

1. 첫째항이 8, 공차가 -7 인 등차수열의 일반항 a_n 을 구하면?

① $-7n + 1$

② $-7n + 15$

③ $-7n - 15$

④ $7n + 15$

⑤ $7n - 15$

해설

$$a_n = 8 + (n - 1) \cdot (-7) = -7n + 15$$

2. 다음 등차수열의 제 20 항을 구하여라.

131, 137, 143, 149, 155, 161,...

▶ 답 :

▷ 정답 : 245

해설

주어진 등차수열의 제 1 항을 a , 공차를 d 라고 하자.

$a = 131$, $d = 137 - 131 = 6$ 이므로

$a_n = 131 + (n - 1) \cdot 6 = 6n + 125$

$\therefore a_{20} = 6 \cdot 20 + 125 = 245$

3. 다음 수열이 등차수열을 이루도록 (가)~(다)에 들어갈 알맞은 수를 순서대로 나열한 것은?

보기

-4, (가), 10, (나), (다)

- ① 1, 12, 14
- ② 3, 17, 24
- ③ 3, 17, 20
- ④ 7, 17, 24
- ⑤ 7, 13, 16

해설

-4와 10의 등차중항은 $\frac{-4+10}{2}=3$, 이 수열의 공차는 7이다.
따라서 (가), (나), (다)에 들어갈 수는 3, 17, 24이다.

4. 세 수 4, x , -6 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

x 는 4와 -6 의 등차중항이므로
 $2x = 4 + (-6) = -2 \quad \therefore x = -1$

5. 두 수 3, 7의 조화중항을 x , 두 수 4, 6의 조화중항을 y 라고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$x = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{3 + 7} = \frac{42}{10}, y = \frac{2 \cdot 4 \cdot 6}{4 + 6} = \frac{48}{10}$$

$$x + y = \frac{42}{10} + \frac{48}{10} = \frac{90}{10} = 9$$

6. 첫째항이 -4 , 공차가 3 인 등차수열의 첫째항부터 제 17 항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 340

해설

$$S_{17} = \frac{17 \{ 2 \cdot (-4) + (17 - 1) \cdot 3 \}}{2} = \frac{680}{2} = 340$$

7. $a, -6, b, -12$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

b 는 -6 과 -12 의 등차중항이므로

$$b = \frac{-6 + (-12)}{2} = -9$$

따라서 이 수열은 공차가 -3 인 등차수열이다.

$$a + (-3) = -6 \text{에서 } a = -3$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{-9}{-3} = 3$$

8. 수열 $-3, a, b, c, 13$ 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$a - (-3) = d$$

$$b - a = d$$

$$c - b = d$$

$$13 - c = d$$

좌변은 좌변끼리, 우변은 우변끼리

$$\text{더하면 } 13 - (-3) = 4d \therefore d = 4$$

$$\therefore a = -3 + 4 = 1$$

$$b = 1 + 4 = 5$$

$$c = 5 + 4 = 9$$

$$\therefore a + b + c = 15$$

9. 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 0이 아닌 등차수열이고, $a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 20$ 일 때, $a_2 + a_8$ 의 값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

a_3, a_4, a_5, a_6, a_7 을 차례로 $a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$ 로 놓으면

$$a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 5a = 20$$

$$\therefore a = 4$$

이때, $a_2 = a - 3d, a_8 = a + 3d$ 이므로

$$a_2 + a_8 = 2a = 8$$

10. 첫째항이 -25 , 공차가 3 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 9 항

② 제 10 항

③ 제 11 항

④ 제 12 항

⑤ 제 13 항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -25 + (n-1) \times 3 = 3n - 28$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$3n - 28 > 0, \quad 3n > 28$$

$$\therefore n > \frac{28}{3} = 9.33 \dots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 10 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제10항이다.

11. 첫째항이 -43 , 공차가 7 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 8 항

② 제 9 항

③ 제 10 항

④ 제 11 항

⑤ 제 12 항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -43 + (n-1) \times 7 = 7n - 50$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$7n - 50 > 0, \quad 7n > 50$$

$$\therefore n > \frac{50}{7} = 7.14 \dots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 8 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제8항이다.

12. 집합 {2, 4, 6, 8, 10, 12}에서 선택한 세 개의 원소 a_1, a_2, a_3 이 $2a_2 = a_1 + a_3$ 을 만족시키는 경우의 수는? (단, $a_1 < a_2 < a_3$ 이다.)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$2a_2 = a_1 + a_3 \Rightarrow$ 등차수열

- ① 공차가 2인 경우 (4가지)
2, 4, 6 4, 6, 8 6, 8, 10 8, 10, 12
② 공차가 4인 경우 (2가지)
2, 6, 10 4, 8, 12

13. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 = 11$, $a_3 + a_4 + a_5 = 54$ 가 성립할 때, a_{10} 의 값은?

① 36 ② 39 ③ 42 ④ 45 ⑤ 48

해설

공차를 d 라 하면 $a_1 + a_2 = 11$ 에서 $a_1 + \{a_1 + (2-1)d\} = 11$
 $\therefore 2a_1 + d = 11 \cdots \textcircled{㉠}$
 $a_3 + a_4 + a_5 = 54$ 에서 $(a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + (a_1 + 4d) = 54$
 $\therefore a_1 + 3d = 18 \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a_1 = 3, d = 5$
 $\therefore a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9 \times 5 = 48$

14. 제3항이 11, 제9항이 29인 등차수열의 20번째 항은?

① 60

② 62

③ 64

④ 66

⑤ 68

해설

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a + 2d = 11 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a_9 = a + 8d = 29 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a = 5, d = 3$$

따라서 첫째항이 5, 공차가 3이므로 일반항 a_n 은

$$a_n = 5 + (n - 1) \times 3 = 3n + 2$$

$$\text{따라서 20번째 항은 } 3 \times 20 + 2 = 62$$

15. 두 수 $2p+1$ 과 $2p+5$ 의 등차중항이 p^2 일 때, 양수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2p+1$, p^2 , $2p+5$ 가 등차수열을 이루므로 $p^2 = \frac{(2p+1)+(2p+5)}{2}$

$$2p^2 = 4p + 6, \quad p^2 - 2p - 3 = 0$$

$$(p+1)(p-3) = 0$$

따라서 $p = -1$ 또는 $p = 3$

이때, p 는 양수이므로 $p = 3$

16. 세 수 $\log_2 x$, $\log_2 y$, $\log_2 z$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, x , y , z 의 관계식은?(단, $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$)

① $y = \frac{x+z}{2}$

② $y = x + z$

③ $y = 2(x + z)$

④ $y = \sqrt{xz}$

⑤ $y = xz$

해설

세 수 $\log_2 x$, $\log_2 y$, $\log_2 z$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$\log_2 y = \frac{\log_2 x + \log_2 z}{2} = \frac{\log_2 xz}{2}$$

$$2 \log_2 y = \log_2 xz, \quad \log_2 y^2 = \log_2 xz$$

$$\therefore y^2 = xz$$

$$\therefore y = \sqrt{xz} (x > 0, y > 0, z > 0)$$

17. 오각형의 다섯 개의 내각을 각각 v , w , x , y , z 라 하면 $v < w < x < y < z$ 이고 순서대로 등차수열을 이룬다고 한다. 이때, x 의 값은?

① 92° ② 108° ③ 112° ④ 121° ⑤ 138°

해설

오각형의 내부는 세 개의 삼각형으로 나누어지므로
그 내각의 총합은 $v + w + x + y + z = 540^\circ$ 이다.
또한 각 내각을 등차수열의 각 항으로 표현하면
 d 를 공차로 생각하여 $x - 2d$, $x - d$, x , $x + d$, $x + 2d$ 와 같이
표현할 수 있다. 이것을 위 식에 대입하면
 $(x - 2d) + (x - d) + x + (x + d) + (x + 2d) = 540^\circ$ 이므로 $x = 108^\circ$
이다.

18. 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 의 공차가 각각 -2 , 3 일 때, 등차수열 $\{3a_n + 5b_n\}$ 의 공차는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 15

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항을 b 라고 할 때,

$$3a_n + 5b_n$$

$$= 3\{a + (n-1) \times (-2)\} + 5\{b + (n-1) \times 3\}$$

$$= 3a - 6(n-1) + 5b + 15(n-1)$$

$$= 3a + 5b + 9(n-1)$$

따라서 수열 $\{3a_n + 5b_n\}$ 은 첫째항이 $3a + 5b$ 이고, 공차가 9인 등차수열이다.

19. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 두 등차수열 $\{2a_n\}$, $\{3a_n + 2\}$ 의 공차의 합은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 공차가 2이므로

$$a_{n+1} - a_n = 2$$

수열 $\{2a_n\}$ 의 공차를 d_1 이라 하면

$$d_1 = 2a_{n+1} - 2a_n = 2(a_{n+1} - a_n) = 2 \times 2 = 4$$

수열 $\{3a_n + 2\}$ 의 공차를 d_2 이라 하면

$$d_2 = (3a_{n+1} + 2) - (3a_n + 2) = 3(a_{n+1} - a_n) = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore d_1 + d_2 = 4 + 6 = 10$$

20. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 수열 $\{3a_n\}$ 은 공차가 9인 등차수열이다.
- ㉡ 수열 $\{a_{2n-1}\}$ 은 공차가 6인 등차수열이다.
- ㉢ 수열 $\{2a_{2n} - a_{2n-1}\}$ 은 공차가 6인 등차수열이다.

- ① ㉠ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

공차가 3인 등차수열의 일반항은
 $a_n = 3n + b$ (단, b 는 상수)

㉠ $3a_n = 9n + 3b$ 이므로 공차가 9인 등차수열 $\therefore$ 참

㉡ $a_{2n-1} = 3(2n - 1) + b = 6n - 3 + b$ 이므로 공차가 6인 등차수열 $\therefore$ 참

㉢ $\{2a_{2n} - a_{2n-1}\} = 12n + 2b - (6n - 3 + b)$
 $\qquad\qquad\qquad = 6n + 3 + b$
이므로 공차가 6인 등차수열 $\therefore$ 참

21. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 공차가 각각 2, 3인 등차수열일 때, 수열 $\{a_n + b_n\}$ 의 공차는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot 2$$

$$b_n = b_1 + (n - 1) \cdot 3$$

$$a_n + b_n = a_1 + b_1 + (n - 1) \cdot 5$$

$$\therefore \text{공차} = 5$$

22. 이차방정식 $x^2 - px + q = 0$ 이 서로 다른 두 실근 α, β 를 가질 때, 두 수 α, β 의 조화중항을 p, q 로 나타내면?

- ① $\frac{q}{p}$ ② $\frac{2q}{p}$ ③ $\frac{q}{2p}$ ④ $\frac{p}{q}$ ⑤ $\frac{2p}{q}$

해설

구하는 조화중항을 k 라 하면

$$k = \frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta}$$

이때, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha + \beta = p, \alpha \times \beta = q$

$$\frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta} = \frac{2q}{p}$$

23. 다음 조건을 만족하는 등차수열 $\{a_n\}$ 의 개수는? (단, $n \geq 3$)

- ㉠ $a_1 = 1$

㉡ 공차는 정수이다.

㉢ $a_1 + a_2 + a_3 \cdots + a_n = 118$

- ① 1

② 2

③ 3
- ④ 4

⑤ 무수히 많다.

해설

$$S_n = \frac{n\{2 + (n - 1)d\}}{2} = 118$$

$$n\{2 + (n - 1)d\} = 236$$

$236 = 4 \times 59$ 이고 $n \geq 3$ 이므로

(i) $n = 4$ 일때

$$2 + (n - 1)d = 59$$

$$2 + 3d = 59, d = 19$$

(ii) $n = 59$ 일때

$$2 + (n - 1)d = 4$$

$$2 + 58d = 4$$

d 는 정수이므로 성립하지 않는다.

$\therefore \{a_n\}$ 은 한 개

24. 어떤 등차수열의 첫째항부터 제10항까지의 합이 145, 제 11항부터 제 20항까지의 합이 445이다. 이 등차수열의 제 21항부터 제 30항까지의 합은?

① 645 ② 680 ③ 715 ④ 745 ⑤ 780

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하고 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면

$$S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2} = 145 \quad \therefore 2a + 9d = 29 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$S_{20} = \frac{20(2a + 19d)}{2} = 145 + 445 = 590$$

$$\therefore 2a + 19d = 59 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $d = 3$, $a = 1$

따라서 제 21항부터 제 30항까지의 합은

$$S_{30} - S_{20} = \frac{30(2 \cdot 1 + 29 \cdot 3)}{2} - 590 = 745$$

25. 100 이하의 자연수 중에서 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 수의 합은?

① 1600 ② 1620 ③ 1650 ④ 1680 ⑤ 1700

해설

조건을 만족시키는 자연수를 작은 수부터 차례로 나열하면
2, 5, 8, $\dots$, 98이고 이것은 첫째항이 2, 공차가 3인 등차수열을
이룬다.

이 등차수열을 $\{a_n\}$ 이라 할 때, 일반항 a_n 은

$$a_n = 2 + (n - 1) \times 3 = 3n - 1$$

이때, 끝항 98은 $3n - 1 = 98$ 에서 $n = 33$ 이므로 98은 제 33
항이다.

따라서 구하는 합을 S 라 하면

$$S = \frac{33(2 + 98)}{2} = 33 \cdot 50 = 1650$$

26. 첫째항이 100이고, 공차가 -3인 등차수열은 첫째항부터 몇 째항까지의 합이 최대가 되는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 34번째 항

해설

$$\begin{aligned}a_n &= 100 + (n - 1) \cdot (-3) \\&= -3n + 103 > 0 \\n &< 34.333 \cdots \\ \therefore n &= 34 \text{ 일 때 최대}\end{aligned}$$

27. 첫째항이 3 이고, 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $S_n = n^2 + pn$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라고 할 때, $p+d$ 의 값은? (단, p 는 상수)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$$S_n = n^2 + pn$$
$$S_{n-1} = (n-1)^2 + p(n-1)$$
$$a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2)$$
$$= n^2 + pn - (n^2 - 2n + 1 + pn - p)$$
$$= 2n - 1 + p \rightarrow d = 2$$
$$a_1 = 1^2 + p = 3$$
$$p = 2$$
$$\therefore p + d = 2 + 2 = 4$$

28. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n$ 일 때, a_{100} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$$\begin{aligned}a_{100} &= S_{100} - S_{99} \\&= 100^2 - 3 \cdot 100 - (99^2 - 3 \cdot 99) \\&= (100^2 - 99^2) - 3(100 - 99) \\&= 199 - 3 \\&= 196\end{aligned}$$

29. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a_{10} = S_{10} - S_9$$

$$S_{10} = 10^2 + 20 - 1 = 119,$$

$$S_9 = 9^2 + 18 - 1 = 98$$

$$\therefore a_{10} = 119 - 98 = 21$$

30. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a_n = S_n - S_{n-1} \text{ 이므로 } a_{10} = S_{10} - S_9 = (10^2 + 20) - (9^2 + 18) = 21$$

31. 등차수열 $85, x_1, x_2, x_3, \dots, x_p, 100, y_1, y_2, \dots, y_q, 105$ 의 합이 2375가 되도록 하는 p, q 의 값은?

- ① $p = 11, q = 3$ ② $p = 12, q = 4$ ③ $p = 15, q = 3$
④ $p = 16, q = 4$ ⑤ $p = 17, q = 5$

해설

(i) 두 수열 $85, x_1, x_2, x_3, \dots, x_p, 100$ 과 $100, y_1, y_2, \dots, y_q, 105$ 는 공차가 같은 등차수열이므로

$$100 = 85 + (p + 1)d, 105 = 100 + (q + 1)d$$

$$\frac{100 - 85}{p + 1} = \frac{105 - 100}{q + 1}$$

$$15(q + 1) = 5(p + 1) \quad \therefore p = 3q + 2$$

(ii) 주어진 수열은 첫째항이 85, 끝항이 105, 항수가 $p + q + 3$ 인 등차수열이고, 그 합이 2375이므로 $\frac{(p + q + 3)(85 + 105)}{2} = 2375$

$$p + q + 3 = 25 \quad \therefore p + q = 22 \cdots \text{㉠}$$

이때, (i)에서 $p = 3q + 2$ 이므로 이것과 ㉠을 연립하여 풀면 $p = 17, q = 5$

32. 등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차를 d 로 놓으면
305는 제 102항이므로

$$305 = 2 + (102 - 1)d$$

$$\therefore d = \frac{303}{101} = 3$$

33. 두 수 48과 2 사이에 10 개의 수 $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 을 넣어 12 개의 수 48, $a_1, a_2, \dots, a_{10}, 2$ 가 등차수열을 이루게 하였다. 이때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$ 의 값은?

① 200 ② 250 ③ 300 ④ 350 ⑤ 400

해설

첫째항이 48 이고 제 12 항이 2 인 등차수열의 첫째항부터 제 12 항까지의 합은 $\frac{12(48+2)}{2} = 300$ 이므로

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 300 - (48 + 2) = 300 - 50 = 250$$

34. 10과 26 사이에 세 수 b_1, b_2, b_3 를 넣었더니 10, $b_1, b_2, b_3, 26$ 의 순서로 등차수열을 이루었다. 이때, b_2 의 값은?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

10, $b_1, b_2, b_3, 26$ 이 순서대로 등차수열을 이루므로 10, $b_2, 26$ 도 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
 $\therefore 10 + 26 = 2b_2 \quad \therefore b_2 = 18$

35. 1과 10사이에 각각 10개, 20개의 항을 나열하여 만든 두 수열
 $1, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}, 10$
 $1, b_1, b_2, b_3, \dots, b_{20}, 10$
 이 모두 등차수열을 이룰 때, $\frac{a_{10} - a_1}{b_{20} - b_1}$ 의 값은?

- ① $\frac{209}{189}$ ② $\frac{11}{189}$ ③ $\frac{209}{11}$ ④ $\frac{189}{209}$ ⑤ 1

해설

1, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}, 10$ 의 공차를 p 라 하면

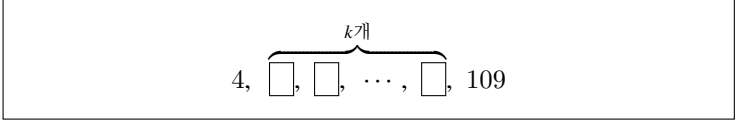
$$1 + 11p = 10 \Rightarrow p = \frac{9}{11}$$

1, $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{20}, 10$ 의 공차를 q 라 하면

$$1 + 21q = 10 \Rightarrow q = \frac{9}{21}$$

$$\therefore \frac{a_{10} - a_1}{b_{20} - b_1} = \frac{9p}{19q} = \frac{9 \cdot \frac{9}{11}}{19 \cdot \frac{9}{21}} = \frac{189}{209}$$

36. 다음과 같이 4와 109 사이에 k 개의 수를 나열하여 항의 개수가 $k+2$ 인 등차수열을 만들려고 한다. 공차가 1이 아닌 최소의 자연수일 때, k 의 값은?



- ① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

해설

$a_1 = 4$
 $a_{k+2} = 4 + (k+1) \times d = 109$
 $4 + (k+1) \times d = 109$
 $(k+1) \times d = 105$
 $(k+1) \times d = 3 \cdot 5 \cdot 7$
 $\therefore d = 3, k+1 = 35 \therefore k = 34$

37. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 60$, $a_{11} + a_{12} + \cdots + a_{20} = 260$ 일 때, $a_{21} + a_{22} + \cdots + a_{30}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 460

해설

$$S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2} = 60$$

$$S_{20} = \frac{20(2a + 19d)}{2} = 260 + 60$$

$$\begin{cases} 2a + 9d = 12 \\ 2a + 19d = 32 \end{cases}$$

$$10d = 20$$

$$d = 2, a = -3$$

$$\therefore S_{30} - S_{20} = \frac{30\{2 \cdot (-3) + 29 \cdot 2\}}{2} - 320$$

$$= 460$$

38. 12와 18로 나누어떨어지는 세 자리의 자연수의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13500

해설

12와 18로 나누어떨어지는 수는 12와 18의 최소공배수인 36으로 나누어떨어지는 수이므로 $36n$ (n 은 자연수)의 꼴이다.

이때, $100 \leq 36n \leq 1000$ 이므로

$$2.\times\times\leq n\leq 27.\times\times$$

$$\therefore n=3, 4, 5, \cdots, 27$$

$$n=3\text{일 때}, 36n=108$$

$$n=27\text{일 때}, 36n=972\text{이므로}$$

조건을 만족하는 수열은 첫째항이 108, 끝항이 972, 항수가 $27-2=25$ 인 등차수열을 이룬다.

따라서 구하는 총합은

$$\frac{25(108+972)}{2}=13500$$

39. 첫째항이 37, 공차가 -5인 등차수열이 있다. 첫째항부터 제20항까지 각 항의 절댓값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 522

해설

주어진 수열의 제 n 항이 음수가 된다고 하면
 $a_n = 37 + (n - 1) \cdot (-5) < 0$
 $-5n + 42 < 0, n > \frac{42}{5} = 8.4$
 $\therefore n = 9, 10, 11, \dots$
따라서 주어진 수열은 제9항부터 음수가 되고, 이때
 $a_8 = -5 \cdot 8 + 42 = 2$
 $a_9 = -5 \cdot 9 + 42 = -3$
 $a_{20} = -5 \cdot 20 + 42 = -58$
이므로 구하는 합은
 $(37 + 32 + 27 + \dots + 2) + (|-3| + |-8| + |-13| + \dots + |-58|)$
 $= \frac{8(37 + 2)}{2} + \frac{12(3 + 58)}{2} = 156 + 366 = 522$

40. 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 의 첫 항부터 제 n 항까지의 합이 각각 $S_n = 2n^2 + pn$, $T_n = qn^2 + 5n$ 이다. 두 수열의 공차의 합이 0이고 두 수열의 제5항이 서로 같을 때, $p + q$ 의 값은?

① -43 ② -33 ③ -23 ④ -13 ⑤ -3

해설

$a_1 = 2 + p$ 이고
 $n \geq 2$ 일 때,
 $a_n = S_n - S_{n-1}$
 $= (2n^2 + pn) - \{2(n-1)^2 + p(n-1)\}$
 $= 4n + p - 2$
 $a_n = 4n + p - 2$ 에 $n = 1$ 을 대입하면
 $a_1 = p + 1$ 이므로 $\{a_n\}$ 은 첫째항부터
등차수열을 이룬다.
 $b_1 = q + 5$ 이고
 $n \geq 2$ 일 때,
 $b_n = T_n - T_{n-1}$
 $= (qn^2 + 5n) - \{q(n-1)^2 + 5(n-1)\}$
 $= 2qn + 5 - q$
 $b_n = 2qn + 5 - q$ 에 $n = 1$ 을 대입하면
 $b_1 = 5 + q$ 이므로 $\{b_n\}$ 은 첫째항부터
등차수열을 이룬다.
 $\{a_n\}$ 의 공차는 4,
 $\{b_n\}$ 의 공차는 $2q$ 이므로 $q = -2$
 $a_5 = p + 18$, $b_5 = 5 + 9q$
 $p + 18 = 5 + 9q$, $\therefore p = -31$
 $\therefore p + q = -31 - 2 = -33$