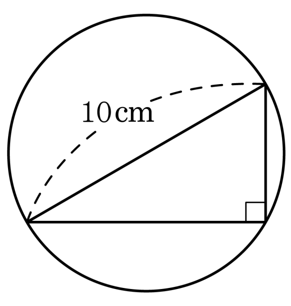
1. 다른 그림와 같이 빗변의 길이가 10cm 인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

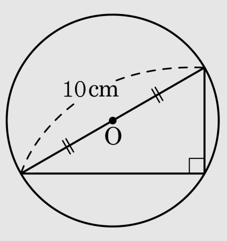


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

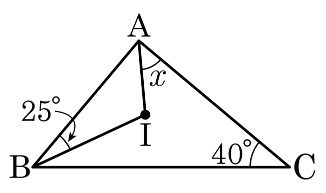
해설

직각삼각형의 외심 O는 빗변의 중심에 존재한다.



따라서 반지름의 길이는 5cm 이다.

2. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle IBA = 25°$, $\angle BCA = 40°$이다. $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 45°

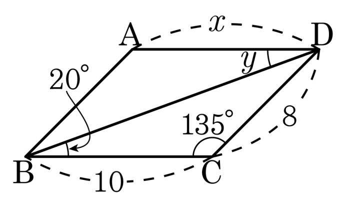
해설

$\angle B = 2 \times 25° = 50°$

$\angle A = 180° - (40° + 50°) = 90°$

$\therefore \angle x = \angle IAC = \frac{1}{2} \times 90° = 45°$

3. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?

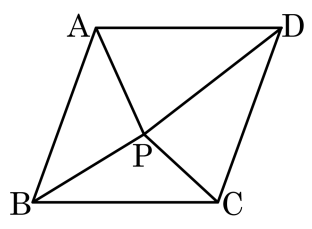


① $x=8,\ y=20°$ ② $x=10,\ y=20°$
③ $x=10,\ y=135°$ ④ $x=8,\ y=135°$
⑤ $x=10,\ y=25°$

해설

$x=10,\ y=20°$

4. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡았을 때, $\triangle PAD = 18cm^2$, $\triangle PBC = 13cm^2$, $\triangle PCD = 17cm^2$ 라 하면 $\triangle PAB$ 의 넓이는 (   )cm^2 이다. (   ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



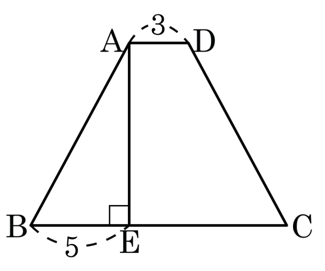
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이다.
$18 + 13 = 17 + \triangle PAB$
따라서 $\triangle PAB$ 의 넓이는 $14cm^2$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD가 있다. $\overline{AD} = 3$, $\overline{BE} = 5$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.

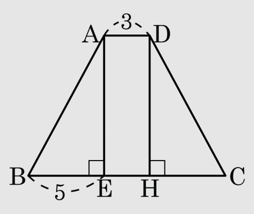


▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

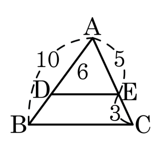
점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

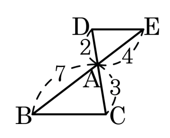


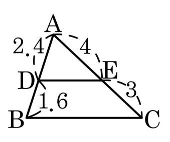
$\triangle ABE \equiv \triangle DCH$는 RHA 합동이고, $\overline{BE} = \overline{CH}$이다.

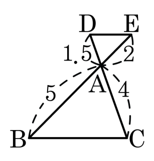
$\therefore \overline{BC} = 5 + 3 + 5 = 13$

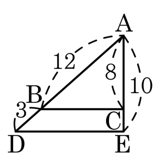
6. 다음 중 $\overline{BC} \,//\, \overline{DE}$ 인 것은?

①


②


③


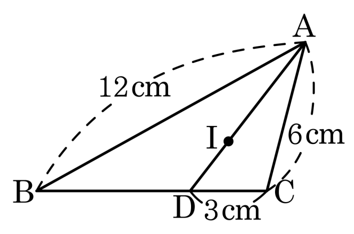
④


⑤


해설

⑤ $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$ 라면 $\overline{BC} \,//\, \overline{DE}$ 이다.
$15 : 12 = 10 : 8$ 이므로 $\overline{BC} \,//\, \overline{DE}$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는 ?



① 3cm　② 4cm　③ 6cm　④ 9cm　⑤ 12cm

해설

점 I 가 내심이므로 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

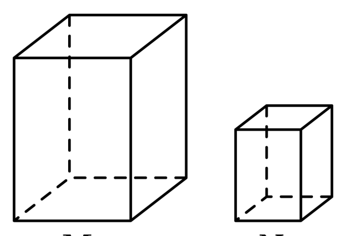
$\therefore \overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

$12 : 6 = \overline{BD} : 3$

$6\overline{BD} = 36$

$\therefore \overline{BD} = 6(\text{cm})$

8. 닮은 두 직육면체 M 와 N 의 겉넓이의 비가 9 : 4 이고 M 의 겉넓이가 18 일 때, N 의 겉넓이는?



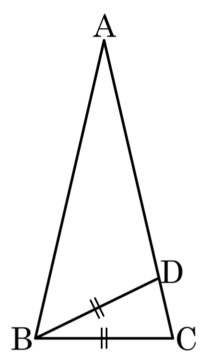
① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$9 : 4 = 18 : x$

$\therefore\ x = 8$

9. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이고 $\angle DBC = 26°$ 일 때, $\angle A$ 를 구하면?

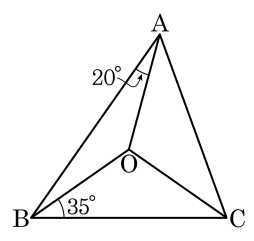


① 13°　② 26°　③ 30°　④ 52°　⑤ 72°

해설

$\triangle BCD$ 에서 $\angle C = \angle BDC$ 이고 $\angle C + \angle BDC + 26° = 180°$
$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle C$ 이고 $\angle ABC + \angle C + \angle A = 180°$ 이다.
이때, $\angle C = \angle BDC = \angle ABC$ 이므로 $\angle A = 26°$

10. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 20°$, $\angle OBC = 35°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



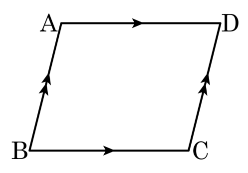
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 70°

해설

$\overline{OC}$ 를 이으면
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$ 이므로
$20° + 35° + \angle OCA = 90°$, $\angle OCA = 35°$
$\angle OBC = \angle OCB = 35°$
$\therefore \angle C = \angle OCB + \angle OCA = 70°$

11. $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사각형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 직사각형이라고 말할 수 <u>없는</u> 것은?



① $\angle A = 90°$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

④ 점 M이 $\overline{AD}$ 의 중점일 때, $\overline{MB} = \overline{MC}$

⑤ 점 O가 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점일 때, $\overline{AO} = \overline{BO}$

해설

한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
하지만 두 대각선이 직교하는 것은 마름모이다.

12. 다음 보기에서 두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

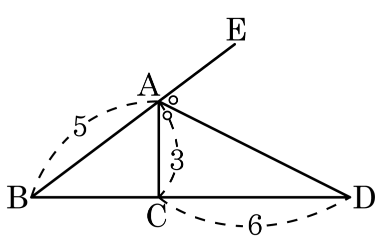
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 도형은 마름모이다. 정사각형도 마름모이다.

13. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle EAC$ 의 이등분선이고, $\triangle ACD = 9\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



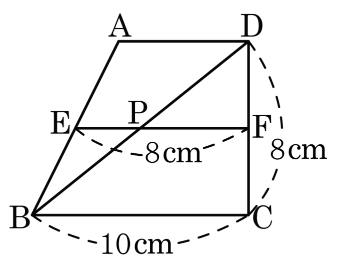
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $6\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ABC$ 에서 삼각형의 외각의 이등분선의 정리에 의해 $\overline{AB}$: $\overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이므로
$5 : 3 = \overline{BD} : 6$, $\overline{BD} = 10(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{BC} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$ 이다.
$\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 는 높이가 같으므로 밑변의 비가 넓이의 비가 된다.
$\overline{BC} : \overline{CD} = 4 : 6$ 이므로 $\triangle ABC = 6(\text{cm}^2)$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$ 이고 점 F 는 $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\text{cm}$, $\overline{EF} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle$BPE 의 넓이는?



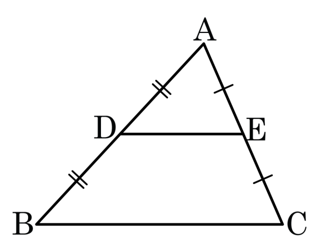
① 4cm^2　② 5cm^2　③ 6cm^2

④ 10cm^2　⑤ 12cm^2

해설

$\overline{PF} : \overline{BC} = 1 : 2$ 이므로 $\overline{PF} = 5\text{cm}$,
따라서 $\overline{EP} = 3\text{cm}$, $\overline{FC} = 4\text{cm}$,
$\therefore\ \triangle\text{BPE} = 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\dfrac{\triangle ADE}{\square DBCE} = \dfrac{1}{4}$

② $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$

③ $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$

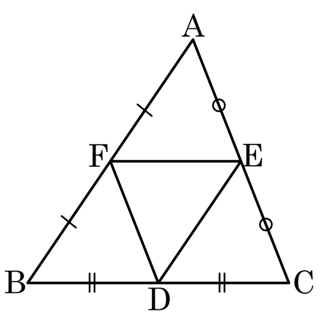
④ $\overline{DE} : \overline{BC} = 1 : 2$

⑤ $\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 의 닮음비는 $1 : 2$ 이다.

해설

① $\triangle ADE$ 는 $\triangle ABC$ 의 $\dfrac{1}{4}$ 이다. 따라서 $\square DBCE$ 는 $\triangle ABC$ 의 $\dfrac{3}{4}$ 이므로 $\dfrac{\triangle ADE}{\square DBCE} = \dfrac{1}{3}$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 D, E, F는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AB}$의 중점이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{DF} /\!/ \overline{AC}$ ② $\overline{DE} = \overline{AF}$

③ $\overline{DF} = \overline{EF}$ ④ $\angle AEF = \angle C$

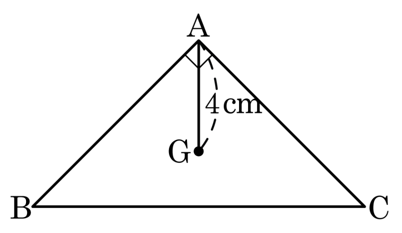
⑤ $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$

해설

③ $\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \overline{AE}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{BD}$

$\therefore\ \overline{DF} \neq \overline{EF}$

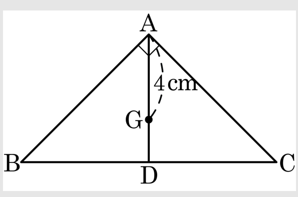
17. 그림에서 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 한다. $\overline{AG} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



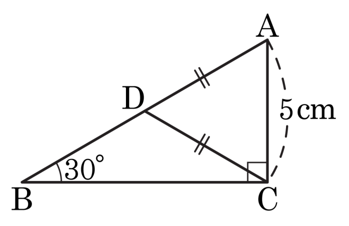
① 6cm ② 8cm ③ 10cm ④ 12cm ⑤ 16cm

해설

점 A 에서 무게중심 G를 지나는 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D 라고 하면,
$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이므로, $2 : 1 = 4 : \overline{GD}$, $\overline{GD} = 2(\text{cm})$,
$\overline{AD} = \overline{AG} + \overline{GD} = 6(\text{cm})$
$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{BC} = 12(\text{cm})$ 이다.



18. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

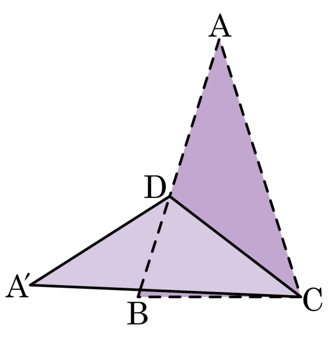


① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle ABC$ 에서
$\angle BAC = 180° - (90° + 30°) = 60°$
$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle DAC = \angle DCA$
그런데 $\angle DAC = \angle BAC$ 이므로 $\angle DAC = \angle DCA = 60°$
또 $\angle CDA = 60°$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 정삼각형
$\angle C = 90°$ 이고 $\angle DCA = 60°$ 이므로
$\angle BCD = 90° - 60° = 30°$
따라서 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형
$\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BD}$ 이므로
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = 5 + 5 = 10(\mathrm{cm})$

19. 다음 그림은 $\angle A$ 를 꼭지각으로 하는 이등변삼각형을 선분 AD 와 선분 CD 의 길이가 같도록 접은 것이다. $\angle A$ 가 $35°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



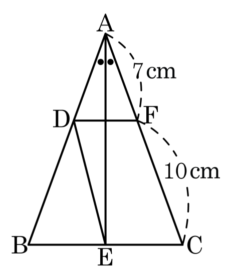
▶ 답 : $\underline{\quad}$ °

▷ 정답 : 37.5 °

해설

$\triangle ADC$는 이등변삼각형이므로
$\angle A = \angle ACD = 35°$
$\angle ACB = (180° - 35°) \div 2 = 72.5°$
($\because$ $\triangle ABC$는 이등변삼각형)
$\therefore$ $\angle BCD = 72.5° - 35° = 37.5°$

20. 다음 그림에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{DF} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{BC}$, $\overline{DE} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{FC}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



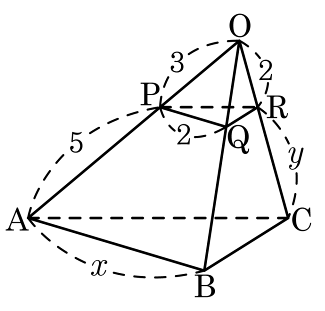
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

$\overline{DF} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{EC}$ 이고 $\overline{DE} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{FC}$ 이므로 $\square DECF$ 는 평행사변형이다.
$\overline{DE} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{AC}$ 이므로 $\angle DEA = \angle EAF$
따라서 $\triangle DEA$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{AD} = \overline{DE} = 10$ (cm)

21. 다음 그림의 삼각뿔 O－ABC 에서 △PQR 를 포함하는 평면과 △ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+y$ 의 값은?



① $\frac{26}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{29}{3}$ ④ 10 ⑤ $\frac{32}{3}$

해설

$\overline{PQ} /\!/ \overline{AB}$ 이므로 $\triangle OPQ \backsim \triangle OAB$

$3 : 8 = 2 : x$

$x = \frac{16}{3}$

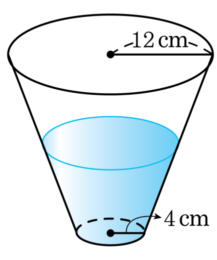
$\overline{PR} /\!/ \overline{AC}$ 이므로 $\triangle OPR \backsim \triangle OAC$

$3 : 5 = 2 : y$

$y = \frac{10}{3}$

$\therefore\ x+y = \frac{16}{3} + \frac{10}{3} = \frac{26}{3}$

22. 다음 그림과 같은 원뿔대 모양의 그릇에 전체 높이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 물을 채우는 데 56분이 걸렸다. 같은 속도로 물을 가득 채우려면 몇 분이 더 걸리겠는가?



① 152 분　② 168 분　③ 173 분

④ 179 분　⑤ 185 분

해설

$$\frac{12+4}{2}=8$$

그릇의 부피를 V_1 , 그릇의 $\frac{1}{2}$ 만큼 채운 물의 부피를 V_2 라 하면

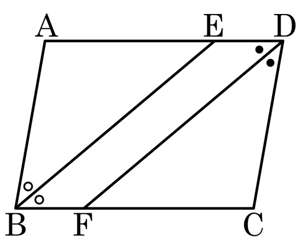
$4:8:12=1:2:3$ 에서 $1^3:2^3:3^3=1:8:27$

$V_1:V_2=(27-1):(8-1)=26:7$

$26:7=$ (시간) $:56$, (시간) $=208$분

$\therefore$ (더 걸리는 시간) $=208-56=152$(분)

23. 다음은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



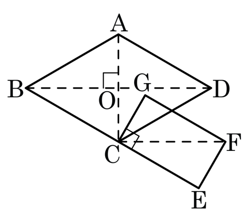
□ABCD는 평행사변형이고
$\angle B = \angle D$이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$
즉, $\angle ABE = \angle EBF \cdots$ ㉠
$\angle AEB = \angle EBF$ (엇각)
$\angle EDF = \boxed{}$(엇각)이므로
$\angle AEB = \angle CFD$
$\angle DEB = \angle 180° - \boxed{} = \angle DFB \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □EBFD는 평행사변형이다.

① $\angle CDF$, $\angle ABE$　② $\angle CDF$, $\angle AEB$　③ $\angle CFD$, $\angle ABE$
④ $\angle CFD$, $\angle AEB$　⑤ $\angle DCF$, $\angle ABE$

해설

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle EDF = \angle CFD$는 엇각으로 같고, $\angle DEB = 180° - \angle AEB = \angle DFB$이다.

24. 넓이가 40 인 마름모 ABCD 의 변 BC 의 연장선 위에 $2\overline{CE} = \overline{BD}$ 인 점 E 를 잡고, $2\overline{CG} = \overline{AC}$ 가 되도록 직사각형 CEFG 를 그렸다. 이때 삼각형 CEF 의 넓이를 구하여라.



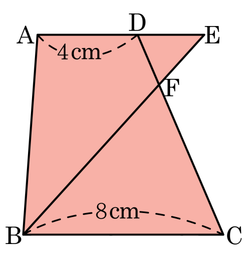
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\angle COD = \angle CGF = 90°$ 이고,
$\overline{GC} = \overline{OC}$, $\overline{GF} = \overline{OD}$ 이므로
$\square CEFG$ 를 점 C 를 중심으로 회전하여 $\overline{GC}$ 와 $\overline{OC}$ 가 일치하도록 회전시키면
$\triangle OCD = \frac{1}{2}\square CEFG$
$\square ABCD = 4\triangle OCD = 2\square CEFG$ 이므로 $40 = 2\square CEFG$, $\square CEFG = 20$
(삼각형의 넓이) $= 10$

25. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\mathrm{cm}$ 이다. $\overline{AD}$ 의 연장선 위의 점 E 에 대하여 $\overline{BE}$가 □ABCD 의 넓이를 이등분할 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{12}{7}$ cm ② $\frac{13}{5}$ cm ③ $\frac{9}{2}$ cm
④ $\frac{11}{4}$ cm ⑤ $\frac{8}{3}$ cm

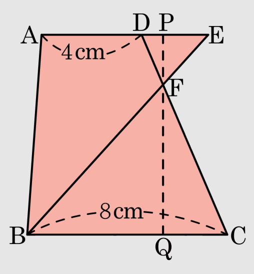
해설

□ABCD 의 높이를 h 라 하면

□ABCD $= (4+8) \times h \times \frac{1}{2} = 6h$, △FBC $= \frac{1}{2}$□ABCD $= 3h$

이다.

점 F 를 지나고 $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ 에 수직인 직선을 그어 만나는 점을 P, Q 라고 하면



△FBC $= 3h = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{FQ}$, $\overline{FQ} = \frac{3}{4}h$, $\overline{FP} = \frac{1}{4}h$ 이다.

△FBC ∽ △FED 이므로 $3 : 1 = 8 : \overline{DE}$ 이다.

$\therefore \overline{DE} = \frac{8}{3}(\mathrm{cm})$