1. $\sum_{k=1}^{n} a_k = 10n$, $\sum_{k=1}^{n} b_k = 5n$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} \left\{ \sum_{k=1}^{n} (2a_k - 3b_k + 5) \right\}$ 의 값은?

① 250 ② 300 ③ 450 ④ 550 ⑤ 650

2. 다음 식의 값은?

$$\boxed{\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}}$$

① 9 ② $3\sqrt{11}-\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{99}-1$

④ $\sqrt{101}-1$ ⑤ 11

3. 수열 $\{a_n\}$의 계차수열을 $\{b_n\}$이라 할 때, 다음 중 $b_{10}+b_{11}+b_{12}+\cdots+b_{20}$ 과 같은 것은?

① $a_{20}-a_9$ ② $a_{20}-a_{10}$ ③ $a_{21}-a_9$

④ $a_{21}-a_{10}$ ⑤ $a_{21}-a_{11}$

4. $a_1 = 1,\ a_{n+1} - a_n = 3(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서 $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은?

① 115 ② 270 ③ 326 ④ 445 ⑤ 590

5. $a_1 = \frac{1}{2},\ a_{n+1} = 2a_n (n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하면?

① 2^{n-1} ② 2^n ③ 2^{n-2} ④ 2^{n+1} ⑤ $\frac{1}{2}n$

6. x에 대한 이차방정식 $x^2 + 4x - (2n-1)(2n+1) = 0$의 두 근 α_n, β_n에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{\beta_n} \right)$의 값은?

① $\frac{11}{21}$ ② $\frac{20}{21}$ ③ $\frac{31}{21}$ ④ $\frac{40}{21}$ ⑤ $\frac{50}{21}$

7. 다음 수열의 합을 구하여라.

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots + 9 \cdot 2^9$$

답: ____________

8. 수열 $1,\ 1,\ 2,\ 1,\ 2,\ 3,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4, \cdots,$에 대하여 몇 번째 항에서 처음으로 7이 나오는지 구하여라.

답: ________

9. 수열 $(1,\ 0),\ (0,\ 1),\ (2,\ 0),\ (1,\ 1),\ (0,\ 2),\ (3,\ 0),$
$(2,\ 1),\ (1,\ 2),\ (0,\ 3),\ (4,\ 0)\cdots$ 에서 $(10,\ 9)$는 제 몇 항인가?

① 180 ② 189 ③ 198 ④ 199 ⑤ 206

10. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 2,\ a_n + a_{n+1} = 3n\ (n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$으로 정의된다. 이때, 두 수 $P = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \cdots + a_{19},\ Q = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + \cdots + a_{20}$에 대하여 $P - Q$의 값을 구하여라.

답: ____________

11. 다음과 같이 정의된 수열의 일반항 a_n에 대하여 $a_{50} = p - 2^q$이라 할 때 $p+q$의 값을 구하여라.

보기

- $a_1 = 1,\ a_2 = 2$
- $2a_{n+2} - 3a_{n+1} + a_n = 0$(단, $n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$)

답: ____________

12. 두 수열 a_n, b_n 에 대하여 $b_n = a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$ 이 성립한다. $b_n = 3^{n(n+1)}$ 일 때, $\sum_{k=1}^{100} \dfrac{1}{\log_3 a_k \cdot \log_3 a_{k+1}}$ 의 값은?

① $\dfrac{5}{33}$ ② $\dfrac{25}{99}$ ③ $\dfrac{15}{101}$ ④ $\dfrac{25}{101}$ ⑤ $\dfrac{35}{101}$

13. 다음은 임의의 자연수 n에 대하여 $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n}{2n+1}$이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=\frac{1}{3}=$ (우변)이므로 성립한다.
(ii) $n=k$일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}=\frac{1}{2k+1}$$

위의 식의 양변에 ㉠을 더하면

$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}+[㉠]=[㉡]$$

즉, $n=k+1$일 때도 주어진 등식이 성립한다.
따라서, (i),(ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 ㉠, ㉡에 알맞은 것을 순서대로 구하면?

① $\frac{1}{2k(2k+2)}$, $\frac{2k+1}{2k+3}$　② $\frac{1}{2k(2k+2)}$, $\frac{2k+2}{2k+3}$
③ $\frac{1}{(2k+1)(2k+3)}$, $\frac{k+1}{2k+3}$　④ $\frac{1}{(2k+1)(2k+3)}$, $\frac{k+2}{2k+3}$
⑤ $\frac{1}{(2k+1)(2k+3)}$, $\frac{k+3}{2k+3}$

14. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2 \cdots$ ㉠ 이 성립함을 수학적으로 증명한 것이다.

보기

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=1$, (우변)$=1^2=1$이므로 ㉠이 성립한다.

(ii) $n=k$일 때, 등식이 성립한다고 가정하면 $1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2$

이 식의 양변에 $\boxed{(가)}$를 더하면

$1+3+5+\cdots+(2k-1)+\boxed{(가)}$

$=k^2+\boxed{(가)}=\boxed{(나)}$

따라서, $n=k+1$일 때에도 ㉠은 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 ㉠은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

① $2k-1,\ (k+1)^2$ ② $2k,\ k+1$

③ $2k,\ (k+1)^2$ ④ $2k+1,\ k+1$

⑤ $2k+1,\ (k+1)^2$

15. $S=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\cdots+\frac{1}{19\cdot 20}$ 일 때, $100S$ 의 값은?

① 95 ② 100 ③ 105 ④ 110 ⑤ 115

16. 수열 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{1}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{1}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\cdots$ 에서 제 100항까지 $\frac{2}{3}$와 같은 값은 몇 번 나타나는가?

① 2번 ② 3번 ③ 4번 ④ 5번 ⑤ 6번

17. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 1,\ a_{n+1} = (n+1)a_n$($n$은 자연수)으로 정의될 때, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{2014}$을 12로 나눈 나머지는?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

18. 모든 항의 값이 자연수이고 $a_1 < a_2 < a_3 \cdots$ 인 수열 $\{a_n\}$에 대하여, $a_{n+2} = a_n + a_{n+1} (n \geq 1)$이 성립하고 $a_6 = 62$라 할 때, $a_1 + a_2$의 값을 구하여라.

답: ________

19. 한 변의 길이가 1인 정사각형 모양의 스티커와 가로, 세로의 길이가 각각 2, 1인 직사각형 모양의 스티커가 있다. 이 두 종류의 스티커를 사용하여 왼쪽부터 차례로 붙이되, 가로의 길이가 1인 스티커 다음에는 반드시 가로의 길이가 2인 스티커가 와야 한다고 할 때, 가로의 길이가 n, 세로의 길이가 1인 직사각형을 두 종류의 스티커를 이용하여 겹치지 않게 완전히 메우는 방법의 수를 a_n 이라 하자. 이 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a_{n+3} = a_{n+1} + a_n$

② $a_{n+3} = a_{n+3} + a_n$

③ $a_{n+3} = a_{n+2} + a_{n+1}$

④ $a_{n+3} = a_{n+2} + a_{n+1} + a_n$

⑤ $a_{n+3} = a_{n+2} + a_{n+1} - a_n$

20. 다음은 임의의 자연수 n에 대하여 부등식 $\frac{5^n+3^n}{2} \geq 4^n$이 성립함을 증명하는 과정이다.

(i) $n=1$일 때,

(좌변)$=\frac{5+3}{2}=4$, (우변)$=4^1=1$

이므로 주어진 부등식은 성립한다.

(ii) $n=k$일 때 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면

$\frac{5^k+3^k}{2} \geq \boxed{\text{(가)}}$

위의 식의 양변에 4를 곱하면

$4 \cdot \frac{5^k+3^k}{2} \geq 4 \cdot \boxed{\text{(가)}}$

이므로

$\frac{5^{k+1}+3^{k+1}}{2} - 4^{k+1} \geq \frac{5^{k+1}+3^{k+1}}{2} - 4 \cdot \frac{5^k+3^k}{2}$

$= \frac{\boxed{\text{(나)}}}{2} \geq 0$

따라서, $n=k+1$일 때에도 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

위의 증명 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

① $4^k,\ 5^k-3^k$

② $4^{k+1},\ 5^k-3^k$

③ $4^k,\ 5^k+3^k$

④ $4^{k+1},\ 5^k+3^k$

⑤ $4^{k+1},\ 5^{k+1}-3^{k+1}$

21. $\sum_{k=1}^{10} \frac{1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2}{2k+1}$ 의 값은?

① $\frac{220}{3}$ ② 110 ③ $\frac{440}{3}$ ④ $\frac{550}{3}$ ⑤ 220

22. 모든 자연수 n에 대하여 수열 $\{a_n\}$은 다음을 만족시킨다. 이때, a_{10}의 값을 구하여라.

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{a_1 + \cdots + a_k}{k} = (n+1)^2$$

답 : ________

23. $\sum_{k=1}^{100}\left[\sqrt{k}\right]$ 의 값은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대 정수이다.)

① 625 ② 650 ③ 635 ④ 636 ⑤ 640

24. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 3,\ a_{n+1} = \dfrac{3a_n + 2}{a_n + 2}$로 정의될 때, $[a_{10}]$의 값을 구하여라. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

답: ______________