

1. 자연수 n 에 대한 명제 $P(n)$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 참이 되기 위해서는 다음 두 조건을 만족해야 한다.

(i) $P(\overline{(가)})$ 이 참이다.
(ii) $P(k)$ 가 참이면 $P(\overline{(나)})$ 도 참이다.

이때, (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 적은 것은?

- ① $0, k$ ② $0, k+1$ ③ $0, k-1$
- ④ $1, k$ ⑤ $1, k+1$

2. 다음과 같이 정의된 수열의 일반항 a_n 에 대하여 $a_{50} = p - 2^q$ 이라 할 때 $p + q$ 의 값을 구하여라.

보기

· $a_1 = 1, a_2 = 2$
· $2a_{n+2} - 3a_{n+1} + a_n = 0$ (단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

 답: _____

3. $a_1 = 3, a_2 = 2, a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + 1}{a_n} (n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의되는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{66} a_n$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

4. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2\cdots\textcircled{\tiny{\text{㉠}}}$ 이 성립함을 수학적으로 증명한 것이다.

보기

(i) $n=1$ 일 때, (좌변)=1, (우변)= $1^2=1$ 이므로 $\textcircled{\tiny{\text{㉠}}}$ 이 성립한다.
(ii) $n=k$ 일 때, 등식이 성립한다고 가정하면 $1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2$
이 식의 양변에 $\boxed{\textcircled{\tiny{\text{가}}}}$ 를 더하면
 $1+3+5+\cdots+(2k-1)+\boxed{\textcircled{\tiny{\text{가}}}}$
 $=k^2+\boxed{\textcircled{\tiny{\text{가}}}}=\boxed{\textcircled{\tiny{\text{나}}}}$
따라서, $n=k+1$ 일 때에도 $\textcircled{\tiny{\text{㉠}}}$ 은 성립한다.
(i), (ii)에 의하여 주어진 $\textcircled{\tiny{\text{㉠}}}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

- ① $2k-1, (k+1)^2$

② $2k, k+1$

③ $2k, (k+1)^2$

④ $2k+1, k+1$

⑤ $2k+1, (k+1)^2$

5. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_n + S_n = n$ 과 같이 정의될 때, 일반항 a_n 은?(단, $n = 1, 2, 3, \dots$, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$)

① $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ② $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ③ $3 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$
 ④ $1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ⑤ $2 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$

6. 다음은 $h > 0$ 일 때, $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 $(1+h)^n > 1+nh \cdots \textcircled{1}$ 이 성립함을 증명한 것이다.

(i) $n = 2$ 일 때, $(1+h)^2 = 1+2h+h^2 > \boxed{\text{(가)}}$ 이므로 $\textcircled{1}$ 이 성립한다.

ii) $n = k(k \geq 2)$ 일 때, $\textcircled{1}$ 이 성립한다고 가정하면

$(1+h)^k = 1+kh$

$(1+h)^{k+1} = (1+h)^k(1+h) > (\boxed{\text{(가)}})(1+h) > 1+(k+1)h$

따라서, $n = k+1$ 일 때에도 $\textcircled{1}$ 은 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 $\textcircled{1}$ 은 $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 적은 것은?

- ① $1+2h, 1+kh$

③ $1+h^2, 1+kh$

⑤ $2h+h^2, 1+kh$

② $1+2h, 1+(k+1)h$

④ $1+h^2, 1+(k+1)h$