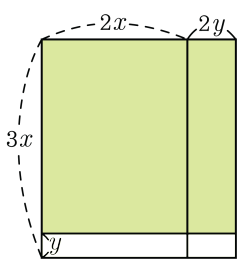
1. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 x, y 에 대한 식으로 바르게 나타낸 것은?



① $(2x+2y)(3x+y)=6x^2+8xy+2y^2$

② $(2x-2y)(3x+y)=6x^2-4xy-2y^2$

③ $(2x+2y)(3x-y)=6x^2+4xy-2y^2$

④ $(3x+2y)(2x-y)=6x^2+xy-2y^2$

⑤ $(3x-2y)(2x+y)=6x^2-xy-2y^2$

해설

색칠한 부분의 가로의 길이는 $(2x+2y)$,
세로의 길이는 $(3x-y)$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$(2x+2y)(3x-y)=6x^2+4xy-2y^2$

2. $(x-8y)^2 = x^2 + axy + by^2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 48

해설

$(x-8y)^2 = x^2 - 16xy + 64y^2$ 이므로 $a = -16$, $b = 64$ 이다.
$\therefore a+b = -16+64 = 48$

3. $(x-y+z)(x+y+z)$를 전개하기 위해 가장 알맞게 고친 것은?

① $\{(x+y)-z\}\{(x+y)+z\}$

② $\{(x-y)-z\}\{(x+y)-z\}$

③ $\{x-(y+z)\}\{x+(y-z)\}$

④ $\{(x+z)-y\}\{(x+z)+y\}$

⑤ $\{(x-z)-y\}\{(x-z)+y\}$

해설

(주어진 식)$=\{(x+z)-y\}\{(x+z)+y\}$

4. 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)=3^{\square}-1$

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)$
$=(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)$
$=(3^4-1)(3^4+1)$
$=3^8-1$

5. $(x-4)(x-6)=x^2+Ax+B$ 일 때, 상수 A, B 의 합 $A+B$의 값은?

① -24 ② -10 ③ 4 ④ 10 ⑤ 14

해설

$(x-4)(x-6)=x^2-(4+6)x+4\times 6=x^2+Ax+B$,
따라서 $A=-10$, $B=24$이고, $A+B=(-10)+24=14$이다.

6. $(-3x+4)(5x-6) = ax^2+bx+c$ 일 때, 정수 a, b, c 에 대하여 $a+b-c$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

$(-3x+4)(5x-6)$

$= \{(-3)\times 5\}\, x^2 + \{(-3\times -6) + (4\times 5)\}\, x + 4\times(-6)$

$= -15x^2 + 38x - 24$

$= ax^2 + bx + c$

따라서 $a = -15$, $b = 38$, $c = -24$ 이므로 $a + b - c = 47$ 이다.

7. $(2x+1)(5x+A) = 10x^2 + Bx - 2$ 일 때, $A+B$ 의 값은?

① -10 ② -5 ③ -1 ④ 1 ⑤ 5

해설

$(2x+1)(5x+A) = 10x^2 + Bx - 2$ 에서 $A \times 1 = -2$, 따라서 $A = -2$, $B = 2A + 5 = 1$ 이다.

$\therefore A + B = -1$

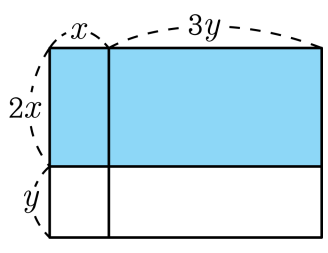
8. $2(x+3)^2+(x+2)(3x+1)=ax^2+bx+c$일 때, 상수 $a,\ b,\ c$ 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① 11 ② 22 ③ 33 ④ 44 ⑤ 55

해설

$2(x^2+6x+9)+(3x^2+7x+2)$
$=2x^2+12x+18+3x^2+7x+2$
$=5x^2+19x+20$
$a=5,\ b=19,\ c=20$
$\therefore a+b+c=5+19+20=44$

9. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2x^2 + 6xy$

해설

$(x + 3y)2x = 2x^2 + 6xy$

10. 다음은 곱셈 공식 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$을 이용하여 $(2x+y-3)^2$을 전개한 것이다. ( ) 안을 알맞게 채운 것은?

$2x+y = A$로 놓으면, 주어진 식은
$(2x+y-3)^2 = (A-3)^2 = (\text{㉠}) - 6A + 9$
이제 A 대신에 $2x+y$를 대입하면
$(\text{준식}) = (\text{㉡}) - 6(2x+y) + 9$
$= 4x^2 + (\text{㉢}) + y^2 - 12x - 6y + 9$

① ㉠ A^2 ② ㉠ A^3 ③ ㉡ $(x+y)^2$
④ ㉡ $(x+2y)^3$ ⑤ ㉢ $3xy$

해설

$2x+y = A$로 놓으면, 주어진 식은
$(2x+y-3)^2 = (A-3)^2$
$= A^2 - 6A + 9$
이제 A 대신에 $2x+y$를 대입하면
$= (2x+y)^2 - 6(2x+y) + 9$
$= 4x^2 + 4xy + y^2 - 12x - 6y + 9$
$\therefore$ ㉠ $= A^2$, ㉡ $= (2x+y)^2$, ㉢ $= 4xy$

11. $x(x-1)(x+1)(x-2)$을 전개할 때, x^2의 계수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$x(x-1)(x+1)(x-2)$
$=\{x(x-1)\}\{(x+1)(x-2)\}$
$=(x^2-x)(x^2-x-2)$
x^2의 계수를 구해야 하므로 $-2x^2+x^2=-x^2$에서 x^2의 계수는 -1이다.

12. $x(x+2)(x-3)(x-5) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ 에서 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

$x(x+2)(x-3)(x-5)$
$= \{x(x-3)\}\{(x+2)(x-5)\}$
$= (x^2-3x)(x^2-3x-10)$
$x^2-3x = t$ 로 치환하면 $t(t-10) = t^2-10t$
$t = x^2-3x$ 를 대입하여 정리하면 $x^4-6x^3-x^2+30x$
따라서 $a+b+c = -6-1+30 = 23$ 이다.

13. 곱셈 공식을 사용하여, 201×199 를 계산할 때 가장 편리한 공식은?

① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b) + ab$

⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

$$\begin{aligned} 201 \times 199 &= (200+1)(200-1) \\ &= 200^2 - 1^2 \\ &= 39999 \end{aligned}$$

$\therefore$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 을 이용한다.

14. $x-y=5$, $x^2+y^2=9$ 일 때, xy의 값은?

① -5 ② -8 ③ -10 ④ -12 ⑤ -14

해설

$(x-y)^2+2xy=x^2+y^2$
$25+2xy=9$
$2xy=-16$
$\therefore\ xy=-8$

15. $x+y=5$, $x^2+y^2=13$ 일 때, xy 의 값은?

① -6 ② -12 ③ 4 ④ 6 ⑤ 12

해설

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$
$25=13+2xy$
$2xy=12$
$\therefore\ xy=6$

16. $a+b=6$, $ab=8$ 일 때, a^2+b^2 의 값은?

① 0 ② 10 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$ 이므로, $6^2-2\times 8=36-16=20$

17. $x+y=3$, $xy=-4$ 일 때, $(x-y)^2$ 의 값은?

① 20 ② 25 ③ 7 ④ 5 ⑤ 10

해설

$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=3^2-4\times(-4)=25$

18. $x^2+x+1=0$ 일 때, $x^{10}+\frac{1}{x^{10}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$x^2+x+1=0$ 의 양변에 $(x-1)$ 을 곱하면
$(x-1)(x^2+x+1)=0$,
$x^3-1=0$
$\therefore x^3=1$
또한, $x^2+x+1=0$ 의 양변을 x 로 나누면 $x+\frac{1}{x}=-1$,
따라서 $x^{10}=(x^3)^3\times x=x$ 이므로 $x^{10}+\frac{1}{x^{10}}=x+\frac{1}{x}=-1$
이다.

19. $x+y=1,\ xy=-3$ 일 때, x^4+y^4 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 31

해설

$x+y=1,\ xy=-3$ 이므로

$$\begin{aligned} x^2+y^2 &= (x+y)^2-2xy \\ &= (1)^2-2\times(-3) \\ &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ x^4+y^4 &= (x^2+y^2)^2-2x^2y^2 \\ &= (7)^2-2\times(-3)^2 \\ &= 31 \end{aligned}$$

20. 다음 식을 간단히 하면?

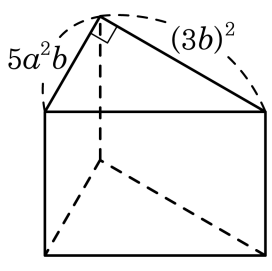
$$\left(-\frac{2}{3}a^2b+\frac{3}{4}ab-\frac{1}{2}ab^2\right)\div\left(-\frac{3}{2}ab\right)$$

① $\frac{1}{9}a-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}b$ ② $\frac{2}{9}a-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}b$ ③ $\frac{4}{9}a-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}b$
④ $\frac{1}{3}a-\frac{1}{2}+\frac{1}{9}b$ ⑤ $\frac{1}{9}a-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}b$

해설

$$\left(-\frac{2}{3}a^2b+\frac{3}{4}ab-\frac{1}{2}ab^2\right)\div\left(-\frac{3}{2}ab\right)$$
$$=\left(-\frac{2}{3}a^2b+\frac{3}{4}ab-\frac{1}{2}ab^2\right)\times\left(-\frac{2}{3ab}\right)$$
$$=\frac{4}{9}a-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}b$$

21. 다음 그림의 삼각기둥의 부피가 $(3ab^2)^4$ 일 때, 삼각기둥의 높이는?



① $\frac{9}{5}a^2b^5$ ② $\frac{27}{5}ab^6$ ③ $\frac{27}{10}a^2b^5$
④ $\frac{8}{15}ab^4$ ⑤ $\frac{18}{5}a^2b^5$

해설

$(\text{밑넓이}) = \frac{1}{2} \times 5a^2b \times (3b)^2 = \frac{45a^2b^3}{2}$

$\therefore\ h = (3ab^2)^4 \times \frac{2}{45a^2b^3} = \frac{18}{5}a^2b^5$

22. $(x+a)(x-3) = x^2 + bx + 11$ 일 때, $a+b$의 값은?

① $-\frac{31}{3}$ ② -10 ③ $-\frac{29}{3}$ ④ $-\frac{28}{3}$ ⑤ -9

해설

$(x+a)(x-3) = x^2 + (a-3) - 3a = x^2 + bx + 11$

$a-3 = b$, $-3a = 11$

따라서 $a = -\frac{11}{3}$, $b = -\frac{20}{3}$ 이므로, $a+b = -\frac{31}{3}$ 이다.

23. 곱셈 공식을 이용하여 $(x-7)(5x+a)$ 를 전개하였을 때, x 의 계수가 -30 이다. 이때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a=5$

해설

$(x-7)(5x+a)=5x^2+(a-35)x-7a$
x 의 계수가 -30 이므로
$a-35=-30$
$\therefore\ a=5$

24. $(2x+ay)^2 = bx^2 + cxy + 9y^2$ 일 때, $a-b+c$ 의 값을 구하여라.(단, $a>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$(2x+ay)^2 = 4x^2 + 4axy + a^2y^2$
$4x^2 + 4axy + a^2y^2 = bx^2 + cxy + 9y^2$
$\therefore b = 4$
$a^2 = 9$
$\therefore a = 3 (\because a > 0)$
$4a = c$
$\therefore c = 12$
$a-b+c = 3-4+12 = 11$

25. 다음 다항식을 전개할 때, 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

$(x+y+1)(x-y+1)$

① 전개하면 x의 계수는 2이다.

② 전개식의 항의 개수는 4 개이다.

③ $x-1=t$로 치환하여 전개할 수 있다.

④ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$의 곱셈 공식을 이용할 수 있다.

⑤ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$의 곱셈 공식을 이용할 수 있다.

해설

$(x+y+1)(x-y+1)$
$=\{(x+1)+y\}\{(x+1)-y\}$
$x+1=t$라 하면
$(t+y)(t-y)=t^2-y^2$
$t=x+1$을 대입하면
$(x+1)^2-y^2$
$=x^2+2x+1-y^2$

26. $(x+1+2y)(x+1-2y)$를 전개한 것은?

① $x^2-2y-4y^2+1$ ② $x^2-4xy+1$

③ $x^2-2xy-4y^2+1$ ④ $x^2+2x-4y^2+1$

⑤ $x^2-2x+4y^2+1$

해설

$x+1=t$라 하면

$(x+1+2y)(x+1-2y)$

$=(t+2y)(t-2y)$

$=t^2-4y^2$

$=(x+1)^2-4y^2$

$=x^2+2x-4y^2+1$

27. $(3x-2y-z)^2$의 전개식에서 xy의 계수는?

① -12 ② -6 ③ 1 ④ 4 ⑤ 9

해설

$(3x-2y-z)^2$

에서 $3x-2y=A$로 치환하면

$(A-z)^2$

$=A^2-2zA+z^2$

$=(3x-2y)^2-2z(3x-2y)+z^2$

위 식에서 xy의 항이 나오는 경우는

$2\times 3x\times -2y=-12xy$이므로

xy의 계수는 -12이다.

28. 다음 식을 전개하면?

$(2x+3y-4)(2x-3y+4)$

① $4x^2-y^2+y-16$　② $4x^2-y^2+9y-16$

③ $4x^2-9y^2+y-16$　④ $4x^2+9y^2-24y-16$

⑤ $4x^2-9y^2+24y-16$

해설

$\{2x+(3y-4)\}\{2x-(3y-4)\}$

$3y-4=t$라 하면

$(2x+t)(2x-t)$

$=4x^2-t^2$

$t=3y-4$를 대입하면

$4x^2-(3y-4)^2$

$=4x^2-9y^2+24y-16$

29. $(2x-3y+1)^2$ 의 전개식에서 xy 의 계수를 A , y 의 계수를 B 라 하면 $A-B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$2x-3y=t$ 라 하면
$(2x-3y+1)^2=(t+1)^2$
t^2+2t+1 에 $t=2x-3y$ 를 대입하면
$(2x-3y)^2+2(2x-3y)+1=4x^2-12xy+9y^2+4x-6y+1$
따라서 xy 의 계수는 -12 이고 y 의 계수는 -6 이므로
$A-B=-12-(-6)=-6$ 이다.

30. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 을 이용하여 계산하기 가장 알맞은 것은?

① 198^2　② 101^2　③ 47×53

④ 101×103　⑤ 203×302

해설

① $198^2=(200-2)^2$
② $101^2=(100+1)^2$
③ $47\times 53=(50-3)(50+3)$
④ $101\times 103=(100+1)(100+3)$
⑤ $203\times 302=(2\times 100+3)(3\times 100+2)$

31. 102×98 을 계산할 때, 곱셈 공식을 이용하려고 한다. 다음 중 가장 적당한 것은?

① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

$(100+2)(100-2) = 100^2 - 2^2 = 9996$

32. 다음 중 주어진 수의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용되는 곱셈 공식을 가장 바르게 나타낸 것은? (단, 문자는 자연수)

① $201^2 \Rightarrow (a-b)^2$

② $499^2 \Rightarrow (a+b)^2$

③ $997^2 \Rightarrow (a+b)(a-b)$

④ $103 \times 97 \Rightarrow (ax+b)(cx+d)$

⑤ $104 \times 105 \Rightarrow (x+a)(x+b)$

해설

① $201^2 = (200+1)^2 \Rightarrow (a+b)^2$
② $499^2 = (500-1)^2 \Rightarrow (a-b)^2$
③ $997^2 = (1000-3)^2 \Rightarrow (a-b)^2$
④ $103 \times 97 = (100+3)(100-3) \Rightarrow (a+b)(a-b)$

33. $x^2 - 2x = 1$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$x - \frac{1}{x} = 2$,

$\therefore\ x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 2^2 + 2 = 6$

34. $(4xy-x^3y-3xy^2)\div\frac{1}{2}xy$ 를 간단히 할 때, 상수항을 포함한 모든 계수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$(4xy-x^3y-3xy^2)\div\frac{1}{2}xy$$
$$=(4xy-x^3y-3xy^2)\div\frac{xy}{2}$$
$$=(4xy-x^3y-3xy^2)\times\frac{2}{xy}$$
$$=8-2x^2-6y$$

x^2 의 계수 -2, y 의 계수 -6, 상수항 8

이들의 합을 구하면 $-2-6+8=0$ 이다.

35. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다. (　　) 에 알맞은 수는?

$(4+2)(4^2+2^2)\,(4^4+2^4)\,(4^8+2^8)\,(4^{16}+2^{16})\,(4^{32}+2^{32})+2^{63}$
$=2^{(\ \ )}$

① 126　② 127　③ 128　④ 129　⑤ 130

해설

$(4+2)\,(4^2+2^2)\,(4^4+2^4)\,(4^8+2^8)\,(4^{16}+2^{16})\,(4^{32}+2^{32})$ 에
$\frac{1}{2}\times(4-2)$ 를 곱한다.
$(\frac{1}{2}\times(4-2)=1$ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.)

$$\frac{1}{2}(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$
$$=\frac{1}{2}\times(4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)\,(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$
$$=\frac{1}{2}\times(4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})\,(4^{32}+2^{32})$$
$$=\frac{1}{2}\times(4^8-2^8)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$
$$=\frac{1}{2}\times(4^{16}-2^{16})(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$
$$=\frac{1}{2}\times(4^{32}-2^{32})(4^{32}+2^{32})=\frac{1}{2}(4^{64}-2^{64})$$
$$=\frac{1}{2}(2^{128}-2^{64})$$
$$=2^{127}-2^{63}$$

따라서 주어진 식은 $(2^{127}-2^{63})+2^{63}=2^{(\ \ )}$ 이므로
$\therefore\ 2^{(\ \ )}=2^{127}$　　$\therefore\ (\ \ )=127$

36. $x+y=3,\ xy=2$ 일 때, x^4+y^4 의 값은?

① 15　② 16　③ 17　④ 18　⑤ 19

해설

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=3^2-2\times 2=5$

$\therefore\ x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2(xy)^2=25-2\times 4=17$

37. $a+b=3$, $a^2+b^2=5$, $a>b$ 일 때, $\dfrac{ab}{a-b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=5$ 에서 $ab=2$

$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$ 이므로

$\therefore\ a-b=1\ (\because\ a>b)$

$\therefore\ \dfrac{ab}{a-b}=\dfrac{2}{1}=2$

38. $(a+2)(b+2)=12$, $ab=2$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라. (단, $a<b$)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$(a+2)(b+2)=ab+2(a+b)+4=12$ 이고 $ab=2$ 이므로
$a+b=3$
$\therefore (a-b)^2=(a+b)^2-4ab=3^2-8=1$
$a<b$ 즉, $a-b<0$ 이므로 $a-b=-1$ 이다.

39. $x+y=9,\ xy=3$ 일 때, x^2+y^2-xy 의 값은?

① 52 ② 56 ③ 60 ④ 72 ⑤ 80

해설

$$\begin{aligned} x^2-xy+y^2 &= (x+y)^2-3xy \\ &= 9^2-3\times 3 \\ &= 72 \end{aligned}$$

40. 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b=3$, $a^2+b^2=7$ 일 때, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ 의 값은?

① $\frac{7}{3}$ ② 7 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 14 ⑤ 16

해설

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

$9-2ab=7$

$\therefore ab=1$

$\therefore \frac{a}{b}+\frac{b}{a}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{7}{1}=7$