

1. $\sum_{k=1}^n a_k = 10n$, $\sum_{k=1}^n b_k = 5n$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} \{ \sum_{k=1}^n (2a_k - 3b_k + 5) \}$ 의 값은?

① 250

② 300

③ 450

④ 550

⑤ 650

2. 다음 식의 값은?

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$$

① 9

② $3\sqrt{11}-\sqrt{2}$

③ $\sqrt{99}-1$

④ $\sqrt{101}-1$

⑤ 11

3. 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 할 때, 다음 중 $b_{10}+b_{11}+b_{12}+\cdots+b_{20}$ 과 같은 것은?

① $a_{20}-a_9$

② $a_{20}-a_{10}$

③ $a_{21}-a_9$

④ $a_{21}-a_{10}$

⑤ $a_{21}-a_{11}$

4. $a_1 = 1, a_{n+1} - a_n = 3 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은?

① 115

② 270

③ 326

④ 445

⑤ 590

5. $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1} = 2a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하면?

- ① 2^{n-1} ② 2^n ③ 2^{n-2} ④ 2^{n+1} ⑤ $\frac{1}{2}n$

6. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 4x - (2n - 1)(2n + 1) = 0$ 의 두 근 α_n, β_n 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{\beta_n} \right)$ 의 값은?

- ① $\frac{11}{21}$ ② $\frac{20}{21}$ ③ $\frac{31}{21}$ ④ $\frac{40}{21}$ ⑤ $\frac{50}{21}$

7. 다음 수열의 합을 구하여라.

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots + 9 \cdot 2^9$$

 답: _____

8. 수열 $1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, \dots$ 에 대하여 몇 번째 항에서 처음으로 7이 나오는지 구하여라.

 답: _____

9. 수열 $(1, 0), (0, 1), (2, 0), (1, 1), (0, 2), (3, 0), (2, 1), (1, 2), (0, 3), (4, 0) \cdots$ 에서 $(10, 9)$ 는 제 몇 항인가?

① 180 ② 189 ③ 198 ④ 199 ⑤ 206

10. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 2$, $a_n + a_{n+1} = 3n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의된다. 이때, 두 수 $P = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \dots + a_{19}$, $Q = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + \dots + a_{20}$ 에 대하여 $P - Q$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

11. 다음과 같이 정의된 수열의 일반항 a_n 에 대하여 $a_{50} = p - 2^q$ 이라 할 때 $p + q$ 의 값을 구하여라.

보기

- $a_1 = 1, a_2 = 2$
- $2a_{n+2} - 3a_{n+1} + a_n = 0$ (단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

 답: _____

12. 두 수열 a_n, b_n 에 대하여 $b_n = a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$ 이 성립한다. $b_n = 3^{n(n+1)}$

일 때, $\sum_{k=1}^{100} \frac{1}{\log_3 a_k \cdot \log_3 a_{k+1}}$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{33}$ ② $\frac{25}{99}$ ③ $\frac{15}{101}$ ④ $\frac{25}{101}$ ⑤ $\frac{35}{101}$

13. 다음은 임의의 자연수 n 에 대하여 $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n = 1$ 일 때, (좌변) $= \frac{1}{3} =$ (우변) 이므로 성립한다.

(ii) $n = k$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{1}{2k+1}$

위의 식의 양변에 ㉠을 더하면

$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} + [㉠] = [㉡]$

즉, $n = k + 1$ 일 때도 주어진 등식이 성립한다.

따라서, (i),(ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 ㉠, ㉡에 알맞은 것을 순서대로 구하면?

- ① $\frac{1}{2k(2k+2)}, \frac{2k+1}{2k+3}$

③ $\frac{1}{(2k+1)(2k+3)}, \frac{k+1}{2k+3}$

⑤ $\frac{1}{(2k+1)(2k+3)}, \frac{k+3}{2k+3}$

② $\frac{1}{2k(2k+2)}, \frac{2k+2}{2k+3}$

④ $\frac{1}{(2k+1)(2k+3)}, \frac{k+2}{2k+3}$

14. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2\cdots\textcircled{\tiny A}$ 이 성립함을 수학적으로 증명한 것이다.

보기

(i) $n=1$ 일 때, (좌변)=1, (우변)= $1^2=1$ 이므로 $\textcircled{\tiny A}$ 이 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때, 등식이 성립한다고 가정하면 $1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2$
이 식의 양변에 $\boxed{\textcircled{\tiny 가}}$ 를 더하면
 $1+3+5+\cdots+(2k-1)+\boxed{\textcircled{\tiny 가}}$
 $=k^2+\boxed{\textcircled{\tiny 가}}=\boxed{\textcircled{\tiny 나}}$
따라서, $n=k+1$ 일 때에도 $\textcircled{\tiny A}$ 은 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 $\textcircled{\tiny A}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

- ① $2k-1, (k+1)^2$

② $2k, k+1$

③ $2k, (k+1)^2$

④ $2k+1, k+1$

⑤ $2k+1, (k+1)^2$

15. $s = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{19 \cdot 20}$ 일 때, $100s$ 의 값은?

① 95

② 100

③ 105

④ 110

⑤ 115

16. 수열 $1, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{2}{2}, \frac{3}{1}, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, \dots$ 에서 제 100 항까지 $\frac{2}{3}$ 와 같은 값은 몇 번 나타나는가?

- ① 2번 ② 3번 ③ 4번 ④ 5번 ⑤ 6번

17. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = (n+1)a_n$ (n 은 자연수)으로 정의될 때, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{2014}$ 을 12로 나눈 나머지는?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

18. 모든 항의 값이 자연수이고 $a_1 < a_2 < a_3 \cdots$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여, $a_{n+2} = a_n + a_{n+1} (n \geq 1)$ 이 성립하고 $a_6 = 62$ 라 할 때, $a_1 + a_2$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

19. 한 변의 길이가 1인 정사각형 모양의 스티커와 가로, 세로의 길이가 각각 2, 1인 직사각형 모양의 스티커가 있다. 이 두 종류의 스티커를 사용하여 왼쪽부터 차례로 붙이되, 가로의 길이가 1인 스티커 다음에는 반드시 가로의 길이가 2인 스티커가 와야 한다고 할 때, 가로의 길이가 n , 세로의 길이가 1인 직사각형을 두 종류의 스티커를 이용하여 겹치지 않게 완전히 메우는 방법의 수를 a_n 이라 하자. 이 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a_{n+3} = a_{n+1} + a_n$

② $a_{n+3} = a_{n+3} + a_n$

③ $a_{n+3} = a_{n+2} + a_{n+1}$

④ $a_{n+3} = a_{n+2} + a_{n+1} + a_n$

⑤ $a_{n+3} = a_{n+2} + a_{n+1} - a_n$

20. 다음은 임의의 자연수 n 에 대하여 부등식 $\frac{5^n + 3^n}{2} \geq 4^n$ 이 성립함을 증명하는 과정이다.

(i) $n = 1$ 일 때,
(좌변) $= \frac{5+3}{2} = 4$, (우변) $= 4^1 = 4$
이므로 주어진 부등식은 성립한다.

(ii) $n = k$ 일 때 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면
 $\frac{5^k + 3^k}{2} \geq \boxed{(가)}$
위의 식의 양변에 4를 곱하면
 $4 \cdot \frac{5^k + 3^k}{2} \geq 4 \cdot \boxed{(가)}$
이므로
 $\frac{5^{k+1} + 3^{k+1}}{2} - 4^{k+1} \geq \frac{5^{k+1} + 3^{k+1}}{2} - 4 \cdot \frac{5^k + 3^k}{2}$
 $= \frac{\boxed{(나)}}{2} \geq 0$
따라서, $n = k + 1$ 일 때에도 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 증명 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

- ① $4^k, 5^k - 3^k$

② $4^{k+1}, 5^k - 3^k$

③ $4^k, 5^k + 3^k$

④ $4^{k+1}, 5^k + 3^k$

⑤ $4^{k+1}, 5^{k+1} - 3^{k+1}$

21. $\sum_{k=1}^{10} \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + k^2}{2k+1}$ 의 값은?

① $\frac{220}{3}$

② 110

③ $\frac{440}{3}$

④ $\frac{550}{3}$

⑤ 220

22. 모든 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 은 다음을 만족시킨다. 이때, a_{10} 의 값을 구하여라.

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_1 + \cdots + a_k}{k} = (n+1)^2$$

 답: _____

23. $\sum_{k=1}^{100} [\sqrt{k}]$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수이다.)

① 625

② 650

③ 635

④ 636

⑤ 640

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 3, a_{n+1} = \frac{3a_n + 2}{a_n + 2}$ 로 정의될 때, $[a_{10}]$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

 답: _____