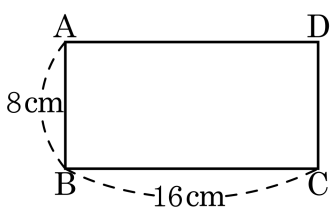
1. 다음 그림과 같이 가로의 길이와 세로의 길이가 각각 8 cm, 16 cm 인 직사각형 ABCD 의 대각선의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$ cm

해설

$\sqrt{8^2+16^2} = \sqrt{64+256} = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}(\text{cm})$

2. 포물선 $y = x^2 + 2x + 5$ 의 꼭짓점과 직선 $y = -x + 1$ 의 x 절편 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{5}$

해설

포물선 $y = x^2 + 2x + 5 = (x^2 + 2x + 1) + 4 = (x + 1)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점은 $(-1,\ 4)$ 이다.
직선 $y = -x + 1$ 의 x 절편의 좌표는 $0 = -x + 1$ 이므로 $(1,\ 0)$ 이다.
따라서 두 점 사이의 거리는 $\sqrt{(-1-1)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ 이다.

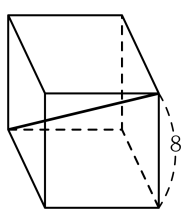
3. 세 모서리의 길이가 3 cm, 4 cm, 5 cm 인 직육면체의 대각선의 길이는?

① 5 cm ② $5\sqrt{2}$ cm ③ $5\sqrt{3}$ cm
④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설

대각선의 길이는 $\sqrt{3^2+4^2+5^2} = 5\sqrt{2}$ (cm) 이다.

4. 다음과 같이 한 변의 길이가 8인 정육면체의 대각선의 길이를 구하면?



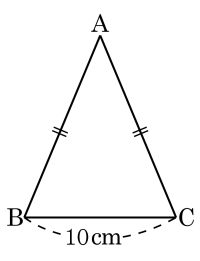
① $6\sqrt{3}$ ② $7\sqrt{3}$ ③ $8\sqrt{3}$

④ $9\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

한 모서리의 길이를 a라 하면
(대각선의 길이)= $\sqrt{3}a = 8\sqrt{3}$

5. 다음 그림과 같이 넓이가 $60\,\mathrm{cm}^2$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 10\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 13 cm

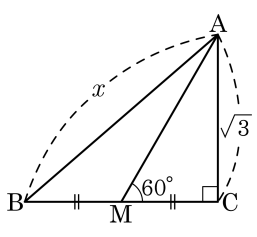
해설

높이 $= h$ 라 하면, $\frac{1}{2} \times h \times 10 = 60$

$\therefore\ h = 12\,\mathrm{cm}$,

$(\overline{AB})^2 = 5^2 + 12^2$, $\overline{AB} = 13\,\mathrm{cm}$

6. 다음 그림의 △ABC 는 직각삼각형이다. 이 때, x 는?



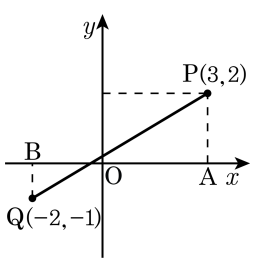
① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{7}$

④ $\sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{13}$

해설

$1 : \sqrt{3} = \overline{CM} : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{CM} = 1$ 이다.
따라서 $\overline{BM} = 1$ 이고
$\overline{AB} = x = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$ 이다.

7. 다음 그림을 보고 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?



① 점 P와 Q는 원점 대칭이다.

② $\overline{OP}$의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.

③ $\overline{AB}$의 길이는 5 이다.

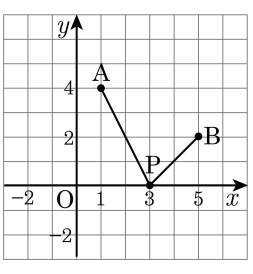
④ $\overline{OQ}$의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.

⑤ $\overline{PQ}$의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.

해설

① 점 P 와 Q 는 원점 대칭이 아니다.
② $\overline{OP}$의 길이는 $\sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}$ 이다.
③ $\overline{AB}$의 길이는 $3+2=5$ 이다.
⑤ $\overline{PQ}$의 길이는 $\sqrt{5^2+3^2} = \sqrt{34}$ 이다.

8. 좌표평면 위의 두 점 A(1, 4), B(5, 2) 와 x 축 위의 임의의 점 P 에 대하여 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값을 구하면?



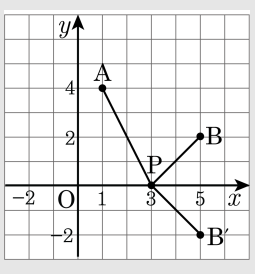
① $\sqrt{13}$ ② 2 ③ 3

④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{13}$

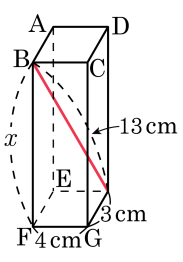
해설

점 B 를 x 축에 대해 대칭이동한 점을 B′ 이라 하면 B′(5, −2), $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최단 거리= $\overline{AB'}$

$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{4^2+6^2} = 2\sqrt{13}$ 이다.



9. 다음 그림과 같은 직육면체에서 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 4 cm, 3 cm 이고, 대각선의 길이가 13 cm 일 때, x 를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $x = 12$ cm

해설

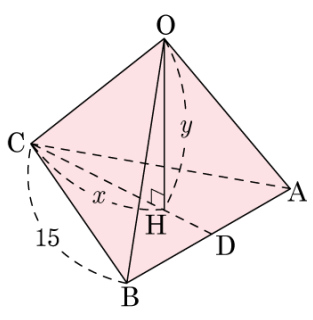
직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 이므로

$\sqrt{3^2 + 4^2 + x^2} = 13$

$x^2 = 144$

$x > 0$ 이므로 $x = 12$ (cm) 이다.

10. 한 변의 길이가 15 인 정삼각형으로 만들어진 정사면체의 꼭지점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{OH}$의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $5\sqrt{6}$

해설

$x = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 15 \times \frac{2}{3} = 5\sqrt{3}$

$\overline{OH} = \sqrt{15^2 - \left(5\sqrt{3}\right)^2}$

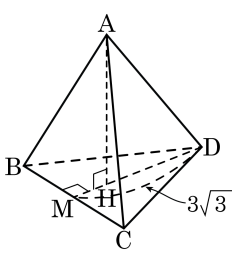
$= \sqrt{225 - 75}$

$= \sqrt{150} = 5\sqrt{6}$

해설

정사면체의 높이는 $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ 이므로 $\frac{\sqrt{6}}{3} \times 15 = 5\sqrt{6}$

11. 다음 정사면체의 꼭짓점 A 에서 밑면 BCD 에 수선 AH 를 그으면 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이 된다. 정사면체의 부피를 구하여라.



▶ 답:

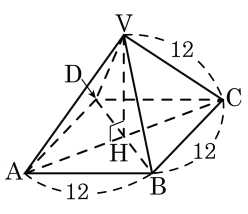
▷ 정답: $18\sqrt{2}$

해설

$\frac{\sqrt{3}}{2}a = 3\sqrt{3},\ a = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 6$ 이므로

(정사면체의 부피) $= \frac{\sqrt{2}}{12} \times 6^3 = 18\sqrt{2}$

12. 다음 그림과 같이 정사각뿔의 꼭짓점 V에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{VH}$의 길이는?



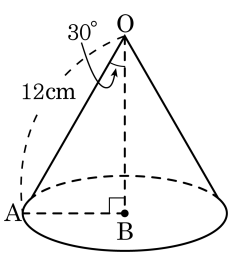
① $12\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $36\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$\overline{CH} = \overline{AC} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{2}$

$\triangle VHC$ 에서 $\overline{VH} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

13. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 12 cm 인 원뿔에서 $\angle AOB = 30°$ 일 때, 원뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\text{cm}^3}$

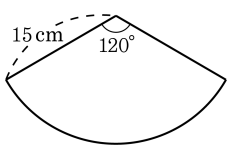
▷ 정답: $72\sqrt{3}\pi$ $\underline{\text{cm}^3}$

해설

$\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{OB} = 6\sqrt{3}\,\text{cm}$

(부피) $= \frac{1}{3} \times 6x^2 \times \pi \times 6\sqrt{3} = 72\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$

14. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 15 cm 인 원에서 중심각의 크기가 120° 인 부채꼴을 오려서 원뿔의 옆면을 만들때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $10\sqrt{2}$ cm

해설

밑면의 반지름의 길이를 y cm라고 하면,

$2\pi r = 2\pi \times 15 \times \frac{120}{360} = 10\pi$

$\therefore r = 5(\text{cm})$

$\text{h} = \sqrt{15^2 - 5^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}(\text{cm})$

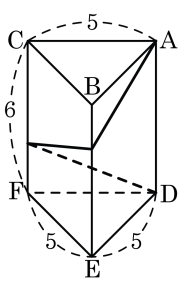
15. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 13 cm 인 구를 중심 O 에서 5 cm 떨어진 평면으로 자를 때 생기는 단면의 지름은?

① 20 cm ② 22 cm ③ 24 cm ④ 26 cm ⑤ 30 cm

해설

$\overline{PH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12(\text{cm})$
반지름이 12 cm 이므로 지름은 24 cm 이다.

16. 다음 그림과 같은 삼각기둥이 있다. 점 A 에서 출발하여 그림과 같이 모서리 BE, CF 를 반드시 순서대로 지나 점 D 에 도달하는 최단 거리를 구하면?

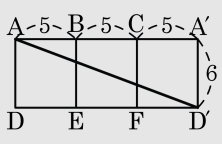


① $\sqrt{29}$ ② $2\sqrt{29}$ ③ $3\sqrt{29}$

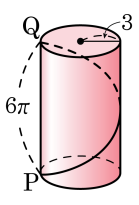
④ $4\sqrt{29}$ ⑤ $6\sqrt{29}$

해설

$\overline{AD'} = \sqrt{15^2+6^2} = \sqrt{225+36} = 3\sqrt{29}$



17. 다음 그림과 같은 원기둥에서 점 P 에서 옆면을 따라 점 Q 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

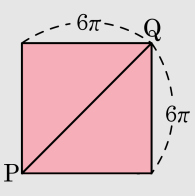


▶ 답:

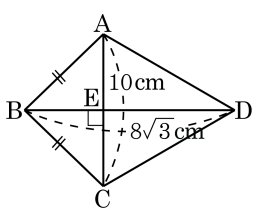
▷ 정답: $6\sqrt{2}\pi$

해설

$\overline{PQ} = 6\sqrt{2}\pi$



18. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이고 $\overline{AC} = 10\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 CDA 를 그렸더니 $\overline{BD} = 8\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $\sqrt{13}\,\text{cm}$ ② $\sqrt{14}\,\text{cm}$

③ $2\sqrt{13}\,\text{cm}$ ④ $2\sqrt{14}\,\text{cm}$

⑤ $2\sqrt{15}\,\text{cm}$

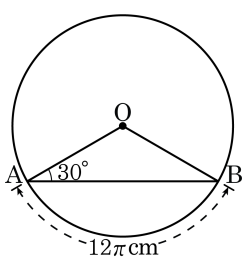
해설

$\overline{DE} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}$

$\overline{BE} = \overline{DB} - \overline{DE} = 8\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AB} = \sqrt{5^2 + (3\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{13}\,\text{cm}$

19. 다음 그림과 같이 $\angle OAB = 30°$ 인 부채꼴 OAB 에서 $\widehat{AB} = 12\pi(\text{cm})$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$ cm

해설

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle AOB = 180° - (30° \times 2) = 120°$ 이고,

$2\pi \times \overline{OA} \times \frac{120°}{360°} = 12\pi$, $\overline{OA} = 18(\text{cm})$ 이다.

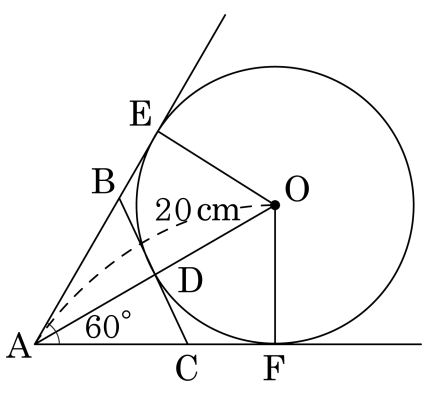
점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면,

$\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$

$\overline{AH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 18 = 9\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times 9\sqrt{3} = 18\sqrt{3}(\text{cm})$

20. 다음 그림과 같이 반직선 AE, AF 가 원 O 의 접선일 때, 삼각형 ABC 의 둘레의 길이를 구하여라. (단, $\angle BAC = 60°$, $\overline{AO} = 20\,\text{cm}$)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $20\sqrt{3}$ cm

해설

$\angle EAO = 30°$ 이므로

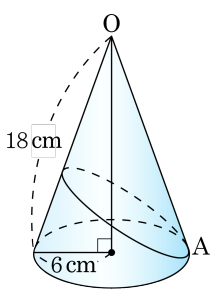
$\overline{EO} = 10\,\text{cm}$ $\therefore$(△ABC 의 둘레의 길이)$=\overline{AE}+\overline{AF}=$

$\overline{AE} = \overline{AF} = 10\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CF} = \overline{CD}$

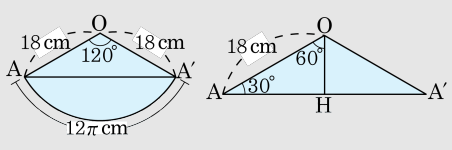
$2\overline{AE} = 2 \times 10\sqrt{3} = 20\sqrt{3}(\,\text{cm})$

21. 다음은 모선의 길이가 18 cm 이고, 밑변의 반지름의 길이가 6 cm 인 원뿔을 그린 것이다. 점 A 를 출발하여 원뿔의 옆면을 지나 다시 점 A 로 돌아오는 최단 거리는 몇 cm 인가?



① $18\sqrt{3}$ ② $19\sqrt{3}$ ③ $20\sqrt{3}$
④ $21\sqrt{3}$ ⑤ $22\sqrt{3}$

해설



$\angle AOA' = x$ 라하면

$2\pi \times 18 \times \frac{x}{360^\circ} = 2\pi \times 6$

$x = 120^\circ$

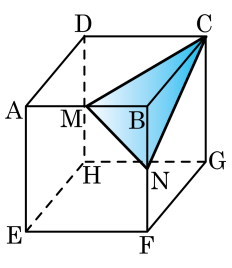
$\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$

$\overline{AH} = a$ 라하면

$2 : \sqrt{3} = 18 : a,\ a = 9\sqrt{3}(\text{ cm})$

$\overline{AA'} = 2\overline{AH} = 18\sqrt{3}(\text{ cm})$

22. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BF}$ 의 중점이다. $\triangle CMN$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답:

▷ 정답: 54

해설

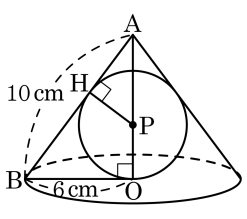
피타고라스 정리를 이용해서 $\overline{MN}$, $\overline{CM}$, $\overline{CN}$을 각각 구하면 $6\sqrt{2}$ cm, $6\sqrt{5}$ cm, $6\sqrt{5}$ cm이므로 $\triangle CMN$은 이등변삼각형이다.

$\triangle CMN$ 의 높이

$h = \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{2})^2} = 9\sqrt{2}(\text{ cm})$

$\triangle CMN = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 9\sqrt{2} = 54(\text{ cm}^2)$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 6cm, 모선의 길이가 10cm인 원뿔에 내접하는 구가 있다. 이 구의 반지름의 길이는?



① 3cm ② 45cm ③ 15cm

④ $15\sqrt{3}$cm ⑤ $\frac{45}{16}$cm

해설

$\overline{AO} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

내접한 구의 반지름의 길이를 x라 두면

$\overline{OP} = x = \overline{HP}$, $\overline{AP} = 8 - x$ 이다.

$\triangle AHP \backsim \triangle AOB$ 이므로 ($\because$ $\angle HAP$를 공유)

$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{HP} : \overline{BO}$

$8 - x : 10 = x : 6$

$x = 3\,(\text{cm})$