

1. 자연수 n 에 대한 명제 $P(n)$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 참이 되기 위해서는 다음 두 조건을 만족해야 한다.

- (i) $P(0)$ 이 참이다.
(ii) $P(k)$ 가 참이면 $P(k+1)$ 도 참이다.

이때, (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 적은 것은?

① 0, k

② 0, $k+1$

③ 0, $k-1$

④ 1, k

⑤ 1, $k+1$

2. 다음과 같이 정의된 수열의 일반항 a_n 에 대하여 $a_{50} = p - 2^q$ 이라 할 때 $p + q$ 의 값을 구하여라.

보기

· $a_1 = 1, a_2 = 2$

· $2a_{n+2} - 3a_{n+1} + a_n = 0$ (단, $n = 1, 2, 3, \dots$)



답: _____

3. $a_1 = 3, a_2 = 2, a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + 1}{a_n} (n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의되는

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{66} a_n$ 의 값을 구하여라.



답:

4. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2 \cdots \textcircled{㉠}$ 이 성립함을 수학적으로 증명한 것이다.

보기

(i) $n = 1$ 일 때, (좌변) = 1, (우변) = $1^2 = 1$ 이므로 $\textcircled{㉠}$ 이 성립한다.

(ii) $n = k$ 일 때, 등식이 성립한다고 가정하면 $1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) = k^2$

이 식의 양변에 $\boxed{\text{(가)}}$ 를 더하면

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) + \boxed{\text{(가)}} \\ = k^2 + \boxed{\text{(가)}} = \boxed{\text{(나)}}$$

따라서, $n = k + 1$ 일 때에도 $\textcircled{㉠}$ 은 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 $\textcircled{㉠}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

① $2k - 1, (k + 1)^2$

② $2k, k + 1$

③ $2k, (k + 1)^2$

④ $2k + 1, k + 1$

⑤ $2k + 1, (k + 1)^2$

5. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_n + S_n = n$ 과 같이 정의될 때, 일반항 a_n 은? (단, $n = 1, 2, 3, \dots$, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$)

① $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$

② $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$

③ $3 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$

④ $1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$

⑤ $2 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$

6. 다음은 $h > 0$ 일 때, $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 $(1+h)^n > 1+nh \cdots \textcircled{7}$ 이 성립함을 증명한 것이다.

(i) $n = 2$ 일 때, $(1+h)^2 = 1 + 2h + h^2 > \boxed{\text{(가)}}$ 이므로 $\textcircled{7}$ 이 성립한다.

ii) $n = k (k \geq 2)$ 일 때, $\textcircled{7}$ 이 성립한다고 가정하면

$$(1+h)^k = 1 + kh$$

$(1+h)^{k+1} = (1+h)^k(1+h) > (\boxed{\text{(가)}})(1+h) > 1+(k+1)h$ 따라서, $n = k+1$ 일 때에도 $\textcircled{7}$ 은 성립한다.

(i), (ii) 에 의하여 $\textcircled{7}$ 은 $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 차례로 적은 것은?

① $1 + 2h, 1 + kh$

② $1 + 2h, 1 + (k+1)h$

③ $1 + h^2, 1 + kh$

④ $1 + h^2, 1 + (k+1)h$

⑤ $2h + h^2, 1 + kh$