1. 8의 세제곱근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2,\ -1+\sqrt{3}i,\ -1-\sqrt{3}i$

해설

8의 세제곱근은 $x^3 = 8$을 만족하는 x의 값이므로

$x^3 - 8 = 0$에서

$(x-2)(x^2+2x+4) = 0$

$\therefore\ x-2=0$ 또는 $x^2+2x+4=0$

$\therefore\ x=2$ 또는 $x=-1+\sqrt{3}i$ 또는 $x=-1-\sqrt{3}i$

따라서 8의 세제곱근은

$2,\ -1+\sqrt{3}i,\ -1-\sqrt{3}i$

2. $\sqrt[5]{32^2} \div (\sqrt[3]{2})^6 - \sqrt[3]{\sqrt{64}}$를 간단히 하면?

① 2 ② 0 ③ -1 ④ -2 ⑤ -4

해설

$\sqrt[5]{32^2} \div (\sqrt[3]{2})^6 - \sqrt[3]{\sqrt{64}}$
$= 2^{\frac{10}{5}} \div 2^{\frac{6}{3}} - 2^{\frac{6}{6}}$
$= 1 - 1 = 0$

3. $a>0, b>0$ 일 때, $\sqrt[6]{a^2b^3} \times \sqrt{ab} \div \sqrt[3]{a^2b^3}$ 을 간단히 하면?

① $\sqrt[6]{a}$ ② $\sqrt[6]{b}$ ③ $\sqrt[6]{ab}$ ④ $\sqrt[6]{a^2b}$ ⑤ $\sqrt[6]{ab^2}$

해설

$$\sqrt[6]{a^2b^3} \times \sqrt{ab} \div \sqrt[3]{a^2b^3}$$
$$= (a^2b^3)^{\frac{1}{6}} \times (ab)^{\frac{1}{2}} \div (a^2b^3)^{\frac{1}{3}}$$
$$= a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{2}{3}}b = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-1}$$
$$= a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a}$$

4. $\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}}$를 $2^{\frac{q}{p}}$ 로 나타낼 때, $p+q$의 값을 구하여라. (단, p, q는 서로소인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 53

해설

$$\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}} = \sqrt{4\sqrt[3]{\sqrt[4]{2^4\times 2}}}$$
$$= \sqrt{4\sqrt[12]{2^5}} = \sqrt{2^2\cdot\sqrt[12]{2^5}}$$
$$= \sqrt{\sqrt[12]{2^{24}\times 2^5}} = \sqrt[24]{2^{29}} = 2^{\frac{29}{24}}$$

따라서 $P=29,\ q=24$이므로 $p+q=53$

5. $a>0$이고 m, n, p가 2이상의 정수일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt[n]{a}=a^{\frac{1}{n}}$

② $\sqrt[2p]{a^{mp}}=\sqrt{a^{m}}$

③ $(\sqrt[n]{a})^{m}\cdot(\sqrt[m]{a})^{n}=\sqrt{a^{mn}}$

④ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=a^{\frac{1}{mn}}$

⑤ $\dfrac{1}{a^{\frac{n}{m}}}=a^{-\frac{n}{m}}$

해설

$$(\sqrt[n]{a})^{m}\cdot(\sqrt[m]{a})^{n}=a^{\frac{m}{n}}\cdot a^{\frac{n}{m}}=a^{\frac{m}{n}+\frac{n}{m}}=a^{\frac{m^{2}+n^{2}}{mn}}$$

6. 서로소인 두 자연수 a, b에 대하여 $\dfrac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{b}{a}}$ 일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = \frac{3^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{2}}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{12}}$$

따라서 $a+b=13$이다.

7. 세 수 $A=\sqrt[3]{4},\ B=\sqrt[4]{6},\ C=\sqrt[6]{13}$ 의 대소를 비교하면?

① $A>B>C$ ② $B>A>C$ ③ $C>B>A$

④ $A>C>B$ ⑤ $B>C>A$

해설

$A=\sqrt[3]{4},\ B=\sqrt[4]{6},\ C=\sqrt[6]{13}$ 을 거듭 제곱꼴로 고쳤을 때, 밑과 지수가 모두 다르므로

지수를 통일한 다음 밑이 큰 순서로 대소를 비교한다.

$3, 4, 6$ 의 최소공배수가 12 이므로

$A=\sqrt[3]{4}=\sqrt[12]{4^4}=\sqrt[12]{256}$

$B=\sqrt[4]{6}=\sqrt[12]{6^3}=\sqrt[12]{216}$

$C=\sqrt[6]{13}=\sqrt[12]{13^2}=\sqrt[12]{169}$

$\therefore A>B>C$