

1.  $4^3$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 12와 같다.

② 밑은 4이다.

③ 지수는 3이다.

④  $4 \times 4 \times 4$ 를 나타낸 것이다.

⑤  $3^4$ 보다 작다.

해설

①  $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$  이므로 12와 같지 않다.

⑤  $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

2. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 1 은 소수가 아니다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 모든 수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ④ 가장 작은 소수는 3 이다.
- ⑤ 4 와 9 는 서로소이다.

해설

- ② 소수는 2, 3, 5, 7, ... 이다.
- ③ 1 의 약수는 1 뿐이다.
- ④ 가장 작은 소수는 2 이다.

3. 40 을 소인수분해하면?

①  $1 \times 40$

②  $2 \times 20$

③  $2^2 \times 10$

④  $2^3 \times 5$

⑤  $8 \times 5$

해설

40 을 소인수분해하면 다음과 같다.  $40 = 2^3 \times 5$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)40} \\ 2 \overline{)20} \\ 2 \overline{)10} \\ 5 \end{array}$$

4. 588 을 588 보다 작은 자연수  $a$  로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수  $b$  가 되었다. 가능한  $b$  의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

$a$  는 3,  $2^2 \times 3$ ,  $3 \times 7^2$  이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

588보다 작다고 했으므로  $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$  일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

5.  $24 \times a = 90 \times b = c^2$  을 만족하는 가장 작은 자연수  $c$  의 값을 구하여라.  
(단,  $a, b, c$  는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$  와  $90 \times b$  가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉,  $c$  는 24 과 90 의 공배수이므로  $2^3 \times 3^2 \times 5$  의 배수이다.  
그러므로 가장 작은  $c^2$  은  $2^4 \times 3^2 \times 5^2$  이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

6. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서  $3^4 \times 11^5$  의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

|                   |                |                   |
|-------------------|----------------|-------------------|
| $3^4 \times 11$   | 11             | $3 \times 11$     |
| $3^2 \times 11^2$ | 16             | $3 \times 11^2$   |
| 33                | $2 \times 3^2$ | $3^4 \times 11^5$ |
| $3^2 \times 11$   | 121            | $3^3 \times 11^5$ |

① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄷ

④ ㄹ      ⑤ ㅁ

### 해설

$3^4$  의 약수는 1, 3,  $3^2$ ,  $3^3$ ,  $3^4$  이고  $11^5$  의 약수는 1, 11,  $11^2$ ,  $11^3$ ,  $11^4$ ,  $11^5$  이다.

표의 수들을 소인수분해하면  $16 = 2^4$ ,  $121 = 11^2$ ,  $33 = 3 \times 11$  이다.

$3^4 \times 11^5$  의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

|                   |                |                   |
|-------------------|----------------|-------------------|
| $3^4 \times 11$   | 11             | $3 \times 11$     |
| $3^2 \times 11^2$ | 16             | $3 \times 11^2$   |
| 33                | $2 \times 3^2$ | $3^4 \times 11^5$ |
| $3^2 \times 11$   | 121            | $3^3 \times 11^5$ |

7. 18 의 약수의 개수는?

① 2개

② 3개

③ 5개

④ 6개

⑤ 8개

해설

$$18 = 2 \times 3^2$$

약수의 개수는  $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$  (개) 이다.

8. 다음 중 어떤 수를 7로 나누었을 때의 나머지가 될 수 있는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 0

② 5

③ 8

④ 9

⑤ 11

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 7$$

9. 24 를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이 때 어떤 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

어떤 수를 나누어 떨어지게 하는 수를 그 어떤 수의 약수라 한다.  
24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 10 은 10 의 약수이면서 10 의 배수이다.
- ② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ④ 384 은 6 의 배수이다.
- ⑤ 9 는 54 의 약수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $3^3 = 27$

②  $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③  $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④  $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

⑤  $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

⑤  $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$

12. 다음 보기 중 약수가 2 개뿐인 수를 골라라.

보기

㉠ 1

㉡ 33

㉢ 55

㉤ 149

㉥ 144

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

약수가 2 개뿐인 수는 소수이다. 소수는 149 이다.

13. 168의 소인수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

168을 소인수분해하면  $168 = 2^3 \times 3 \times 7$ 이다.

소인수는 2, 3, 7이다.

$$2 + 3 + 7 = 12$$

14.  $3^2 \times 5 \times 7$  에 자연수  $a$  를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다.  $a$  의 최솟값은?

① 5

② 7

③ 15

④ 21

⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$  가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면  $3^2 \times 5 \times 7 \times a$  를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수  $a$  의 최솟값은  $5 \times 7 = 35$  이다.

15.  $3^2 \times 5 \times 7^x$  의 약수의 개수가 72 의 약수의 개수와 같을 때, 자연수  $x$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$  이므로 72 의 약수의 개수 :

$$(3 + 1) \times (2 + 1) = 12 \text{ (개)}$$

$3^2 \times 5 \times 7^x$  의 약수의 개수 :

$$(2 + 1) \times (1 + 1) \times (x + 1) = 12 \text{ (개)}$$

$$\therefore x = 1$$

16.   $\times 3^3$  은 약수의 개수가 8 개인 자연수이다. 다음 중  안에 알맞은 수 중 가장 작은 것을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$8 = (3 + 1) \times (1 + 1)$  이므로

$= a$  ( $a$  는 소수),

가장 작은 소수는 2,

$\therefore$    $= 2$

17. 1 부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 :      개

▷ 정답 : 4 개

#### 해설

자연수  $n$  의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는  
1 과  $n$  이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로  
자연수  $n$  은 소수의 완전제곱수이어야 한다.  
따라서 1 부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면  
 $7^2 = 49 < 50$  이고  $11^2 = 121 > 50$  이므로  
50 이하인 소수의 완전제곱수는  
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$  이다.

18. 24 를 어떤 자연수로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이때, 어떤 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

24 의 약수를 구하면 된다. 24 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다. 따라서 8 개이다.

19. 네 자리 수  $68\square 0$  이 6 의 배수일 때,  $\square$ 안에 알맞은 숫자를 모두 구하여라

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 7

#### 해설

6 은 2 와 3 의 배수이다.

일의 자리가 0 이므로 2 의 배수이고 3 의 배수이려면  $6+8+\square+0$  이 3 의 배수이어야 한다.

$\therefore \square = 1, 4, 7$

20. 다음 중 옳은 것은?

①  $2^3 = 6$

②  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 12$

③  $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$

④  $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

⑤  $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{60}$

해설

①  $2^3 = 8$

②  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

④  $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

⑤  $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{900}$

21. 다음 중 소인수분해한 것으로 옳은 것은?

①  $28 = 2^2 \times 7^2$

②  $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③  $80 = 2^3 \times 10$

④  $63 = 3^2 \times 7$

⑤  $200 = 4 \times 10^2$

해설

①  $2^2 \times 7$

②  $2^2 \times 5 \times 7$

③  $2^4 \times 5$

⑤  $2^3 \times 5^2$

22. 2160 를 소인수분해하면  $a^x \times b^y \times c^z$  이다.  $z < y < x$  일 때,  $a + b + c - (x + y + z)$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$  이므로  $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$  이다.

$$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$$

**23.** 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

① 1

② 5

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는  $2 \times 5 = 10$  이다.

24. 420 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이 때, 곱할 수 있는 가장 작은 네 자리의 자연수는?

① 1024

② 1280

③ 1440

④ 1680

⑤ 2048

해설

$420 \times n = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times n = m^2$  이라 하면

가장 작은  $n = 3 \times 5 \times 7$

따라서  $n$  은

$$3 \times 5 \times 7 \times 1^2 = 105$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 2^2 = 420$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 3^2 = 945$$

$$3 \times 5 \times 7 \times 4^2 = 1680$$

그러므로 가장 작은 네 자리의 자연수  $n$  은 1680 이다.

25. 다음은 나몰라가 잘풀어에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 270의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나몰라가 제일 좋아하는 숫자가 나타난다. 그 수를 구하여라.

|                         |                           |                  |
|-------------------------|---------------------------|------------------|
| $2 \times 5$            | $2 \times 3 \times 5$     | $3^2 \times 5$   |
| 1                       | $2 \times 3^3 \times 5^2$ | $2^4 \times 3^3$ |
| $2 \times 3^2 \times 5$ | $2 \times 3^3 \times 5$   | 45               |
| $3^2 \times 11$         | 200                       | $2 \times 3^2$   |
| 90                      | $3^3$                     | $3^3 \times 5$   |

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

#### 해설

270을 소인수분해하면  $270 = 2 \times 3^3 \times 5$  이므로  $3^3$ 의 약수는 1, 3,  $3^2$ ,  $3^3$

2의 약수는 1과 2

5의 약수는 1과 5이다.

$200 = 2^3 \times 5^2$ ,  $45 = 3^2 \times 5$ ,  $90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

270의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

|                         |                           |                  |
|-------------------------|---------------------------|------------------|
| $2 \times 5$            | $2 \times 3 \times 5$     | $3^2 \times 5$   |
| 1                       | $2 \times 3^3 \times 5^2$ | $2^4 \times 3^3$ |
| $2 \times 3^2 \times 5$ | $2 \times 3^3 \times 5$   | 45               |
| $3^2 \times 11$         | 200                       | $2 \times 3^2$   |
| 90                      | $3^3$                     | $3^3 \times 5$   |

따라서 나몰라가 가장 좋아하는 숫자는 5이다.

26. 다음 중 63 의 약수가 아닌 것을 고르면?

① 1

②  $3^2$

③ 7

④  $3 \times 7$

⑤  $7^2$

해설

$$63 = 3^2 \times 7$$

27. 자연수  $2^3 \times 5 \times 7$  의 약수 중에서 두 번째로 큰 수를  $a$ , 세 번째로 큰 수를  $b$  라 할 때,  $a - b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$2^3 \times 5 \times 7$  의 약수 중 두 번째로 큰 수는  $2^2 \times 5 \times 7 = 140$ , 세 번째로 큰 수는  $2 \times 5 \times 7 = 70$  이므로,  $a - b = 140 - 70 = 70$  이다.

28.  $x$ 는 96의 약수일 때,  $x$ 값이 될 수 없는 것은?

① 2

②  $2 \times 3$

③  $2^2 \times 3$

④  $2 \times 3^3$

⑤  $2^5$

해설

④  $96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^5 \times 3$  이므로  $2 \times 3^3$  은 96의 약수가 아니다.

29. 다음 중 약수의 개수가 서로 다른 두 수로 짝지어진 것은?

①  $8, 3^3$

②  $21, 5 \times 7$

③  $45, 2^2 \times 3$

④  $100, 2^{10}$

⑤  $72, 3 \times 5 \times 7^2$

해설

①  $8 = 2^3$  이므로 약수의 개수는  $3 + 1 = 4$  (개) 이고,  $3^3$  의 약수의 개수도  $3 + 1 = 4$  (개) 이다.

②  $21 = 3 \times 7$  이므로 약수의 개수는  $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$  (개) 이고,  $5 \times 7$  의 약수의 개수는  $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$  (개) 이다.

③  $45 = 3^2 \times 5$  의 약수의 개수는  $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$  (개) 이고,  $2^2 \times 3$  의 약수의 개수는  $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$  (개) 이다.

④  $100 = 2^2 \times 5^2$  의 약수의 개수는  $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$  (개) 이고,  $2^{10}$  의 약수의 개수는  $10 + 1 = 11$  (개) 이다.

⑤  $72 = 2^3 \times 3^2$  의 약수의 개수는  $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$  (개) 이고,  $3 \times 5 \times 7^2$  의 약수의  $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 12$  (개) 이다.

30. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

① 35

② 88

③  $2 \times 3^3$

④  $3^2 \times 7^3$

⑤  $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

①  $35 = 5 \times 7$ ,

$(1 + 1) \times (1 + 1) = 2 \times 2 = 4$  (개)

②  $88 = 2^3 \times 11$ ,

$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$  (개)

③  $(1 + 1) \times (3 + 1) = 2 \times 4 = 8$  (개)

④  $(2 + 1) \times (3 + 1) = 3 \times 4 = 12$  (개)

⑤  $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 3 \times 3 \times 2 = 18$  (개)

31. 다음 수를 약수의 개수가 많은 것부터 차례대로 써라.

㉠  $2^2 \times 3 \times 5^2$

㉡ 36

㉢ 469

㉣ 54

㉤  $2^4 \times 5^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠ 18 개

㉡ 9 개

㉢ 4 개

㉣ 8 개

㉤ 15 개

32.  $3^2 \times 7^a$  의 약수의 개수가 12 개일 때, 자연수  $a$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$3^2 \times 7^a$  의 약수의 개수는  $(2 + 1) \times (a + 1) = 12$  (개)  
즉,  $3 \times (a + 1) = 12$  이므로  $a = 3$  이다.

33. 180 의 약수의 개수와  $2 \times 3^2 \times 5^a$  의 약수의 개수가 같을 때, 자연수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$  , 180 의 약수의 개수 :

$$(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$2 \times 3^2 \times 5^a$  의 약수의 개수 :

$$(1 + 1) \times (2 + 1) \times (a + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore a = 2$$

34.  $2^2 \times 5^{\square} \times 7$  의 약수의 개수가 18 일 때  안에 들어갈 수는?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$2^2 \times 5^{\square} \times 7$  이므로

약수의 개수는

$$(2 + 1) \times (\square + 1) \times (1 + 1) = 18 \text{ (개)}$$

$$\therefore \square = 2$$

35.  $27 \times \square$  는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다.  $\square$  안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

① 2

②  $2^2$

③  $2^3$

④ 3

⑤  $3^2$

해설

$3^3 \times \square$  에서  $\square = a^x$  이라 하면 약수의 개수는  $(3+1) \times (x+1) = 12$  (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

$a$  가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$