1. 8 의 세제곱근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2, $-1+\sqrt{3}i$, $-1-\sqrt{3}i$

해설

8 의 세제곱근은 $x^3=8$ 을 만족하는 x 의 값이므로
$x^3-8=0$ 에서
$(x-2)(x^2+2x+4)=0$
$\therefore\ x-2=0$ 또는 $x^2+2x+4=0$
$\therefore\ x=2$ 또는 $x=-1+\sqrt{3}i$ 또는 $x=-1-\sqrt{3}i$
따라서 8 의 세제곱근은
2, $-1+\sqrt{3}i$, $-1-\sqrt{3}i$

2. $\sqrt[5]{32^2} \div (\sqrt[3]{2})^6 - \sqrt[3]{\sqrt{64}}$를 간단히 하면?

① 2　　② 0　　③ -1　　④ -2　　⑤ -4

해설

$\sqrt[5]{32^2} \div (\sqrt[3]{2})^6 - \sqrt[3]{\sqrt{64}}$

$= 2^{\frac{10}{5}} \div 2^{\frac{6}{3}} - 2^{\frac{6}{6}}$

$= 1 - 1 = 0$

3. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt[6]{a^2b^3} \times \sqrt{ab} \div \sqrt[3]{a^2b^3}$ 을 간단히 하면?

① $\sqrt[6]{a}$ ② $\sqrt[6]{b}$ ③ $\sqrt[6]{ab}$ ④ $\sqrt[6]{a^2b}$ ⑤ $\sqrt[6]{ab^2}$

해설

$$\sqrt[6]{a^2b^3} \times \sqrt{ab} \div \sqrt[3]{a^2b^3}$$
$$= (a^2b^3)^{\frac{1}{6}} \times (ab)^{\frac{1}{2}} \div (a^2b^3)^{\frac{1}{3}}$$
$$= a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{2}{3}}b = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-1}$$
$$= a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a}$$

4. $\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}}$를 $2^{\frac{q}{p}}$ 로 나타낼 때, $p+q$의 값을 구하여라. (단, p, q는 서로소인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 53

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}} &= \sqrt{4\sqrt[3]{\sqrt[4]{2^4\times 2}}}\\ &= \sqrt{4\sqrt[12]{2^5}} = \sqrt{2^2\cdot\sqrt[12]{2^5}}\\ &= \sqrt{\sqrt[12]{2^{24}\times 2^5}} = \sqrt[24]{2^{29}} = 2^{\frac{29}{24}}\end{aligned}$$

따라서 $P=29,\ q=24$이므로 $p+q=53$

5. $a > 0$이고 $m,\ n,\ p$가 2이상의 정수일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ ② $\sqrt[2p]{a^{mp}} = \sqrt{a^m}$

③ $(\sqrt[n]{a})^m \cdot (\sqrt[m]{a})^n = \sqrt{a^{mn}}$ ④ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = a^{\frac{1}{mn}}$

⑤ $\dfrac{1}{a^{\frac{n}{m}}} = a^{-\frac{n}{m}}$

해설

$(\sqrt[n]{a})^m \cdot (\sqrt[m]{a})^n = a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{n}{m}} = a^{\frac{m}{n}+\frac{n}{m}} = a^{\frac{m^2+n^2}{mn}}$

6. 서로소인 두 자연수 a, b에 대하여 $\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{b}{a}}$ 일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = \frac{3^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{2}}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{12}}$$

따라서 $a+b=13$이다.

7. 세 수 $A = \sqrt[3]{4},\ B = \sqrt[4]{6},\ C = \sqrt[6]{13}$의 대소를 비교하면?

① $A > B > C$　② $B > A > C$　③ $C > B > A$
④ $A > C > B$　⑤ $B > C > A$

해설

$A = \sqrt[3]{4},\ B = \sqrt[4]{6},\ C = \sqrt[6]{13}$을 거듭 제곱꼴로 고쳤을 때, 밑과 지수가 모두 다르므로
지수를 통일한 다음 밑이 큰 순서로 대소를 비교한다.
$3, 4, 6$의 최소공배수가 12이므로
$A = \sqrt[3]{4} = \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{256}$
$B = \sqrt[4]{6} = \sqrt[12]{6^3} = \sqrt[12]{216}$
$C = \sqrt[6]{13} = \sqrt[12]{13^2} = \sqrt[12]{169}$
$\therefore A > B > C$