로 $\overline{AB} = 2\overline{AD} = 9.6\text{cm}$ 이다.

25. 다음 그림에서 $\angle A$ 의 크기로 적절한 것을 고르면?



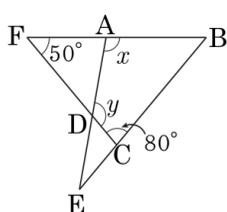
- ① 84° ② 85° ③ 85.5° ④ 86° ⑤ 87°

해설

$$\angle PQD = 180^\circ - 94^\circ = 86^\circ$$

$$\therefore \angle A = \angle PQD = 86^\circ$$

26. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 가 원에 내접할 때, $\angle x, \angle y$ 의 크기로 바르게 짝지어진 것을 고르면?

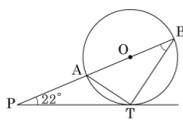


- ① $\angle x = 99^\circ, \angle y = 129^\circ$ ② $\angle x = 99^\circ, \angle y = 130^\circ$
 ③ $\angle x = 100^\circ, \angle y = 130^\circ$ ④ $\angle x = 100^\circ, \angle y = 140^\circ$
 ⑤ $\angle x = 110^\circ, \angle y = 140^\circ$

해설

$\triangle FBC$ 에서
 $\angle FBC = 180^\circ - 50^\circ - 80^\circ = 50^\circ$
 $\square ABCD$ 가 원에 내접하려면 대각의 크기의 합이 180° 이므로
 $\angle x + 80^\circ = 180^\circ \therefore \angle x = 100^\circ$
 $\angle y + 50^\circ = 180^\circ \therefore \angle y = 130^\circ$

27. 다음 그림에서 $\angle BPT = 22^\circ$ 일 때, $\angle ABT$ 의 크기를 구하면?

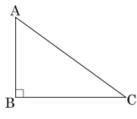


- ① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

$$\begin{aligned}\angle PTA &= \angle x \text{ 라 하면} \\ \angle BAT &= 22^\circ + \angle x \\ \triangle ABT \text{ 에서} \\ 22^\circ + \angle x + \angle x &= 90^\circ \\ 2\angle x &= 68^\circ \\ \angle x &= 34^\circ\end{aligned}$$

28. 다음 그림의 직각삼각형에 대하여 옳은 것은?

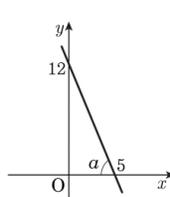


- ① $\cos A = \cos C$ ② $\tan C = \frac{1}{\tan C}$ ③ $\tan C = \frac{1}{\tan A}$
④ $\sin A = \cos A$ ⑤ $\cos C = \frac{1}{\cos A}$

해설

$\tan C = \frac{\overline{AB}}{\overline{CB}}$, $\tan A = \frac{\overline{CB}}{\overline{AB}}$ 이므로 $\tan C = \frac{1}{\tan A}$ 이다.

29. 직선 $12x + 5y - 60 = 0$ 이 x 축과 이루는 예각의 크기를 a 라 할 때, $\sin a \times \cos a \times \tan a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{144}{169}$

해설

직선 $12x + 5y - 60 = 0 \Rightarrow y = -\frac{12}{5}x + 12$ 이므로

$$\tan \theta = \frac{(\text{높이})}{(\text{밑변})} = \frac{(y\text{의 변화량})}{(x\text{의 변화량})} = |(\text{일차함수의 기울기})| = \frac{12}{5}$$

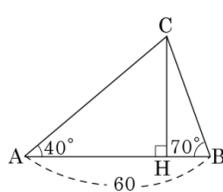
이고,

밑변이 5, 높이가 12 이므로 빗변은 $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ 이다.

따라서 $\sin a = \frac{12}{13}$, $\cos a = \frac{5}{13}$ 이므로 $\sin a \times \cos a \times \tan a =$

$$\frac{12}{13} \times \frac{5}{13} \times \frac{12}{5} = \frac{144}{169} \text{ 이다.}$$

30. 다음 그림에서 $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 70^\circ$,
 $\overline{AB} = 60$ 일 때, \overline{CH} 의 길이를 바르게
 나타낸 것은?

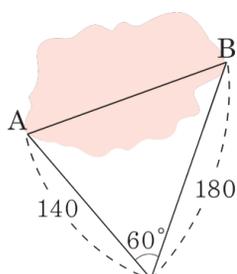


- ① $\frac{60}{\tan 50^\circ - \tan 20^\circ}$
 ② $\frac{60}{\tan 50^\circ + \tan 20^\circ}$
 ③ $\frac{60}{\tan 40^\circ + \tan 70^\circ}$
 ④ $\frac{60}{\tan 70^\circ - \tan 40^\circ}$
 ⑤ $\frac{60}{\sin 40^\circ + \sin 70^\circ}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{CH} &= x \text{ 라 하면} \\ \overline{AH} &= x \tan 50^\circ, \overline{BH} = x \tan 20^\circ \\ \overline{AB} &= \overline{AH} + \overline{BH} \text{ 에서 } 60 = x \tan 50^\circ + x \tan 20^\circ \\ \therefore x &= \frac{60}{\tan 50^\circ + \tan 20^\circ} \end{aligned}$$

31. 직접 잴 수 없는 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하기 위하여 다음 그림과 같이 측량하였다. 이 때, AB의 길이를 구하여라.



▶ 답:

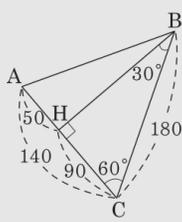
▶ 정답: $20\sqrt{67}$

해설

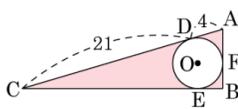
$$\begin{aligned} \overline{BH} &= 180 \times \sin 60^\circ \\ &= 180 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 90\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{CH} &= 180 \times \cos 60^\circ \\ &= 180 \times \frac{1}{2} \\ &= 90 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{AB} &= \sqrt{(90\sqrt{3})^2 + 50^2} \\ &= \sqrt{26800} = 20\sqrt{67} \end{aligned}$$



32. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?

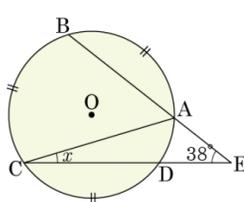


- ① $64 - \frac{9}{4}\pi$ ② $72 - 4\pi$ ③ $84 - 9\pi$
 ④ $90 - \frac{9}{4}\pi$ ⑤ $100 - 25\pi$

해설

원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BF} = \overline{BE} = x$
 $\overline{AD} = \overline{AF} = 4$ 이므로 $\overline{AB} = 4 + x$,
 $\overline{CE} = \overline{CD} = 21$ 이므로 $\overline{BC} = 21 + x$
 $(4 + x)^2 + (x + 21)^2 = 25^2$
 $\therefore x = 3$
 따라서, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 24$
 그러므로 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 24 \times 7 - \pi(3)^2 = 84 - 9\pi$

34. 다음 그림에서 원 위에 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 인 점 A, B, C, D 를 잡고, 직선 AB 와 직선 CD 의 교점을 E 라 한다. $\angle E = 38^\circ$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기를 구하여라.

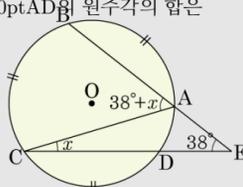


▶ 답: $\quad \quad \quad \circ$

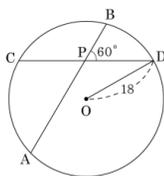
▷ 정답: $16.5 \circ$

해설

$5.0\text{pt}\widehat{AB}$, $5.0\text{pt}\widehat{BC}$, $5.0\text{pt}\widehat{CD}$, $5.0\text{pt}\widehat{AD}$ 원주각의 합은
 $3(38^\circ + x) + x = 180^\circ$,
 $114^\circ + 3x + x = 180^\circ$
 $4x = 66^\circ$
 $\therefore x = 16.5^\circ$



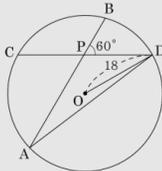
35. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 18 인 원 O 에서 두 현 AB, CD 가 점 P 에서 만나고 $\angle BPD = 60^\circ$ 일 때, 호 AC 와 BD 의 길이의 합은? (단, 호 AC, BD 는 길이가 짧은 쪽을 가리킨다.)



- ① 6π ② 8π ③ 9π ④ 12π ⑤ 15π

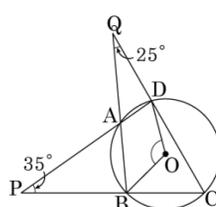
해설

점 A 와 D 를 연결하는 보조선을 그으면



$\angle BAD = x$, $\angle CDA = y$ 라 하면
 $x + y = 60^\circ$, 즉 $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 중심각은 120°
 원의 둘레 = $2\pi \times 18 = 36\pi$
 $\therefore (5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}) \text{의 길이} = 36\pi \times \frac{120}{360} = 12\pi$

37. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 35^\circ$, $\angle BQC = 25^\circ$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?

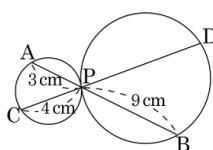


- ① 100° ② 110° ③ 120° ④ 135° ⑤ 150°

해설

$\angle BCD = x$ 라 하면, $\angle DAQ = x$
 $\angle ADQ = x + 35^\circ$ (삼각형의 외각)
 $\triangle QAD$ 에서 $x + 25^\circ + (x + 35^\circ) = 180^\circ$
 $\therefore x = 60^\circ$
 따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$ 이다.

38. 다음 그림과 같이 점 P에서 두 원이 접하고, $\overline{AP} = 3\text{ cm}$, $\overline{BP} = 9\text{ cm}$, $\overline{CP} = 4\text{ cm}$ 일 때, \overline{DP} 의 길이를 구하여라.

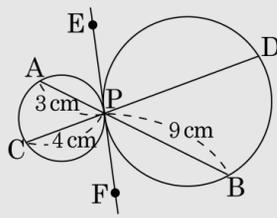


▶ 답: cm

▷ 정답: 12 cm

해설

두 원의 공통접선 \overline{EF} 를 그으면
 $\angle APE = \angle ACP$, $\angle FPB = \angle BDP$ 이다.

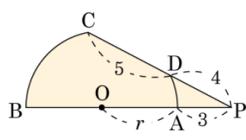


$\therefore \angle ACP = \angle BDP$
 또한, $\angle APC = \angle BPD$ (\because 맞꼭지각)이다.
 $\therefore \triangle APC \cong \triangle BPD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{PC} : \overline{PD}$ 에서

$$\overline{DP} = \frac{\overline{PB} \times \overline{PC}}{\overline{PA}} = \frac{9 \times 4}{3} = 12 \text{ (cm)}$$

39. 다음은 \overline{AB} 를 지름으로 하는 반원 O 를 현 CD 를 따라 자른 도형이다. 반원 O 의 지름과 현의 연장선이 만나는 점을 P 라 할 때 반원의 반지름 r 를 구 하면?



- ① 3 ② 4 ③ 4.5 ④ 5.5 ⑤ 6

해설

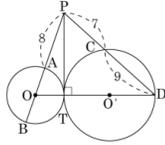
$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PD} \cdot \overline{PC} \text{ 이므로 } 3(3+r+r) = 4(4+5)$$

$$9+6r = 36$$

$$6r = 27$$

$$\therefore r = 4.5$$

40. 다음 그림에서 \overline{PT} 이 원의 접선이고, \overline{OT} 는 원 O의 반지름, \overline{DT} 는 원 O'의 지름이다. $\overline{OO'}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD} \text{이므로}$$

$$8 \times \overline{PB} = 7 \times (7 + 9) \text{이다.}$$

$$8 \times (2\overline{OA} + 8) = 7 \times 16$$

$$\therefore \overline{OA} = 3$$

$$\therefore \overline{OT} = \overline{OA} = 3$$

$$\text{또, 원 O에서 } \overline{PT}^2 = 7 \times 16 = 112 \text{이므로}$$

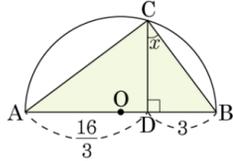
$\triangle PTD$ 에서

$$\begin{aligned} \overline{DT} &= \sqrt{\overline{PD}^2 - \overline{PT}^2} \\ &= \sqrt{16^2 - 112} = 12 \text{이다.} \end{aligned}$$

$$\text{따라서 } \overline{O'T} = \frac{1}{2}\overline{DT} = 6 \text{이므로}$$

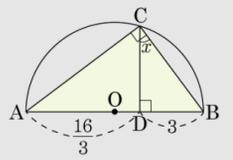
$$\overline{OO'} = \overline{OT} + \overline{O'T} = 3 + 6 = 9 \text{이다.}$$

41. 다음 그림과 같이 \overline{AB} 를 지름으로 하는 반원 O 위의 점 C 에서 \overline{AB} 에 내린 수선의 발을 D라 하고, $\angle DCB = x$, $\overline{AD} = \frac{16}{3}$, $\overline{BD} = 3$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?



- ① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

해설



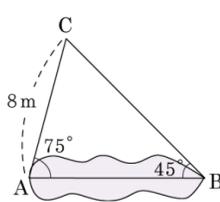
$\angle ACB = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ADC \sim \triangle CDB$ (AA 닮음)

$$\frac{16}{3} : \overline{CD} = \overline{CD} : 3, \overline{CD}^2 = \frac{16}{3} \times 3$$

$$\overline{CD} = 4, \overline{BC} = 5$$

$$\therefore \cos x = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \frac{4}{5}$$

42. 다음 그림과 같은 호수의 폭 \overline{AB} 를 구하기 위하여 호수의 바깥쪽에 점 C 를 정하고 필요한 부분을 측량하였더니 $\overline{AC} = 8\text{m}$, $\angle BAC = 75^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$ 였다. 이 때, \overline{AB} 의 길이를 구하여라.

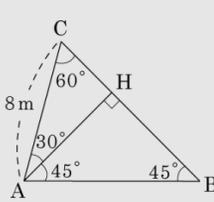


▶ 답: $\underline{\hspace{1cm}}$ m

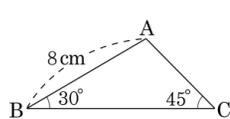
▷ 정답: $4\sqrt{6}\text{m}$

해설

점 A 에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH} = \overline{AC} \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}(\text{m})$
 따라서 $\triangle ABH$ 에서
 $\overline{AB} = \frac{\overline{AH}}{\sin 45^\circ} = 4\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{6}(\text{m})$ 이다.



43. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, $\overline{AB} = 8\text{ cm}$ 일 때, \overline{AC} 의 길이를 구하여라.

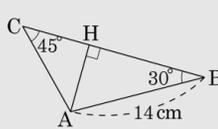


▶ 답: cm

▷ 정답: $4\sqrt{2}\text{ cm}$

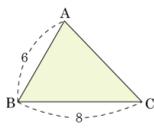
해설

꼭짓점 A 에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$$\begin{aligned} \overline{BH} &= 8 \cos 30^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}(\text{cm}) \\ \overline{AH} &= 8 \sin 30^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4\text{ cm} \\ \overline{CH} &= \overline{AH} = 4(\text{cm}) \\ \overline{AC} &= 4\sqrt{2}\text{ cm} \end{aligned}$$

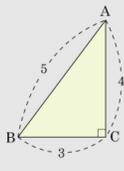
44. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\cos B = \frac{3}{5}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{96}{5}$

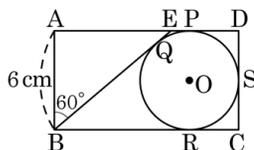
해설



$\cos B = \frac{3}{5}$ 이므로 $\sin B = \frac{4}{5}$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{4}{5} = \frac{96}{5}$ 이다.

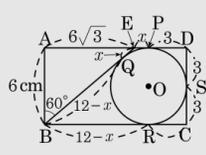
45. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 의 세 변과 \overline{BE} 에 접하는 원 O 에 대하여 $\angle ABE = 60^\circ$ 일 때, 직사각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답: cm^2

▷ 정답: $54 + 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$

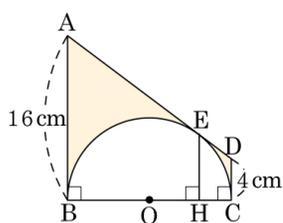
해설



그림과 같이 $\overline{EP} = x$ 라고 하면

$\overline{EQ} = \overline{EP} = x$ 이고, 직각삼각형 ABE 에서 $\angle ABE = 60^\circ$ 이므로 $\overline{AE} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{BE} = 12(\text{cm})$,
 $\overline{BQ} = \overline{BR} = 12 - x$
 $\overline{AD} = x + 6\sqrt{3} + 3$, $\overline{BC} = 12 - x + 3 = 15 - x$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서 $x + 6\sqrt{3} + 3 = 15 - x \therefore x = (6 - 3\sqrt{3})(\text{cm})$
 $\therefore \overline{BC} = 15 - (6 - 3\sqrt{3}) = 9 + 3\sqrt{3}$
 따라서 직사각형의 넓이는 $54 + 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

46. 그림과 같이 반원 O 에 세 접선을 그어 그 교점과 접점을 각각 A, B, C, D, E 라고 한다. $\overline{AB} = 16\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\text{cm}$ 이고, 점 E 에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, \overline{EH} 의 길이를 구하여라.

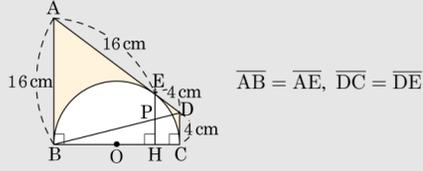


▶ 답: cm

▶ 정답: $\frac{32}{5}$ cm

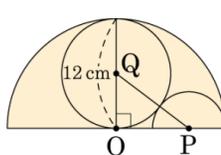
해설

다음 그림과 같이 점 B 와 점 D 를 연결하는 보조선을 긋고 \overline{BD} 와 \overline{EH} 의 교점을 P 라고 하자.



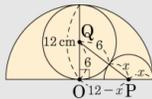
$\overline{AB} \parallel \overline{EP} \parallel \overline{DC}$ 이므로
 $\triangle ABD \sim \triangle EPD$, $\triangle BCD \sim \triangle BHP$
 $\triangle ABD \sim \triangle EPD$ 에서 $\overline{DE} : \overline{DA} = \overline{EP} : \overline{AB}$,
 $4 : 20 = \overline{EP} : 16$
 $\therefore \overline{EP} = \frac{16}{5}(\text{cm})$
 또, $\triangle BCD \sim \triangle BHP$ 에서 $\overline{BP} : \overline{BD} = \overline{PH} : \overline{CD}$ 이고, $\overline{BP} : \overline{BD} = \overline{AE} : \overline{AD}$ 이므로 $16 : 20 = \overline{PH} : 4$
 $\therefore \overline{PH} = \frac{16}{5}(\text{cm})$
 따라서 $\overline{EH} = \overline{EP} + \overline{PH} = \frac{32}{5}(\text{cm})$ 이다.

47. 다음 그림과 같이 반원 P와 원 Q가 외부에서 접하고 원 Q가 반원 O의 내부에서 접하고 있다. 원 Q의 지름의 길이가 12cm일 때, 반원 P의 반지름의 길이는?



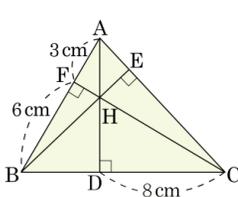
- ① 1 cm ② 2 cm ③ 2.5 cm
 ④ 3 cm ⑤ 4 cm

해설



작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle QOP$ 에서
 $\overline{PQ} = 6 + x$, $\overline{OQ} = 6$, $\overline{OP} = 12 - x$
 $(x + 6)^2 = 6^2 + (12 - x)^2$
 $36x = 144$
 $\therefore x = 4$

48. 다음 그림에서 점 H는 $\triangle ABC$ 의 세 꼭짓점에서 대변에 그은 세 수선의 교점이다. $\overline{AF} = 3\text{ cm}$, $\overline{BF} = 6\text{ cm}$, $\overline{CD} = 8\text{ cm}$ 일 때, \overline{BD} 의 길이를 구하여라.



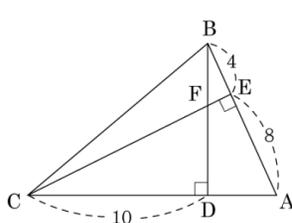
▶ 답: cm

▶ 정답: $-4 + \sqrt{70}$ cm

해설

$\angle AFC = \angle ADC = 90^\circ$ 이므로
 $\square AFDC$ 는 원에 내접한다.
 $\overline{BD} \times \overline{BC} = \overline{BF} \times \overline{BA}$ 이므로
 $\overline{BD} = x$ 라 하면 $x(x+8) = 6(6+3)$
 $x^2 + 8x - 54 = 0$
 $\therefore x = -4 + \sqrt{70}$ (cm) ($\because x > 0$)

49. 다음 그림에서 \overline{BC} 의 길이를 $a\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?
(단, b 는 최소의 자연수)



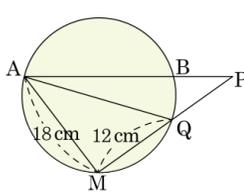
- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$$\begin{aligned} \overline{AE} \cdot \overline{AB} &= \overline{AD} \cdot \overline{AC} \text{ 이므로} \\ \overline{AD} \times (\overline{AD} + 10) &= 8 \times 12 \\ \overline{AD}^2 + 10\overline{AD} - 96 &= 0 \\ (\overline{AD} + 16)(\overline{AD} - 6) &= 0 \\ \therefore \overline{AD} &= 6 \\ \overline{CE} &= \sqrt{16^2 - 8^2} = \sqrt{192} \\ \overline{BC} &= \sqrt{192 + 4^2} = \sqrt{208} = 4\sqrt{13} \\ a\sqrt{b} &= 4\sqrt{13} \\ \therefore a + b &= 17 \end{aligned}$$

50. 다음 그림에서 점 M은 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 의 중점이고, $\overline{AM} = 18\text{cm}$, $\overline{MQ} = 12\text{cm}$ 일 때, \overline{PQ} 의 길이는?

- ① 14 cm ② 15 cm
 ③ 16 cm ④ 17 cm
 ⑤ 18 cm



해설

$5.0\text{pt}\widehat{AM} = 5.0\text{pt}\widehat{MB}$ 이므로
 $\angle AQM = \angle MAB$
 $\angle QAM = \angle MAB - \angle QAP$
 $= \angle AQM - \angle QAP = \angle APM$
 따라서, \overline{AM} 은 세 점 A, Q, P를
 지나는 원의 접선이다. $\overline{PQ} = x$ 라
 하면 $18^2 = 12(12 + x)$
 $\therefore x = 15$ (cm)

