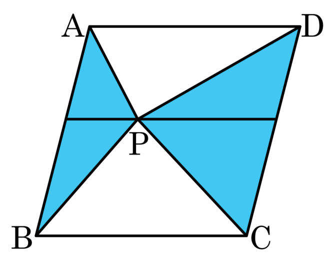
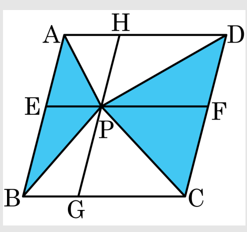
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 내부의 한 점 P 에 대하여 $\square$ABCD 의 넓이가 84cm^2 일 때, $\triangle ABP + \triangle CDP$ 의 값은?



① 36cm^2　② 38cm^2　③ 42cm^2
④ 50cm^2　⑤ 54cm^2

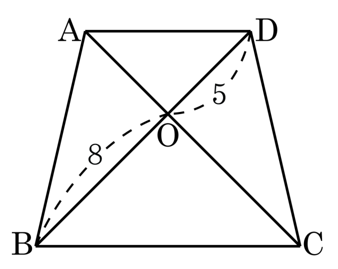
해설



점P 를 지나고 $\overline{AD}, \overline{AB}$ 에 평행한 직선 $\overline{EF}, \overline{HG}$ 를 그으면 $\square$AEPH , $\square$EBGP , $\square$PGCF , $\square$HPFD 는 모두 평행사변형이다.
$\triangle ABP + \triangle PCD = \triangle APD + \triangle PBC$ 이므로 색칠한 부분의 넓이는 $\square$ABCD 의 $\frac{1}{2}$ 이다.

$\therefore \triangle ABP + \triangle CDP = 84 \times \frac{1}{2} = 42(\text{cm}^2)$

2. 다음 그림에서 □ABCD는 등변사다리꼴이다. $\overline{OD} = 5$, $\overline{OB} = 8$일 때, $\overline{AC}$의 길이는?



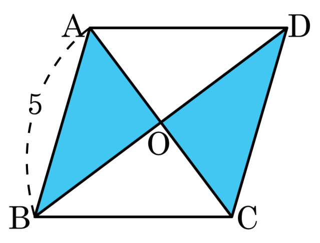
① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

등변사다리꼴은 두 대각선의 길이가 서로 같으므로 $\overline{BO}+\overline{DO} = \overline{BD} = \overline{AC}$이다.

$\therefore\ \overline{AC} = 13$

3. 다음 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 길이의 합이 14 일 때, 어두운 부분의 둘레의 길이는?

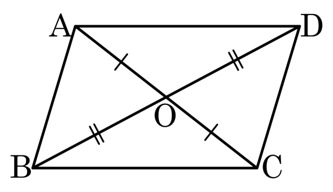


① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

해설

$\overline{AO}+\overline{CO}=\overline{AC},\ \overline{BO}+\overline{OD}=\overline{BD}$ 이므로
어두운 부분의 둘레는 $2\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BD}=10+14=24$ 이다.

4. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. ㄱ, ㄴ안에 들어갈 알맞은 것은?



$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 인 □ABCD 에서
△OAB 와 △OCD 에서
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (가정)
$\angle AOB = \angle COD$ ($\boxed{ㄱ}$)
따라서, $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ (SAS 합동)
$\angle OAB = \boxed{ㄴ}$ 이므로
$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{DC} \cdots$ ㉠
마찬가지로 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ 에서
$\angle OAD = \angle OCB$ 이므로
$\therefore \overline{AD} /\!/ \overline{BC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □ABCD 는 평행사변형이다.

① ㄱ : 엇각, ㄴ : $\angle OAB$

② ㄱ : 엇각, ㄴ : $\angle OAD$

③ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle ODA$

④ ㄱ : 맞꼭지각, ㄴ : $\angle OCD$

⑤ ㄱ : 동위각, ㄴ : $\angle OAD$

해설

ㄱ: 맞꼭지각, ㄴ: $\angle OCD$

5. 다음 사각형 ABCD 중에서 평행사변형인 것은?

① $\overline{AB} = 5cm$, $\overline{BC} = 5cm$, $\overline{CD} = 5cm$

② $\angle A = 100°, \angle B = 80°,\ \angle C = 8°$

③ $\overline{OA} = 4cm$, $\overline{OB} = 6cm$, $\overline{OC} = 6cm$, $\overline{OD} = 4cm$ (단, 점O는 두 대각선의 교점)

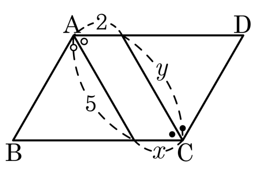
④ $\overline{AB}\perp\overline{AD}$, $\overline{BC}\perp\overline{CD}$

⑤ $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AB} = 3cm$, $\overline{DC} = 3cm$

해설

평행사변형은 한 쌍이 평행하고 그 변의 길이가 같다.
즉 , $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$

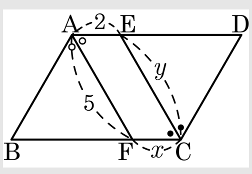
6. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle$A 와 $\angle$C 의 이등분선을 그었을 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설



두 점을 E, F 라고 하면
□ABCD 가 평행사변형이므로
$\angle \mathrm{BAD} = \angle \mathrm{BCD}$ 이므로 $\frac{\angle \mathrm{BAD}}{2} = \frac{\angle \mathrm{BCD}}{2}$
$\angle \mathrm{ECF} = \angle \mathrm{CED}$ ($\because$ 엇각)
$\angle \mathrm{AFB} = \angle \mathrm{FAE}$ ($\because$ 엇각)
$\therefore \angle \mathrm{AEC} = \angle \mathrm{AFC}$
두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □AFCE 는 평행사변형이다.
따라서 $x = 2,\ y = 5$ 이므로 $x + y = 7$ 이다.

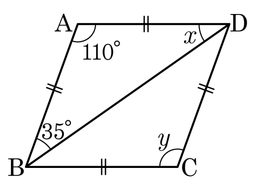
7. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건으로 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
② 한 내각이 직각이다.
③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
④ 두 대각선의 길이가 같다.
⑤ 두 대각의 크기가 같다.

해설

평행사변형에서 한 내각이 직각이고, 두 대각선의 길이가 같으면 직사각형이 된다.

8. □ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?

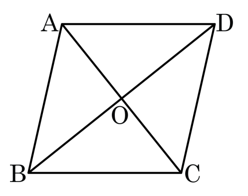


① 135　② 140　③ 145
④ 150　⑤ 155

해설

$\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $x = 35°$
$y = \angle BAD$
$\angle BAD = 180° - (35° + 35°) = 110°$
따라서 $y = 110°$ 이고, $\angle x + \angle y = 35° + 110° = 145°$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 $\overline{AO} \perp \overline{BD}$ 를 만족하고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC} + \overline{AD}$ 의 길이는?

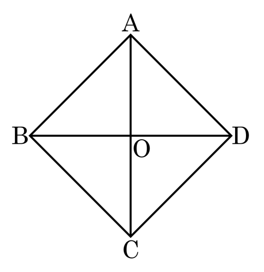


① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

평행사변형 ABCD 가 $\overline{AO} \perp \overline{BD}$ 를 만족하면 □ABCD 는 마름모이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{AD} = 5\text{cm}$ 이다.
따라서 $\overline{BC} + \overline{AD} = 5 + 5 = 10(\text{cm})$ 이다.

10. 다음은 마름모 ABCD 이다. $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이고, $\angle A = 90°$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형이 되는가?



① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴

③ 직사각형 ④ 정사각형

⑤ 평행사변형

해설

마름모에서 두 대각선의 길이가 같고, 내각의 크기가 $90°$ 이면 정사각형이 된다.

11. 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 정사각형은 직사각형이며 마름모이다.

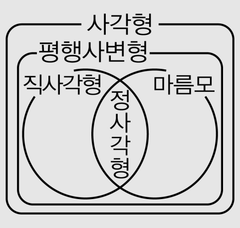
② 사다리꼴은 직사각형이다.

③ 평행사변형은 마름모이다.

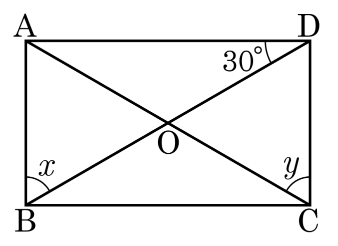
④ 평행사변형은 사다리꼴이다.

⑤ 평행사변형은 마름모이다.

해설



12. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\angle ADB = 30°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

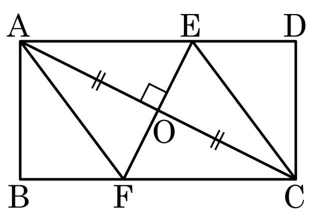


① 60° ② 90° ③ 100° ④ 120° ⑤ 150°

해설

$\triangle OAD$ 는 이등변삼각형이고 $\angle AOB = 30° + 30° = 60°$ 이고,
$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle x = (180° - 60°) \div 2 = 60°$ 이다.
$\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ 이므로 $\angle y = 60°$ 이다.
따라서 $\angle x + \angle y = 60° + 60° = 120°$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BF} = 3\text{cm}$, $\overline{AF} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle AFC$ 의 넓이를 구하여라.



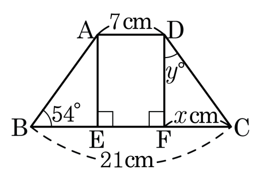
▶ 답 : $\underline{\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $10\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle OEA$ 와 $\triangle OFC$ 에서 $\angle AOE = \angle COF$ (맞꼭지각),
$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle EAO = \angle FCO$ (엇각)
따라서 두 삼각형이 합동이므로 $\overline{EO} = \overline{FO}$ 이다.
$\square AFCE$는 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 마름모이다.
즉, $\overline{FC} = \overline{AF} = 5\text{cm}$ 이고, 높이는 $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 이므로
$\therefore\ \triangle AFC = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A, D 에서 $\overline{BC}$ 로 내린 수선의 발을 E, F 라고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 43

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle DCF$ 이므로

$\overline{BE} = \overline{CF}$, $\overline{AD} = \overline{EF} = 7$ (cm),

$\overline{BE} + 7 + \overline{FC} = 21$ (cm) 이다.

$\therefore\ x = \overline{FC} = 7$

$\triangle ABE \equiv \triangle DCF$ 이므로

$\angle BAE = \angle y$, $54° + \angle y + 90° = 180°$

$\therefore \angle y = 36$

$\therefore\ x + y = 7 + 36 = 43$

15. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

① S는 R이다. ② S는 Q이다. ③ Q는 V이다.
④ R은 Q이다. ⑤ P는 H이다.

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
④ : $R \not\subset Q$

16. 다음 보기의 사각형 중에서 각 변의 중점을 이어 만든 사각형이 마름모가 되는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 평행사변형	㉡ 사다리꼴
㉢ 등변사다리꼴	㉣ 직사각형
㉤ 정사각형	㉥ 마름모

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

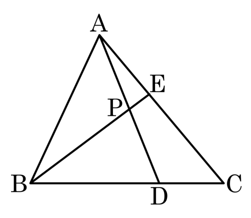
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
등변사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
직사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
정사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 정사각형이 된다. 따라서 마름모가 된다.
마름모의 중점을 이어 만든 사각형은 직사각형이 된다.

17. 다음 그림 $\triangle ABC$에서 $\overline{DP} : \overline{PA} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3:2$이다. $\triangle ABP$의 넓이가 $10\,cm^2$일 때, $\triangle ABC$의 넓이는?



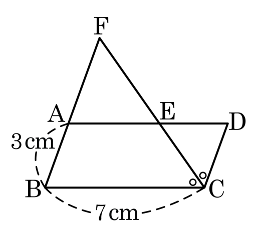
① $\frac{112}{5}\,cm^2$　② $\frac{113}{4}\,cm^2$　③ $\frac{125}{3}\,cm^2$
④ $\frac{123}{11}\,cm^2$　⑤ $\frac{133}{7}\,cm^2$

해설

$\triangle ABD = 10 \times \frac{5}{2} = 25$

$\therefore\ \triangle ABC = 25 \times \frac{5}{3} = \frac{125}{3}$

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BA}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 3\,cm$, $\overline{BC} = 7\,cm$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



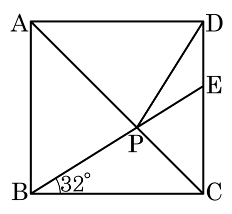
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{BF} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle AFE = \angle ECD$ (엇각)
$\triangle FBC$ 에서 $\angle BFC = \angle BCF$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 $\overline{BF} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BF} = \overline{BC} = 7(\,cm)$ 이므로
$\overline{AF} = \overline{BF} - \overline{AB} = 7 - 3 = 4(\,cm)$

19. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\angle EBC = 32°$ 일 때, $\angle APD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ______ °

▷ 정답: 77 °

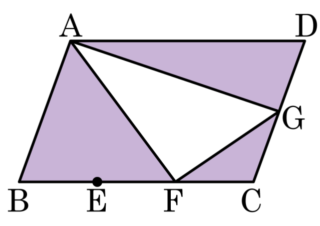
해설

$\triangle DPC \equiv \triangle BPC$(SAS합동) 이므로 $\angle PDC = 32°$ 이다.

$\angle APD = 32° + 45°$

$= 77°$

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이가 240cm^2 이고 $\overline{BC}$ 의 삼등분점을 E, F , $\overline{CD}$ 의 중점을 G 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

$\triangle ABF$ 와 $\triangle AFC$ 에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$ 이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2:1$

$\triangle ABF = \frac{2}{1+2} \times \triangle ABC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \square ABCD$
$= 80(\text{cm}^2)$

마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \frac{1}{3}\triangle BDC$

$\triangle FCG = \frac{1}{2}\triangle DFC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle BDC = \frac{1}{12}\square ABCD$
$= 20(\text{cm}^2)$

$\triangle AGD = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{4}\square ABCD = 60(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABF + \triangle FCG + \triangle AGD = 80 + 20 + 60$
$= 160(\text{cm}^2)$