

1. 이차방정식 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, α, β 의 등차중항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 6$ 이므로 α, β 의 등차중항은

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

2. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 4a_3$, $a_2 + a_4 = 4$ 가 성립할 때, a_6 의 값은?

① 5

② 8

③ 11

④ 13

⑤ 16

해설

a_2, a_3, a_4 는 이 순서로 등차수열을 이루므로 $a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = 2$

$$\therefore a_5 = 4a_3 = 8$$

이때, 공차를 d 라 하면 $a_5 = a_3 + 2d$ 이므로

$$8 = 2 + 2d \quad \therefore d = 3$$

$$\therefore a_6 = a_5 + d = 8 + 3 = 11$$

3. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a_n = S_n - S_{n-1} \text{ 이므로 } a_{10} = S_{10} - S_9 = (10^2 + 20) - (9^2 + 18) = 21$$

4. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a_{10} = S_{10} - S_9$$

$$S_{10} = 10^2 + 20 - 1 = 119,$$

$$S_9 = 9^2 + 18 - 1 = 98$$

$$\therefore a_{10} = 119 - 98 = 21$$

5. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n$ 일 때, a_{100} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$$\begin{aligned}a_{100} &= S_{100} - S_{99} \\&= 100^2 - 3 \cdot 100 - (99^2 - 3 \cdot 99) \\&= (100^2 - 99^2) - 3(100 - 99) \\&= 199 - 3 \\&= 196\end{aligned}$$

6. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항에서 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 일 때, a_{15} 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

$n \geq 2$ 일 때, $a_n = S_n - S_{n-1}$ 이므로

$$a_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} - \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$$

$$= \frac{n(n+1)\{n+2-(n-1)\}}{3}$$

$$= \frac{n(n+1) \cdot 3}{3}$$

$$= n(n+1)$$

$$\therefore a_{15} = 15 \times 16 = 240$$

7. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $S_n = n^2 - n$ 으로 표시되는 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_{10} 의 값은?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

(i) $n \geq 2$ 일 때

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= (n^2 - n) - \{(n-1)^2 - (n-1)\} \\ &= 2n - 2 \end{aligned}$$

(ii) $n = 1$ 일 때, $a_1 = S_1 = 1^2 - 1 = 0$

(i), (ii)에서 $a_n = 2n - 2$ ($n \geq 1$)

$$\therefore a_{10} = 2 \cdot 10 - 2 = 18$$

8. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $S_n = 2n^2 + 2n + \alpha$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 α 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$S_n = 2n^2 + 2n + \alpha$$

$$S_{n-1} = 2(n-1)^2 + 2(n-1) + \alpha$$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= 2n^2 + 2n + \alpha - (2n^2 - 4n + 2 + 2n - 2 + \alpha)$$

$$= 4n \quad (n \geq 2)$$

$$a_1 = S_1 \text{ 이므로}$$

$$4 = 4 + \alpha$$

$$\therefore \alpha = 0$$

9. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 2^n + (-1)^n$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$ 의 값은?

① $2^{10} - 3$

② $2^{10} - 1$

③ 2^{10}

④ $2^{10} + 1$

⑤ $2^{10} + 3$

해설

$$a_n = 2^n + (-1)^n \text{에서}$$

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_9$$

$$= (2^1 - 1) + (2^2 + 1) + \cdots + (2^9 - 1)$$

$$= (2^1 + 2^2 + \cdots + 2^9) - 1$$

$$= \frac{2(2^9 - 1)}{2 - 1} - 1 = 2^{10} - 3$$

10. 다음 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 은?

1, 4, 9, 16...

① n

② $3n - 2$

③ $2n + 1$

④ n^2

⑤ $(n + 1)^2$

해설

$$a_1 = 1, a_2 = 4 = 2^2, a_3 = 9 = 3^2, a_4 = 16 = 4^2, \dots$$

$$\therefore a_n = n^2$$

11. 다음 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 은?

$$-1, 2, -3, 4, \dots$$

① $(-1)^{n+1} \times n$

② $n - (-1)^n$

③ $(-1)^n + n$

④ $(-1)^n \times n$

⑤ $\frac{1}{2} \{1 - (-1)^n\}$

해설

$$a_1 = -1 \cdot 1$$

$$a_2 = (-1)^2 \cdot 2$$

$$a_3 = (-1)^3 \cdot 3$$

$$a_4 = (-1)^4 \cdot 4 \text{이므로}$$

$$a_n = (-1)^n \cdot n$$

12. $a_5 = 77$, $a_{10} = 42$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은?

① a_{16}

② a_{17}

③ a_{18}

④ a_{19}

⑤ a_{20}

해설

$$a_5 = a + 4d = 77$$

$$a_{10} = a + 9d = 42$$

$$5d = -35$$

$$d = -7$$

$$a_5 = a + 4 \cdot (-7) = 77 \quad \therefore a = 105$$

$$\begin{aligned} \therefore a_n &= 105 + (n-1) \times (-7) \\ &= -7n + 112 \end{aligned}$$

$-7n + 112 < 0$ 인 정수 n 의 최솟값을 구하면

$$112 < 7n$$

$$16 < n$$

$$\therefore n = 17$$

13. $a_5 = 27$, $a_{11} = 15$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은?

① a_{16}

② a_{17}

③ a_{18}

④ a_{19}

⑤ a_{20}

해설

$$a_5 = a + 4d = 27$$

$$a_{11} = a + 10d = 15$$

연립하여 풀면 $d = -2$, $a = 35$

$$\therefore a_n = 35 + (n-1) \times (-2) = -2n + 37$$

$-2n + 37 < 0$ 인 정수 n 의 최솟값을 구하면

$$37 < 2n, \quad 18.5 < n$$

$$\therefore n = 19$$

$\therefore \{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은 a_{19} 이다.

14. 수열 $8, 4, 2, \frac{1}{2}, \dots$ 에서 처음으로 $\frac{1}{1000}$ 보다 작게 되는 항은 제 몇 항인가?

① 제11 항

② 제12 항

③ 제13 항

④ 제14 항

⑤ 제15 항

해설

첫째항이 8, 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이므로 일반항은

$$a_n = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-4}$$

이때, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-4} < \frac{1}{1000}$ 에서 $2^{10} = 1024$ 이므로

$$n - 4 = 10 \quad \therefore n = 14$$

15. 첫째항이 1이고, 공비가 4인 등비수열에서 첫째항부터 몇 항까지의 합이 처음으로 1000보다 크게 되는가?
(단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

첫째항이 1, 공비가 4인 등비수열이므로

$$S_n = \frac{1 \cdot (4^n - 1)}{4 - 1} > 1000, 4^n > 3001$$

$$2n \log 2 > \log 3001$$

$$n > \frac{\log 3001}{2 \log 2} > \frac{\log 3000}{2 \log 2}$$

$$= \frac{\log 3 + \log 1000}{2 \log 2} = \frac{3.4771}{0.6020} = 5.7 \times \times \times$$

16. 첫째항이 1이고, 공비가 2인 등비수열에서 처음으로 2000보다 크게 되는 항은 몇 번째 항인가?

① 11 항

② 12 항

③ 13 항

④ 14 항

⑤ 15 항

해설

$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1} > 2000$ 인 자연수의
최솟값을 구하면 된다.

그런데 $2^{10} = 1024$ 이므로

$$2^{11} = 2048$$

$$\therefore 2^{n-1} \geq 2^{11}$$

$$n - 1 \geq 11$$

$$n \geq 12$$

17. 첫째항이 -10 , 공차가 2 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \cdots + |a_{11}|$ 의 값은?

① 60

② 70

③ 80

④ 90

⑤ 100

해설

$$\begin{aligned}a_n &= -10 + (n-1) \cdot 2 \\ &= 2n - 12\end{aligned}$$

$$a_n = 2n - 12 = 0, \quad \therefore n = 6$$

즉, $a_1 \sim a_5$ 는 음수, $a_6 = 0$,

$a_7 \sim a_{11}$ 은 양수이다.

따라서

$$\begin{aligned}|a_1| + \cdots + |a_5| &= \left| \frac{5 \{ 2 \cdot (-10) + 4 \cdot 2 \}}{2} \right| \\ &= 30\end{aligned}$$

$$a_7 = -10 + 6 \cdot 2 = 2$$

$$a_{11} = -10 + 10 \cdot 2 = 10$$

$$\therefore |a_7| + \cdots + |a_{11}| = \frac{5 \cdot (2 + 10)}{2} = 30$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = 30 + 0 + 30 = 60$$

18. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항은 20이고, 공차는 d 인 정수일 때, $a_7 \cdot a_8 < 0$ 을 만족한다. 이 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여 $S_n > 0$ 을 만족하는 n 의 최댓값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$\{a_n\}$ 이 등차수열이고 첫째항이 양수이므로

$$a_7 \cdot a_8 < 0 \text{에서 } a_7 > 0, a_8 < 0$$

$$a_7 = 20 + 6d > 0, a_8 = 20 + 7d < 0$$

이때 공차 d 는 정수이므로 $d = -3$

$S_n > 0$ 을 만족해야 하므로

$$S_n = \frac{n \{2 \cdot 20 + (n-1) \cdot (-3)\}}{2} > 0$$

$$n(43 - 3n) > 0, n(3n - 43) < 0$$

$$\therefore 0 < n < \frac{43}{3} = 14.\times\times\times$$