

1. 제3항이 11, 제9항이 29인 등차수열의 20번째 항은?

① 60

② 62

③ 64

④ 66

⑤ 68

해설

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a + 2d = 11 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a_9 = a + 8d = 29 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a = 5, d = 3$$

따라서 첫째항이 5, 공차가 3이므로 일반항 a_n 은

$$a_n = 5 + (n - 1) \times 3 = 3n + 2$$

$$\text{따라서 20번째 항은 } 3 \times 20 + 2 = 62$$

2. 첫째항이 1이고 공차가 자연수 d 인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $n \geq 3$ 일 때, $S_n = 94$ 를 만족하는 d 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$S_n = 94 \text{에서 } \frac{n\{2 + (n-1)d\}}{2} = 94$$

$$n\{2 + (n-1)d\} = 2 \cdot 94 = 2^2 \cdot 47$$

그런데 $n \geq 3$ 이므로 n 의 값이 될수 있는 것은 4, 47, 94, 188이다.

$$n = 4 \text{일때, } 2 + (4-1)d = 47 \quad \therefore d = 15$$

$$n = 47 \text{일때, } 2 + (47-1)d = 4 \quad \therefore d = \frac{2}{23}$$

$$n = 94 \text{일때, } 2 + (94-1)d = 2 \quad \therefore d = 0$$

$$n = 188 \text{일때, } 2 + (188-1)d = 1 \quad \therefore d = -\frac{1}{187}$$

이 중에서 d 가 자연수가 되는 것은 $n = 4$ 이므로 $d = 15$

3. 각 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 : a_3 = 4 : 9$ 이고, $a_2 = 4$ 일 때, a_5 의 값은?

① $\frac{11}{2}$

② 7

③ $\frac{19}{2}$

④ 12

⑤ $\frac{27}{2}$

해설

공비를 r 이라고 하면

$$a_1 : a_3 = a_1 : a_1 r^2 = 1 : r^2 \text{ 이므로}$$

$$1 : r^2 = 4 : 9 \text{ 에서}$$

$$r^2 = \frac{9}{4} \quad \therefore r = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = a_1 r = 4 \text{ 에서 } \frac{3}{2} a_1 = 4 \quad \therefore a_1 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a_5 = a_1 r^4 = \frac{8}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{27}{2}$$

4. 다음 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 은?

1, 4, 9, 16...

- ① n
- ② $3n - 2$
- ③ $2n + 1$
- ④ n^2
- ⑤ $(n + 1)^2$

해설

$a_1 = 1, a_2 = 4 = 2^2, a_3 = 9 = 3^2, a_4 = 16 = 4^2, \dots$
 $\therefore a_n = n^2$

5. 두 수 $2p + 7$ 과 $2p + 9$ 의 등차중항이 p^2 일 때, 양수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$2p + 7, p^2, 2p + 9$ 가 등차수열을 이루므로 $p^2 = \frac{(2p + 7) + (2p + 9)}{2}$

$$2p^2 = 4p + 16, p^2 - 2p - 8 = 0$$

$$(p + 2)(p - 4) = 0$$

따라서 $p = -2$ 또는 $p = 4$

이때, p 는 양수이므로 $p = 4$

6. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 공차가 각각 2, 3인 등차수열일 때, 수열 $\{a_n + b_n\}$ 의 공차는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot 2$$

$$b_n = b_1 + (n - 1) \cdot 3$$

$$a_n + b_n = a_1 + b_1 + (n - 1) \cdot 5$$

$$\therefore \text{공차} = 5$$

7. 2와 $\frac{2}{3}$ 사이에 두 수 a, b 를 넣어서 만든 4개의 수 2, $a, b, \frac{2}{3}$ 가 이
순서로 조화수열을 이룰 때, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 의 값은?

- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

2, $a, b, \frac{2}{3}$ 가 조화수열을 이루므로 $\frac{1}{2}, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{3}{2}$ 이 등차수열을
이룬다.

$$\text{따라서 } \frac{1}{a} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{b}$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

8. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 20$, $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 68$ 일 때, 첫째항과 공차의 곱은?

① $\frac{3}{2}$

② 2

③ $\frac{5}{2}$

④ 3

⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$$S_4 = \frac{4(2a + 3d)}{2} = 20$$

$$S_8 - S_4 = \frac{8(2a + 7d)}{2} - 20 = 68$$

$$2a + 3d = 10, \quad 2a + 7d = 22$$

두 식을 변끼리 빼면

$$4d = 12, \quad d = 3$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a \times d = \frac{3}{2}$$

9. 두 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 각각 $n^2 + kn$, $2n^2 - 2n + 1$ 일 때, $a_{10} = b_{10}$ 을 만족하는 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$a_{10} = (10^2 + 10k) - (9^2 + 9k) = 19 + k$$

$$\begin{aligned} b_{10} &= (2 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10 + 1) - (2 \cdot 9^2 - 2 \cdot 9 + 1) \\ &= 181 - 145 = 36 \end{aligned}$$

$$a_{10} = b_{10} \text{ 에서 } 19 + k = 36$$

$$\therefore k = 17$$

10. 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열일 때, 수열 $\{3a_{n+1} - 2a_n\}$ 은 첫째항이 12, 공비가 2인 등비수열이다.

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$a_n = ar^{n-1}$ 이므로

$$\{3a_{n+1} - 2a_n\} = 3ar^n - 2ar^{n-1}$$

$$= (3ar - 2a)r^{n-1} = 12 \cdot 2^{n-1}$$

따라서 $r = 2$ 이고 $3ar - 2a = 12$ 이다.

$$6a - 2a = 12, 4a = 12$$

$$\therefore a = 3$$

11. 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = x - 3$, $a_2 = x$, $a_3 = x + 6$ 이 성립할 때, a_5 의 값은?

① 16

② 24

③ 32

④ 48

⑤ 52

해설

x 는 $x - 3$ 과 $x + 6$ 의 등비중항이므로

$$x^2 = (x - 3)(x + 6) = x^2 + 3x - 18$$

$$3x = 18 \quad \therefore x = 6$$

즉, $a_1 = 3$, $a_2 = 6$, $a_3 = 12$ 이므로 수열 $\{a_n\}$ 은 공비가 2 인 등비수열이다.

$$\therefore a_5 = 3 \cdot 2^4 = 3 \cdot 16 = 48$$

12. 다항식 $f(x) = x^2 + kx + 1$ 에 대하여 $f(x)$ 를 x , $x+1$, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 모든 k 의 값의 합은?

- ① $-\frac{4}{3}$ ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$$f(0) = 1$$

$$f(-1) = 1 - k + 1 = 2 - k$$

$$f(-2) = 4 - 2k + 1 = 5 - 2k$$

$$1 \cdot (5 - 2k) = (2 - k)^2$$

$$5 - 2k = 4 - 4k + k^2$$

$$k^2 - 2k - 1 = 0$$

$\therefore$ 두 근의 합은 2

13. 서로 다른 세 수 a, b, c 가 이 순서로 등차수열을 이루고, b, a, c 가 등비수열을 이룰 때, $3a + 2b + c$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

b 는 a 와 c 의 등차중항이므로
 $2b = a + c \cdots \textcircled{㉠}$
 a 는 b 와 c 의 등비중항이므로
 $a^2 = bc \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}$ 에서 $c = 2b - a$ 이므로 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면
 $a^2 = b(2b - a), a^2 + ab - 2b^2 = 0$
 $(a + 2b)(a - b) = 0$
따라서 $a = -2b$ 또는 $a = b$
그런데, a, b 는 서로 다른 수 이므로 $a = -2b$
 $c = 2b - a = 2b - (-2b) = 4b$
따라서 $3a + 2b + c = -6b + 2b + 4b = 0$

14. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 할 때, $S_{10} = 48$, $S_{20} = 60$ 이다. 이때, S_{30} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

첫째항을 a , 공비를 r 라고 하면

$$S_{10} = \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} = 48 \cdots \textcircled{A}$$

$$S_{20} = \frac{a(r^{20} - 1)}{r - 1} = 60 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B} \div \textcircled{A}$ 을 하면

$$\frac{r^{20} - 1}{r^{10} - 1} = \frac{5}{4}, \quad \frac{(r^{10} + 1)(r^{10} - 1)}{r^{10} - 1} = \frac{5}{4}$$

$$r^{10} + 1 = \frac{5}{4} \quad \therefore r^{10} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore S_n = \frac{a(r^{30} - 1)}{r - 1} = \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} \cdot (r^{20} + r^{10} + 1)$$

$$= 48 \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{4} + 1 \right) = 63$$

15. 첫째항이 1이고, 공비가 2인 등비수열에서 처음으로 2000보다 크게 되는 항은 몇 번째 항인가?

① 11 항 ② 12 항 ③ 13 항 ④ 14 항 ⑤ 15 항

해설

$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1} > 2000$ 인 자연수의

최솟값을 구하면 된다.

그런데 $2^{10} = 1024$ 이므로

$$2^{11} = 2048$$

$$\therefore 2^{n-1} \geq 2^{11}$$

$$n-1 \geq 11$$

$$n \geq 12$$

16. 두 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 각각 S_n, T_n 이라 하면
 $S_n = n^2 + kn, \log_3(T_n - 1) = n$ 이 성립한다. 두 수열의 제3항이 서로 같을 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$S_n = n^2 + kn$ 이므로
 $a_3 = S_3 - S_2$
 $(3^2 + 3k) - (2^2 + 2k) = k + 5$
 $\log_3(T_n - 1) = n$ 에서 $T_n = 3^n + 1$ 이므로
 $b_3 = T_3 - T_2 = 3^3 + 1 - (3^2 + 1)$
 $= 28 - 10 = 18$
이때, $a_3 = b_3$ 이므로 $k + 5 = 18 \quad \therefore k = 13$

17. 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 3 \cdot 2^n + k$ 로 나타내어지는 수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항부터 등비수열이 되기 위한 상수 k 의 값은?

① 0 ② -1 ③ -2 ④ -3 ⑤ -4

해설

$$n = 1 \text{ 일 때, } a_1 = S_1 = (3 \cdot 2^1 + k)$$

$$n \geq 2 \text{ 일 때,}$$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= (3 \cdot 2^n + k) - (3 \cdot 2^{n-1} + k) = 3 \cdot 2^{n-1}(2 - 1) = 3 \cdot 2^{n-1} \dots \textcircled{1}$$

따라서, $n \geq 2$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항부터 등비수열이 되려면

$\textcircled{1}$ 이 $n = 1$ 일 때에도 성립해야 하므로

$$3 = 6 + k \quad \therefore k = -3$$

18. $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 2n$ 일 때, $\sum_{k=1}^3 (a_k + 1)^2 - \sum_{k=1}^3 (a_k - 1)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^3 (a_k + 1)^2 - \sum_{k=1}^3 (a_k - 1)^2 \\ &= \sum_{k=1}^3 (a_k + 2a_k + 1) - \sum_{k=1}^3 (a_k^2 - 2a_k + 1) \\ &= 4 \sum_{k=1}^3 a_k = 4(3^2 + 2 \times 3) = 60 \end{aligned}$$

19. 수열 $2 \cdot 3, 3 \cdot 5, 4 \cdot 7, 5 \cdot 9, \dots$ 의 제 n 항까지의 합은?

① $4n^2 + 15n + 17$

② $n(4n^2 + 15n + 17)$

③ $\frac{4n^2 + 15n + 17}{3}$

④ $\frac{n(4n^2 + 15n + 17)}{3}$

⑤ $\frac{n(4n^2 + 15n + 17)}{6}$

해설

$$\begin{aligned} a_k &= (k+1)(2k+1) = 2k^2 + 3k + 1 \text{ 이므로} \\ S_n &= \sum_{k=1}^n (2k^2 + 3k + 1) \\ &= 2 \sum_{k=1}^n k^2 + 3 \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n 1 \\ &= 2 \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 3 \cdot \frac{n(n+1)}{2} + n \\ &= \frac{n(4n^2 + 15n + 17)}{6} \end{aligned}$$

20. 1에서 10까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 자연수의 곱을 모두 더한 값을 S 라 할 때, $\frac{S}{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 132

해설

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 이므로
1에서 10까지의 자연수 중에서 서로 다른 두 자연수의 곱을 모두 더한 값을 S 라 하면

$$(1 + 2 + 3 + \cdots + 10)^2 = (1^2 + 2^2 + \cdots + 10^2) + 2S$$

$$2S = \left(\frac{10 \cdot 11}{2}\right)^2 - \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} = 2640$$

$$\therefore S = 1320$$

$$\therefore \frac{S}{10} = 132$$

21. $\sum_{k=1}^n a_k = 2n^2 - n$ 일 때, $\sum_{k=1}^5 (2k+1)a_k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 395

해설

$$\begin{aligned} a_n &= \sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^{n-1} a_k \\ &= (2n^2 - n) - \{2(n-1)^2 - (n-1)\} \\ &= 4n - 3(n=2, 3, 4, \dots) \\ n=1 \text{ 일 때, } a_1 &= 2 \cdot 1^2 - 1 = 1 \\ \text{따라서 } a_n &= 4n - 3(n=1, 2, 3, \dots) \text{ 이므로} \\ \sum_{k=1}^5 (2k+2)a_k &= \sum_{k=1}^5 (2k+1)(4k-3) \\ &= \sum_{k=1}^5 (8k^2 - 2k - 3) \\ &= 8 \cdot \frac{5 \cdot 6 \cdot 11}{6} - 2 \cdot \frac{5 \cdot 6}{2} - 3 \cdot 5 \\ &= 440 - 30 - 15 = 395 \end{aligned}$$

23. 등차수열을 이루는 세 수가 있다. 이 세 수의 합은 6이고, 세 수의 각각의 제곱의 합은 14이다. 이 세 수로 알맞은 것은?

① -4, 3, 10

② -2, 1, 3

③ -1, 3, 7

④ 0, 2, 4

⑤ 1, 2, 3

해설

구하는 세 수를 $a-d$, a , $a+d$ 로 놓으면 이 세 수의 합이 6이므로

$$(a-d) + a + (a+d) = 6 \cdots \textcircled{㉠}$$

세 수의 각각의 제곱의 합이 14이므로

$$(a-d)^2 + a^2 + (a+d)^2 = 14 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } 3a = 6 \quad \therefore a = 2$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } 3a^2 + 2d^2 = 14$$

$$a = 2 \text{ 이므로 } d^2 = 1$$

$$d = 1 \text{ 일 때, } a-d = 1, a = 2, a+d = 3$$

$$d = -1 \text{ 일 때, } a-d = 3, a = 2, a+d = 1$$

따라서 세 수는 1, 2, 3이다.

24. 다음 값을 계산하면?

$$\log_2 4 + \log_2 4^3 + \log_2 4^9 + \cdots + \log_2 4^{3^{n-1}}$$

- ① $\log_2 4^{3^{n-1}}$
- ② $\log_2 4^{3^n}$
- ③ $\log_2 3^{n+1}$
- ④ $3^n - 1$
- ⑤ $3^n + 1$

해설

주어진 식은 $a_n = \log_2 4^{3^{n-1}}$ 인 수열의 합 S_n 이다.

$$a_n = 3^{n-1} \cdot \log_2 4 = 2 \cdot 3^{n-1}$$

a_n 은 첫째항이 2, 공비가 3 인 등비수열이므로

$$S_n = \frac{2 \cdot (3^n - 1)}{3 - 1} = 3^n - 1$$

25. 이달 초에 95만 원짜리 컴퓨터를 구입하였다. 처음 구입시 45만 원을 주고 한 달 뒤부터 나머지 금액은 일정한 금액씩 갚기로 하였다. 월이율 1%, 1개월마다 복리로 계산하고 6회에 걸쳐 다음 달 초부터 매달 1일에 일정한 금액을 갚아 나갈 때, 매달 갚아야 할 금액은?(단, $1.01^6 \approx 1.06$ 으로 계산하고, 백 원 단위에서 반올림 한다.)
- ① 84000 원 ② 88000 원 ③ 92000 원
- ④ 96000 원 ⑤ 10000 원

해설

매달 갚아 나가는 할부금을 a 만 원이라 할 때, 6회에 걸쳐 갚을 금액의 원리함계는 잔액 50만 원에 대한 6개월 간의 원리함계인 $50(1 + 0.01)^6$ (만 원)이다.

할부금의 합은

$$a + a \times 1.01 + a \times 1.01^2 + \cdots + a \times 1.01^5$$
$$= \frac{a(1.01^6 - 1)}{1.01 - 1}$$

즉, $50 \times 1.01^6 = \frac{a(1.01^6 - 1)}{1.01 - 1}$

$$\therefore a = \frac{0.01 \times 50 \times 1.01^6}{1.01^6 - 1}$$
$$= \frac{0.5 \times 1.06}{1.06 - 1} = 8.8333 \cdots \text{(만 원)}$$

따라서 할부금은 백 원 단위에서 반올림하면 88000 원이다.

26. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2 \cdot 3^n - 2$ 일 때, 옳은 것을 보기에서 모두 고르면?

보기

- ㉠ $a_3 = 36$
- ㉡ $\{a_n\}$ 은 등비수열이다.
- ㉢ $\{\log_{10} a_n\}$ 은 등차수열이다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2)$
 $a_1 = S_1 = 4$ 이므로
 $a_n = (2 \cdot 3^n - 2) - (2 \cdot 3^{n-1} - 2) = 4 \cdot 3^{n-1}$
㉠ $a_3 = 36$
㉡ $\{a_n\}$ 은 첫째항이 4, 공비가 3인 등비수열이다.
㉢ $\{\log_{10} a_n\}$ 은 첫째항이 $\log_{10} 4$, 공차가 $\log_{10} 3$ 인 등차수열이다.

27. 4로 나눈 나머지가 3이고, 6으로 나눈 나머지가 5인 자연수로 이루어진 수열의 첫째항부터 제 20항까지의 합은?

① 2250 ② 2500 ③ 2750 ④ 3000 ⑤ 3250

해설

4로 나눈 나머지가 3인 자연수는 $4l - 1$ (단, $l \geq 0$ 인 정수)의 꼴이고,
6으로 나눈 나머지가 5인 자연수는 $6m - 1$ (단, $m \geq 0$ 인 정수)의 꼴이다.

따라서, 4로 나눈 나머지가 3이고, 6으로 나눈 나머지가 5인 자연수를 x 라고 하면

$$x = 4l - 1 = 6m - 1 \text{을 만족해야 하므로 } x + 1 = 4l = 6m$$

즉, $x + 1 = 12n$, 즉, $x = 12n - 1$ ($n \geq 1$ 인 정수)

따라서 조건을 만족하는 수열은 11, 23, 35, ...로 첫째항이 11, 공차가 12인 등차수열이므로 첫째항부터 제 20항까지의 합은

$$\frac{20(2 \cdot 11 + 19 \cdot 12)}{2} = 2500$$

28. 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $a_3 = 10$ 이고 $S_9 > 0$, $S_{10} < 0$ 일 때, 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $-5 < d < -4$
㉡ $a_5 > 0$, $a_6 < 0$
㉢ a_1 이 정수이면 $a_1 + a_9 = 0$ 이다.

- ① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

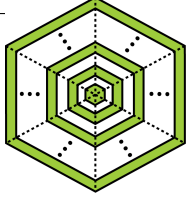
㉠ $a_3 = a_1 + 2d = 10$ 에서 $a_1 = 10 - 2d$
 $S_9 = \frac{9(2a_1 + 8d)}{2} > 0$ 에서 $a_1 + 4d > 0$
 $10 - 2d + 4d > 0$
 $\therefore d > -5$
 $S_{10} = \frac{10(2a_1 + 9d)}{2} < 0$ 에서 $2a_1 + 9d < 0$
 $2(10 - 2d) + 9d < 0$
 $\therefore d < -4$
 $\therefore -5 < d < -4$ (참)
㉡ $a_5 = a_3 + 2d = 10 + 2d$
㉠에서 $-10 < 2d < -8$ 이므로
 $0 < 10 + 2d < 2$ 즉, $0 < a_5 < 2$
 $a_6 = a_3 + 3d = 10 + 3d$
 $-15 < 3d < -12$ 이므로
 $-5 < 10 + 3d < -2$ 즉, $-5 < a_6 < -2$
 $\therefore a_5 > 0$, $a_6 < 0$ (참)
㉢ $a_1 = 10 - 2d$ 이므로
 $-5 < d < -4$ 에서 $18 < 10 - 2d < 20$
즉, $18 < a_1 < 20$
 a_1 이 정수이므로 $a_1 = 19$
 $a_1 + 2d = 10$ 에서 $d = -\frac{9}{2}$
 $\therefore a_9 = 19 + 8 \cdot \left(-\frac{9}{2}\right) = -17$
 $\therefore a_1 + a_9 = 2 \neq 0$ (거짓)
따라서 보기 중 옳은 것은 ㉠, ㉡이다.

29. 유전 연구에 필요한 두 가지 식물 A, B를 재배하기 위하여 정육각형 모양의 토지를 다음과 같이 나누어 놓았다.

- 정육각형을 여섯 개의 정삼각형으로 나눈다.
 - 인접한 두 삼각형이 공유하고 있는 변(점선 부분)을 각각 21 등분한다.
 - 21 등분한 각 점을 직선 모양의 울타리로 서로 연결하여 모두 21 개의 부분으로 구분하여 놓는다.

~~오른쪽 그림과 같이 가장 안쪽에 있는 정육각형~~

모양의 토지부터 시작하여 검은 부분과 흰 부분으로 토지를 교대로 구분한 다음 검은 부분에는 A를 심고, 흰 부분에는 B를 심었다. A를 심은 부분의 넓이가 231 m² 일 때, B를 심은 부분의 넓이는?(단, 울타리가 차지하는 넓이는 고려하지 않는다.)



- ① 210 m²

② 212 m²

③ 214 m²
- ④ 216 m²

⑤ 218 m²

해설

가장 안쪽의 정육각형 모양의 토지의 넓이를 a 로 놓으면 인접한 흰 부분의 넓이는 $3a$ 이다.

또 인접한 검은 부분의 넓이는 $5a$ 이고, 이에 인접한 흰 부분의 넓이는 $7a$ 이다.

따라서 검은 부분의 넓이의 합은

$$a + 5a + 9a + \cdots + 41a = \frac{11(a + 41a)}{2} = 231a$$

흰 부분의 넓이의 합은

$$3a + 7a + 11a + \cdots + 39a = \frac{10(3a + 39a)}{2} = 210a$$

그런데 검은 부분의 넓이의 합이 231 이므로 구하는 부분의 넓이의 합은 210 이다.