

1. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 24 는 192 의 약수이다.
- ㉡ 108 은 108 의 약수인 동시에 배수이다.
- ㉢ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ㉣ 484 는 7 의 배수이다.
- ㉤ 52 의 약수의 개수는 7 개이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉣ 484 는 7 의 배수가 아니다.
- ㉤ 52 의 약수의 개수는 6 개이다.

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $2^4 = 8$

㉡ $5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^3 \times 7^2$

㉢ $3^2 = 2^3$

㉣ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^3}$

㉤ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^8}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

㉠ $2^4 = 16$

㉢ $3^2 \neq 2^3$

㉤ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^6}$

3. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

① 0

② 1

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$$

$$\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$$

4. 다음 중 소수가 아닌 것은?

① 7

② 11

③ 13

④ 19

⑤ 21

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

$21 = 3 \times 7$ 이므로 소수가 아니다.

5. 36의 소인수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 2 개

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 소인수는 2, 3이고, 개수는 2개이다.

6. $360 \times a = b^2$ 을 만족시키는 자연수 a, b 중에서 가장 작은 수를 각각 x, y 라고 할 때 $x + y$ 의 값으로 알맞은 것은?

① 70

② 80

③ 90

④ 100

⑤ 110

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

지수가 2의 배수이어야 하므로 $x = 2 \times 5$ 이다.

$$(2^2 \times 3 \times 5)^2 = 60^2, x = 10, y = 60$$

따라서 $x + y = 70$ 이다.

7. 다음에서 $2^3 \times 5$ 의 약수를 찾아 모두 고르면?(정답 2개)

① 1

② 2×5^2

③ $3^2 \times 5$

④ 2×5

⑤ 2^5

해설

2^3 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 이고
5 의 약수는 1, 5 이므로
 $2^3 \times 5$ 의 약수는 다음과 같다.

\times	1	2	2^2	2^3
1	1	1×2	1×2^2	1×2^3
5	5	5×2	5×2^2	5×2^3

8. $2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 의 약수의 개수가 18 일 때 안에 들어갈 수는?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 이므로

약수의 개수는

$$(2 + 1) \times (\square + 1) \times (1 + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore \square = 2$$

9. 두 자연수 a, b 의 최대공약수는 24 이다. $a, b, 32$ 의 공약수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 8

해설

a, b 의 공약수는 24의 약수이므로 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
32 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32
따라서 $a, b, 32$ 의 공약수는 1, 2, 4, 8 이다.

10. 두 수 a, b 의 최대공약수가 12일 때, a, b 의 공약수의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 12

⑤ 24

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 12의 약수와 같다.
12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이므로 6개이다.

11. 두 자연수 a, b 에 대하여 a 와 b 의 최대공약수를 $[a, b]$ 라 정의한다. x 는 1000 이하의 자연수라 할 때, $[x, 24] = 8$ 를 만족하지 않는 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 916 개

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $[x, 24] = 8$ 이므로

x 는 2^3 을 인수로 가지고 3 을 인수로 가지지 않는 수이다.

따라서 x 는 8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수이다.

1000 이하의 8 의 배수는 125 개, 24 의 배수가 41 개이므로,

8 의 배수이면서 3 의 배수가 아닌 수는 $125 - 41 = 84$ 이다.

\therefore 구하는 값은 $1000 - 84 = 916$ 이다.

12. 공책 48 권, 볼펜 80 개, 가위 64 개를 하나도 빠짐없이 가능한 많은 사람에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어줄 수 있는가?

① 10 명

② 12 명

③ 14 명

④ 16 명

⑤ 20 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 48, 80, 64 의 최대공약수이므로 16 (명)이다.

13. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각 24cm, 36cm 인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

- ① 6 cm ② 8 cm ③ 10 cm ④ 12 cm ⑤ 24 cm

해설

자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24 와 36 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24 와 36 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 24 \quad 36} \\
 \underline{2 \overline{) 12 \quad 18}} \\
 3 \overline{) \quad 6 \quad 9} \\
 \underline{\quad 2 \quad 3}
 \end{array}
 \quad \therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$$

14. 세 수 3048, 5988, 8088 을 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 24 개

해설

3048, 5988, 8088 을 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r \text{ 라고 하면}$$

$$B - A = G(b - a), C - B = G(c - b)$$

이므로 $B - A, C - B$ 의 공약수는 A, B, C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$8088 - 5988 = 2100, 5988 - 3048 = 2940$ 이므로 2100 과 2940 의 공약수를 구하면, 최대공약수가 420 이므로 약수의 개수는 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 에서 24 개이다.

15. 다음 보기의 수들의 최소공배수를 차례대로 고른 것은?

보기

㉠ 16, 10, 12

㉡ 8, 6, 12

㉢ 4, 16, 32

① 40, 18, 16

② 240, 48, 56

③ 4, 52, 12

④ 240, 24, 32

⑤ 120, 34, 16

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \ 10 \ 12} \\ 2 \overline{) 8 \ 5 \ 6} \\ \hline 4 \ 5 \ 3 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 4 \times 5 \times 3 = 240$ 이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \ 6 \ 12} \\ 2 \overline{) 4 \ 3 \ 6} \\ 3 \overline{) 2 \ 3 \ 3} \\ \hline 2 \ 1 \ 1 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 3 \times 2 = 24$ 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 4 \ 16 \ 32} \\ 4 \overline{) 1 \ 4 \ 8} \\ \hline 1 \ 1 \ 2 \end{array}$$

최소공배수는 $4 \times 4 \times 2 = 32$ 이다.

16. 세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 일 때, A 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면?

① 23

② 25

③ 27

④ 29

⑤ 31

해설

세 자연수 A , $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 5^2 \times 7^2$ 이므로

A 는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는 $2^3 \times 7$, $5^2 \times 7^2$ 의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.

따라서, A 의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2, $2^2(=4)$, 5, 7, $2^3(=8)$ 이므로 이를 모두 더하면 $1+2+4+5+7+8=27$ 이다.

17. 세 자연수의 비가 $3 : 6 : 10$ 이고 최소공배수가 360 일 때, 나눗셈을 이용하여 세 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

▷ 정답 : 72

▷ 정답 : 120

해설

세 자연수의 비가 $3 : 6 : 10$ 이므로 원래의 세 자연수를 $3 \times a, 6 \times a, 10 \times a$ 라고 하면

$$\begin{array}{r} a) \ 3 \times a \quad 6 \times a \quad 10 \times a \\ 2) \ \underline{3 \quad 6 \quad 10} \\ 3) \ \underline{3 \quad 3 \quad 5} \\ \quad 1 \quad 1 \quad 5 \end{array}$$

최소공배수는 $a \times 2 \times 3 \times 5 = 30 \times a$ 이다.

세 수의 최소공배수가 360 이므로 $30 \times a = 360$ 이고, a 는 12 이다.

따라서 세 자연수는 $3 \times 12 = 36, 6 \times 12 = 72, 10 \times 12 = 120$ 이다.

18. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 60

② 61

③ 120

④ 181

⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.

$$\therefore 120 + 1 = 121$$

19. $(x-1) : y = 3 : 4$ 일 때, x, y 의 최소공배수가 56 이다. x, y 의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(x-1) : y = 3 : 4 \rightarrow 4 \times (x-1) = 3 \times y,$$

x, y 의 최소공배수가 $56 = 2^3 \times 7$

위 두 조건을 만족시키는 x, y 의 값은 $x = 7, y = 8$ 이다.

$\therefore (x, y \text{ 의 최대공약수}) = 1$

20. 두 분수 $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{6}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 번째로 큰 자연수는?

① 16

② 32

③ 48

④ 96

⑤ 114

해설

구하는 수는 16 과 6 의 공배수이다.

16 와 6 의 공배수는 16 와 6 의 최소공배수인 48 의 배수이므로 48, 96, 144, ... 이다.