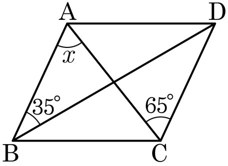
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기는?



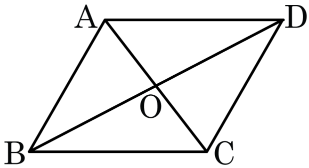
① 30° ② 35° ③ 45°

④ 65° ⑤ 100°

해설

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle x = 65\,°$이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. $\angle \mathrm{OAD} = \angle \mathrm{OCB}$, $\angle \mathrm{ODA} = \angle \mathrm{OBC}$ 인 이유는?



[가정] □ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}} /\!/ \overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{AD}} /\!/ \overline{\mathrm{BC}}$

[결론] $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}$, $\overline{\mathrm{BO}} = \overline{\mathrm{DO}}$

[증명] $\triangle \mathrm{OAD}$ 와 $\triangle \mathrm{OCB}$ 에서평행사변형의 대변의 길이는 같으므로

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} \cdots$ ㉠

$\overline{\mathrm{AD}} /\!/ \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로

$\angle \mathrm{OAD} = \angle \mathrm{OCB} \cdots$ ㉡

$\angle \mathrm{ODA} = \angle \mathrm{OBC} \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle \mathrm{OAD} \equiv \triangle \mathrm{OCB}$ (ASA 합동)

$\therefore$ $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}$, $\overline{\mathrm{BO}} = \overline{\mathrm{DO}}$

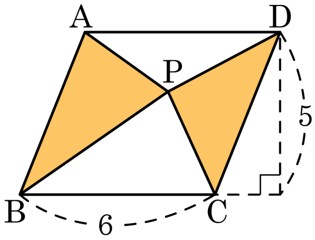
① 맞꼭지각 ② 직각 ③ 동위각

④ 엇각 ⑤ 평각

해설

평행선에서의 엇각의 성질로 $\angle \mathrm{OAD} = \angle \mathrm{OCB}$, $\angle \mathrm{ODA} = \angle \mathrm{OBC}$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 평행사변형 내부에 한 점 P를 잡았을 때, 어두운 부분의 넓이의 합은?



① 5　② 10　③ 15　④ 20　⑤ 25

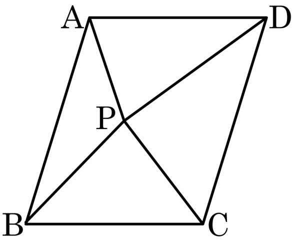
해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC}$이다.

평행사변형의 넓이가 $5 \times 6 = 30$이므로

$\triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \frac{1}{2} \times 30 = 15$

4. 다음 그림과 같이 넓이가 $40\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 내부에 한 점 P를 잡을 때, $\triangle\mathrm{PBC}$ 의 넓이가 $10\mathrm{cm}^2$ 이다. $\triangle\mathrm{PAD}$ 의 넓이를 $a\mathrm{cm}^2$ 라고 할 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

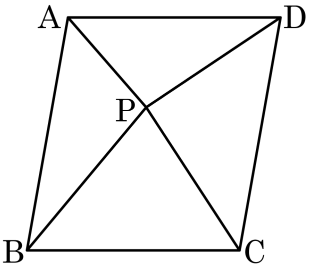
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC}$ 이다.

$40 \times \frac{1}{2} = 10 + \triangle\mathrm{PAD}$ 이므로

$\triangle\mathrm{PAD} = 10\mathrm{cm}^2$

$\therefore\ a = 10$

5. 다음 그림과 같이 넓이가 $36\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P를 잡을 때, $\triangle\mathrm{ADP} + \triangle\mathrm{BCP}$ 의 넓이는?



① $17\mathrm{cm}^2$　② $18\mathrm{cm}^2$　③ $20\mathrm{cm}^2$

④ $23\mathrm{cm}^2$　⑤ $30\mathrm{cm}^2$

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{ADP} + \triangle\mathrm{BCP}$ 이다

$\therefore\ 36 \times \frac{1}{2} = \triangle\mathrm{ADP} + \triangle\mathrm{BCP} = 18(\mathrm{cm}^2)$

6. 다음 중 직사각형이 아닌 것은?

① 네 각의 크기가 모두 90° 인 사각형

② 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형

③ 두 대각선의 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직 이등분하는 사각형

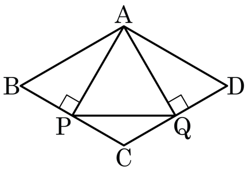
④ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형

⑤ 한 각의 크기가 90° 인 평행사변형

해설

④ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.

7. 마름모 ABCD 의 한 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\angle PAQ = 60°$ 일 때, $\angle APQ = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

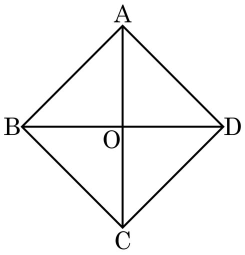
$\angle B = \angle D$ 이고, $\overline{AB} = \overline{AD}$,

$\angle APB = \angle AQD = 90°$

$\triangle APB \equiv \triangle AQD$ (RHA 합동)→ $\overline{AP} = \overline{AQ}$ 이므로 $\triangle APQ$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle APQ = \dfrac{180° - 60°}{2} = 60°$ 이다.

8. 다음 그림의 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\angle BAC = \angle DAC$

② $\angle ABD = \angle CBD$

③ $\angle DAB = \angle ABC$

④ $\overline{AO} = \overline{CO}$

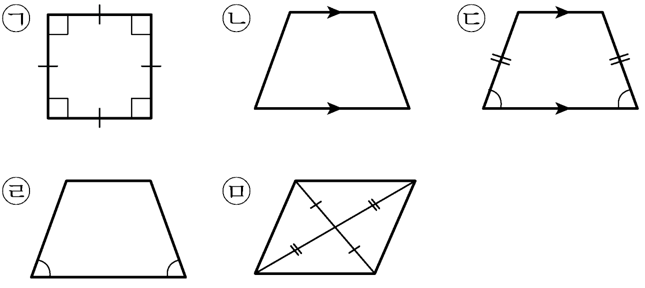
⑤ $\overline{AO} = \overline{BO}$

해설

③ 평행사변형에서 이웃하는 두 각의 합은 $180°$ 인데 $\angle DAB = \angle ABC$ 이면,
$\angle DAB = \angle ABC = 90°$ 가 되어 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.
⑤ 평행사변형에서 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 인데 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 가 되면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$ 가 되어 □ABCD 는 직사각형이 된다. 따라서 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.

9. 다음 중 등변사다리꼴인 것은?

보기



① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

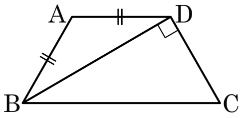
등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.

㉡ 사다리꼴이다.

㉣ 사다리꼴이라는 조건이 나타나 있지 않다.

㉤ 두 대각선의 길이가 같지 않으므로 등변사다리꼴이 아니다.

10. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 90°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.

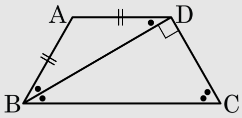


▶ 답 : °

▷ 정답 : 60°

해설

그림에서와 같이 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle ADB$ 이고, $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각)



그리고 등변사다리꼴이므로 두 밑각의 크기가 같으므로 $\angle ABC = \angle DCB$

따라서 $3\angle\bullet = 90°$, $\angle\bullet = 30°$ 이므로 $\angle C = 60°$

11. 다음 설명 중 옳은 것은?

① 이웃하는 두 변의 길이가 같은 사각형은 마름모이다.

② 두 대각선이 서로 다른 것을 수직 이등분하는 사각형은 정사각형이다.

③ 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

④ 두 대각선이 서로 수직인 직사각형은 정사각형이다.

⑤ 등변사다리꼴은 평행사변형이다.

해설

④ 직사각형에서 두 대각선이 서로 수직이면 정사각형이 된다.

12. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

‘대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.’

① 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형

② 등변사다리꼴, 평행사변형, 마름모

③ 마름모, 정사각형

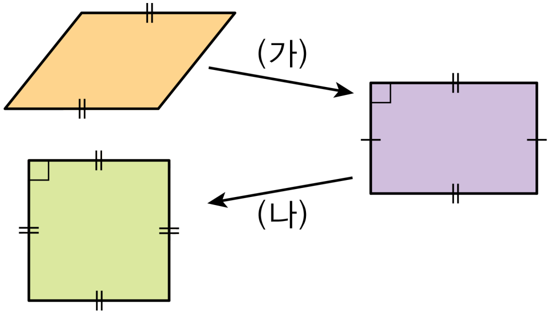
④ 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형

⑤ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

해설

대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형이다.

13. 다음 그림을 보고 (가), (나) 에 들어갈 조건을 바르게 나타낸 것은?



① (가) : 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
(나) : 한 내각의 크기가 $90°$이다.

② (가) : 한 내각의 크기가 $90°$이하이다.
(나) : 네 변의 길이가 모두 같다.

③ (가) : 한 내각의 크기가 $90°$이다.
(나) : 두 대각선이 서로 직교한다.

④ (가) : 두 대각선이 서로 직교한다.
(나) : 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ (가) : 두 대각선의 길이가 같다.
(나) : 한 내각의 크기가 $90°$이다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 $90°$이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.
직사각형이 정사각형이 되려면 두 대각선이 서로 직교하거나 네 변의 길이가 모두 같으면 된다.

14. 다음 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형

④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형이다.

15. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

① 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형

② 등변사다리꼴, 평행사변형, 마름모

③ 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형

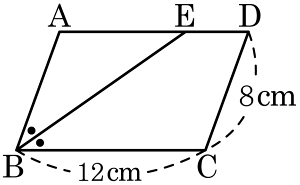
④ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

⑤ 마름모, 정사각형

해설

평행사변형은 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. 직사각형, 마름모, 정사각형은 평행사변형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다.

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다.$\overline{BC} = 12\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 6 cm

해설

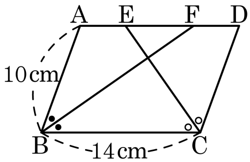
$\angle EBC = \angle AEB$ (엇각)

즉, $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로

$\overline{AB} = \overline{AE} = 8(\text{cm})$

$\overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 12 - 8 = 4(\text{cm})$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BF}$, $\overline{CE}$ 는 각각 $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

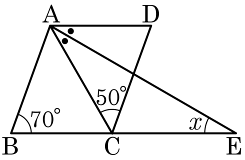
$\overline{AF} = \overline{AB} = 10\ (\text{cm})$

$\overline{CD} = \overline{DE} = 10\ (\text{cm})$

$\overline{AF} + \overline{ED} - \overline{EF} = 14\ (\text{cm})$ 이므로

$\overline{EF} = 10 + 10 - 14 = 6\ (\text{cm})$

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAC$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 E 라 한다. $\angle B = 70°$, $\angle ACD = 50°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



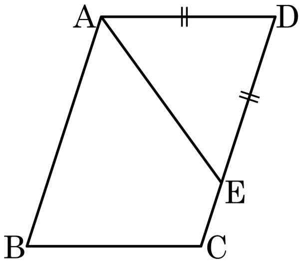
▶ **답 :** ______ °

▷ **정답 :** 30 °

해설

$\angle B = \angle D = 70°$ 이므로 $\angle CAD = 60°$ 이고 $\angle EAC = \angle AEC = 30°$ 이다.
따라서 $\angle x = 30°$ 이다.

19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 3 : 2$ 일 때, $\angle AEC$ 의 크기는?(단, $\overline{AD} = \overline{DE}$)



① 98° ② 112° ③ 124° ④ 126° ⑤ 132°

해설

$$\angle A = 180° \times \frac{3}{5} = 108°$$

$$\angle B = 180° \times \frac{3}{5} = 72°$$

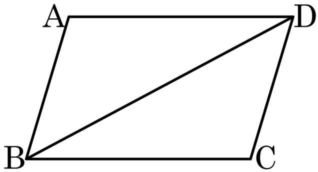
$\angle D = \angle B = 72°$

$\overline{AD} = \overline{DE}$ 이므로

$\angle DEA = (180° - 72°) \div 2 = 54°$

$\therefore \angle AEC = 180° - 54° = 126°$

20. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$ 이면 □ABCD 는 평행사변형임을 설명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 옳지 않은 것을 기호로 써라.



대각선 BD를 그어보면
대각선 BD는
㉠ 삼각형ABD와 삼각형CDB의 공통부분이 된다.
㉡ $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고
㉢ $\overline{AD} = \overline{CB}$ 이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (㉣SAS 합동)
$\angle ABD = \angle CDB$, $\angle ADB = \angle CBD$ (㉤엇각)
$\therefore \overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{AD} // \overline{CB}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD 는 평행사변형이다.

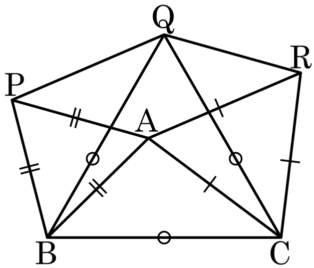
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ SSS 합동

21. 다음 그림은 $\triangle ABC$ 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형을 겹쳐 그린 것이다. 즉, $\triangle ABP$, $\triangle BCQ$, $\triangle ACR$ 은 모두 정삼각형이다. 다음 중 옳은 것을 보기에서 모두 고르면?



㉠ $\angle QPB = 90°$
㉡ $\triangle ABC \equiv \triangle RQC$
㉢ $\angle PBQ = \angle ACB$
㉣ $\overline{PQ} = \overline{RC}$
㉤ $\square QPAR$ 는 평행사변형

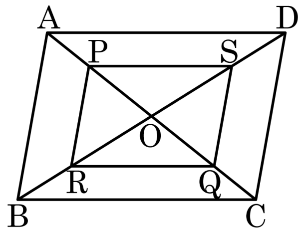
① ㉠, ㉡, ㉢　② ㉠, ㉡, ㉣　③ ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉣, ㉤　⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle RQC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{RC}$,
$\overline{BC} = \overline{QC}$,$\angle ACB = \angle RCQ (= 60° - \angle QCA)$
이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle RQC \cdots$㉡
똑같은 이유로 $\triangle ABC \equiv \triangle PBQ$
따라서 $\triangle PBQ \equiv \triangle RQC$ 이므로
$\overline{PQ} = \overline{RC} \cdots$㉣
또, $\square QPAR$ 는 평행사변형 $\cdots$㉤
($\because$ $\overline{AR} = \overline{PQ}$, $\overline{PA} = \overline{QR}$)
㉠ $\angle QPB = 90°$ (근거 없음)
㉢ $\angle PBQ \neq \angle ACB$ 이고,
$\triangle ABC \equiv \triangle PBQ$ 이다.

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{\mathrm{AC}}, \overline{\mathrm{BD}}$ 위에 $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{CQ}}, \overline{\mathrm{BR}} = \overline{\mathrm{DS}}$ 를 만족하는 점P, Q, R, S 를 잡을 때, □PRQS 가 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

② 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

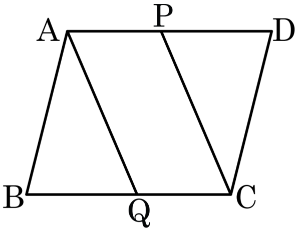
④ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}, \overline{\mathrm{BO}} = \overline{\mathrm{DO}}$ 이다.
$\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{CQ}}, \overline{\mathrm{BR}} = \overline{\mathrm{DS}}$ 이므로
$\therefore \overline{\mathrm{PO}} = \overline{\mathrm{QO}}, \overline{\mathrm{RO}} = \overline{\mathrm{SO}}$

23. $\overline{\mathrm{AD}}=80\mathrm{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 4cm/s 의 속도로 점 A 에서 점 D 로 움직이고, 점 Q 는 6cm/s 의 속도로 점 C 에서 점 B 로 움직인다. 점 P 가 움직이기 시작하고 5 초 후에 점 Q 가 움직인다면 점 P 가 움직인지 몇 초 후에 □AQCP 가 평행사변형이 되는지 구하여라.



▶ **답:** ______ 초

▷ **정답:** 15초

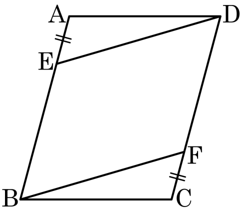
해설

$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{QC}}$ 가 될 때까지 P 가 움직인 시간을 x 라고 하면

$4x=6(x-5)$

$4x=6x-30,\ 2x=30 \quad \therefore x=15$초 후

24. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때 □BEDF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{ED} // \overline{DF}$

② $\angle EBF = \angle EDF$, $\angle BED = \angle DFB$

③ $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$

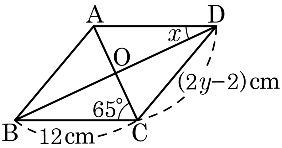
④ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\overline{BE} // \overline{DF}$, $\overline{BE} = \overline{DF}$

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$
즉 $\overline{EB} // \overline{DF}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이다.
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 사각형 BFDE 는 평행사변형이다.

25. 다음 그림에서 ABCD가 마름모일 때, $x-y$의 값을 구하여라.(단, 단위생략)



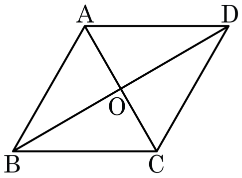
▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

마름모는 두 대각선이 서로 직교하므로 $\angle AOD = 90°$가 된다.
$\angle BCO = \angle DAO = 65°$이므로 $\angle x = 25°$가 된다.
마름모이므로 모든 변의 길이가 같다.
따라서 $12 = 2y-2$, $y=7$이다.
$\therefore\ x-y = 25-7 = 18$

26. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 마름모가 되기 위한 조건은?



① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

② $\overline{AC} \perp \overline{AD}$

③ $\angle B + \angle C = 180°$

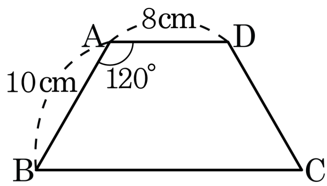
④ $\overline{BD} = 2\overline{OD}$

⑤ $\angle A = \angle C$

해설

네 변의 길이가 같은 평행사변형이 마름모이고,
그 대각선은 직교한다.

27. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\angle A = 120°$일 때, □ABCD의 둘레의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)

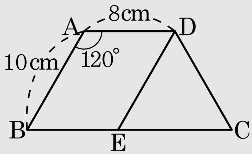


▶ 답 :

▷ 정답 : 46

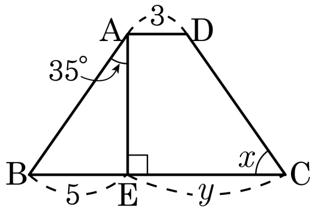
해설

$\angle A + \angle B = 180°$이므로 $\angle B = 60°$이다.
점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{AD} // \overline{BE}$, $\overline{AB} // \overline{DE}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.
$\overline{AD} = \overline{BE} = 8\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{DE} = 10\text{cm}$이고, 동위각이므로 $\angle ABE = \angle DEC = 60°$이다.
△DEC는 $\overline{DE} = \overline{DC} = 10\text{cm}$에서 이등변삼각형임을 알 수 있고 밑각이 $60°$이므로
세 내각의 크기가 모두 같은 정삼각형이 된다.
$\overline{DC} = \overline{CE} = \overline{ED} = 10\text{cm}$
$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 8 + 10 = 18\text{cm}$
따라서 둘레의 길이는 $8 + 10 + 18 + 10 = 46(\text{cm})$이다.

28. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD가 있다. $\overline{AD} = 3$, $\overline{BE} = 5$, $\angle BAE = 35°$일 때, $\angle DCB = x°$, $\overline{CE} = y$이다. $x + y$의 값을 구하여라.



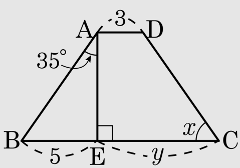
▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$\angle A + \angle C = 180°$이므로 $\angle A = 35° + 90° = 125°$이고, $\angle x = 180° - 125° = 55°$이다.

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

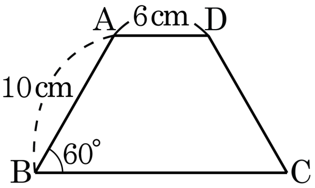


$\triangle ABE$와 $\triangle DCH$는 RHA 합동이므로 $\overline{BE} = \overline{CH}$ 이다.

$\therefore y = 5 + 3 = 8$

$\therefore \ x + y = 55 + 8 = 63$

29. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AD}$ = 6cm, $\overline{AB}$ = 10cm, ∠ABC = 60°일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.

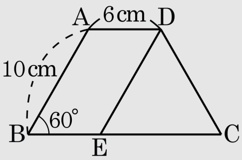


▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 16 cm

해설

점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라고 하면



∠ABE = ∠DEC = 60°이고, □ABCD 는 등변사다리꼴이므로 ∠B = ∠C = 60°이다.

따라서 △DEC는 정삼각형이므로 $\overline{BC}$ = 6 + 10 = 16(cm)이다.

30. 직사각형의 중점을 연결했을 때 나타나는 사각형의 성질을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 네 변의 길이가 모두 같다.

② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

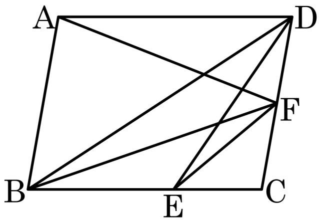
④ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

⑤ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

해설

직사각형의 중점을 연결해 생기는 사각형은 마름모이다. 마름모는 네 각의 크기가 모두 직각이 아니다.

31. 다음 그림은 평행사변형 ABCD 이다. 다음 보기 중 넓이가 가장 넓은 것을 골라라.(정답 2개)



보기

㉠ $\triangle$ADF	㉡ $\triangle$ABD	㉢ $\triangle$BDF
㉣ $\triangle$BFC	㉤ $\triangle$CDE	㉥ $\triangle$ABF

▶ 답 :

▶ 답 :

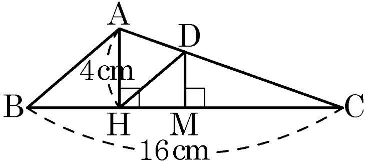
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

해설

밑변이 공통이면 높이가 높은 것이 넓이가 넓다.
평행사변형의 평행한 직선 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 에서 모두 밑변을 가지고 있으므로
밑변이 가장 긴 것을 찾고 그중 높이가 높은 것을 찾는다.
따라서 $\triangle$ABD, $\triangle$ABF 가 가장 넓은 삼각형이다.

32. 다음 그림에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\triangle$DHC 의 넓이는?



① $4\,\text{cm}^2$　② $8\,\text{cm}^2$　③ $12\,\text{cm}^2$

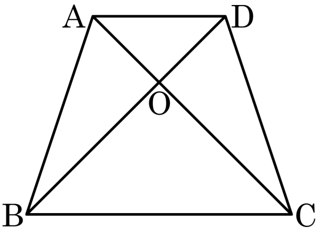
④ $14\,\text{cm}^2$　⑤ $16\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AM}$ 을 그으면, $\triangle DHM = \triangle AMD$ 이므로,

$\triangle DHC = \triangle AMC = \frac{1}{2}\triangle ABC = 16\ (\text{cm}^2)$

33. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. $\triangle AOD = 48\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?

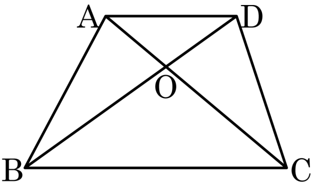


① 432cm^2 ② 480cm^2 ③ 562cm^2
④ 600cm^2 ⑤ 642cm^2

해설

$\triangle AOD : \triangle COD = 1 : 2$ 이므로
$48 : \triangle COD = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COD = 96\,\text{cm}^2$
이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로
$\triangle ABO = \triangle COD = 96\,\text{cm}^2$
또, $\triangle ABO : \triangle COB = 1 : 2$ 이므로
$96 : \triangle COB = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COB = 192\,\text{cm}^2$
$\therefore \square ABCD = 48 + 96 + 96 + 192 = 432(\,\text{cm}^2)$

34. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\triangle AOB = 80\text{cm}^2$, $2\overline{DO} = \overline{OB}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?



① 180cm^2 ② 200cm^2 ③ 220cm^2

④ 240cm^2 ⑤ 260cm^2

해설

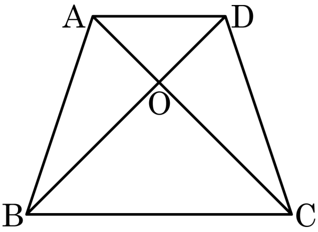
$\triangle AOB = \triangle COD = 80\text{cm}^2$

또, $2\overline{DO} = \overline{OB}$ 이므로

$\therefore \triangle BOC = 160\text{cm}^2$

따라서 $\triangle DBC = \triangle COD + \triangle BOC = 80 + 160 = 240(\text{cm}^2)$

35. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. □ABCD 의 넓이가 36 일 때, △BCO 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

(△AOD의 넓이) $=$ A 라 하자.

△AOD : △COD $= 1 : 2$ 이므로

A : △COD $= 1 : 2$ $\quad\therefore$ △COD $=$ 2A

이때 △ABD $=$ △ACD 이므로

△ABO $=$ △COD $=$ 2A

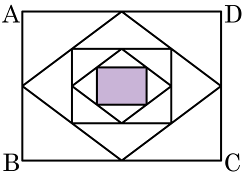
또, △ABO : △BCO $= 1 : 2$ 이므로

2A : △BCO $= 1 : 2$ $\quad\therefore$ △BCO $=$ 4A

□ABCD $=$ A $+$ 2A $+$ 2A $+$ 4A $= 36$ $\quad\therefore$ A $= 4$

따라서 △BCO $=$ 4A $= 16$ 이다.

36. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 시작으로 계속하여 각 변의 중점을 연결한 도형이다. 색칠된 부분의 넓이가 10 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

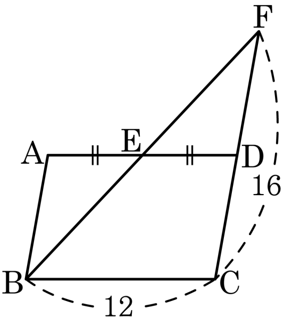
각 변의 중점을 연결하여 만든 도형의 넓이는 처음 도형의 $\frac{1}{2}$ 이므로

□ABCD 의 넓이를 x 라 하면

$x \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 10$

$\therefore \ x = 160$

37. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}$ 의 중점을 E , $\overline{BE}$ 의 연장선과 $\overline{CD}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

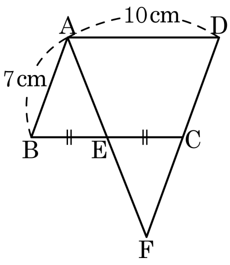
▷ 정답 : 8 cm

해설

$\triangle AEB \equiv \triangle DEF(ASA)$ 이므로

$\overline{AB} = \overline{DF} = \overline{CD} = 16 \div 2 = 8(cm)$ 이다.

38. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 7 cm　　② 9 cm　　③ 14 cm

④ 16 cm　　⑤ 18 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 7\,\text{cm},\ \overline{BE} = \overline{CE} = 5\,\text{cm}$

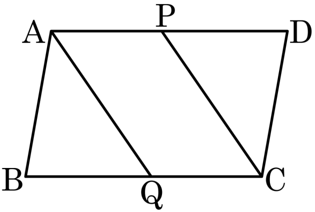
$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)

$\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)

$\triangle ABE \equiv \triangle FCE$, $\overline{AB} = \overline{FC} = 7\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{FC} = 14(\text{cm})$

39. $\overline{AD}=80cm$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 3cm/s 의 속도로 꼭짓점 A 에서 꼭짓점 D 로 움직이고, 점 Q 는 7cm/s 의 속도로 꼭짓점 C 에서 꼭짓점 B 로 움직인다. 점 P 가 움직이기 시작하고 4 초 후에 점 Q 가 움직인다면 점 P 가 움직인지 몇 초 후에 □AQCP 가 평행사변형이 되겠는가?



① 6 초 후　② 7 초 후　③ 8 초 후
④ 9 초 후　⑤ 10 초 후

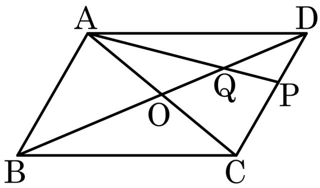
해설

$\overline{AP}=\overline{QC}$ 가 될 때까지 점 P 가 움직인 시간을 x 라고 하면

$3x=7(x-4)$

$3x=7x-28,\ 4x=28\ \ \therefore x=7$(초)

40. 평행사변형ABCD 에서 $\overline{CP} : \overline{PD} = 3:2$, $\overline{AQ} : \overline{QP} = 5:2$ 일 때, $\triangle AOQ$ 는 전체 넓이의 몇 배인지 구하여라



▶ 답 : ________ 배

▷ 정답 : $\frac{3}{28}$ 배

해설

평행사변형ABCD 의 넓이를 S 라 두면, $\triangle ACD = \frac{1}{2}S$

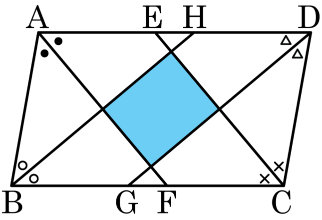
$\overline{CP} : \overline{PD} = 3:2$ 이므로 $\triangle ACP = \frac{3}{5}\triangle ACD = \frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}S\right) = \frac{3}{10}S$

그리고 $\triangle OAP = \frac{1}{2}\triangle ACP$, $\therefore \triangle OAP = \frac{3}{20}S$

또한 $\overline{AQ} : \overline{QP} = 5:2$ 이므로 $\triangle AOQ = \frac{5}{7}\triangle OAP$

따라서 $\triangle AOQ = \frac{5}{7}\triangle OAP = \frac{5}{7}\left(\frac{3}{20}S\right) = \frac{3}{28}S$

41. 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, 색칠한 부분이 어떤 사각형이 되는지 구하여라. (단, $\overline{AF} \,//\, \overline{EC}$, $\overline{BH} \,//\, \overline{GD}$)



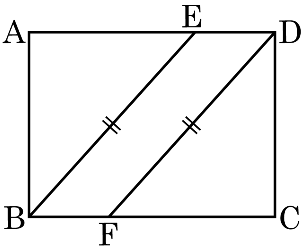
▶ 답 :

▷ 정답 : 직사각형

해설

$2(\circ + \bullet) = 180^{\circ}$ 이므로 $\circ + \bullet = 90^{\circ}$
따라서 색칠한 부분의 사각형의 한 내각의 크기가 90° 이므로 직사각형이다.

42. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 변 AD, BC 위에 $\overline{BE}=\overline{FD}$가 되도록 점 E, F를 잡을 때, □EBFD는 어떤 사각형인가?



① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모

④ 직사각형 ⑤ 정사각형

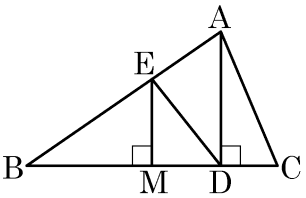
해설

$\triangle ABF \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)이므로

$\overline{AE}=\overline{CF}$ 따라서 $\overline{ED}=\overline{BF}$

한편 $\overline{BE}=\overline{DF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다.

43. 다음 그림에서 $\overline{BM} = \overline{MC}$, $\overline{EM} \perp \overline{BC}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$이다. $\triangle ABC$의 넓이가 60cm^2일 때, $\square AEDC$의 넓이는?



① 20cm^2 ② 25cm^2 ③ 30cm^2

④ 35cm^2 ⑤ 40cm^2

해설

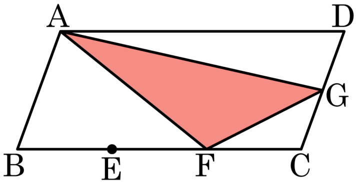
$\overline{EM}$과 $\overline{AD}$가 모두 $\overline{BC}$에 수직이므로 $\overline{EM} /\!/ \overline{AD}$

따라서 밑변과 높이가 같으므로 $\triangle AED = \triangle AMD$이다.

$\square AEDC = \triangle AED + \triangle ADC = \triangle AMD + \triangle ADC = \triangle AMC$

$\therefore \square AEDC = \dfrac{1}{2}\triangle ABC = 30\text{cm}^2$

44. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이가 240cm^2이고 $\overline{BC}$의 삼등분점을 E, F, $\overline{CD}$의 중점을 G라 할 때, $\triangle AFG$의 넓이는?



① $20\,\text{cm}^2$ ② $40\,\text{cm}^2$ ③ $60\,\text{cm}^2$

④ $80\,\text{cm}^2$ ⑤ $100\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABF$와 $\triangle AFC$에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2:1$

$\triangle ABF = \frac{2}{3} \times \triangle ABC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \square ABCD = 80(\text{cm}^2)$

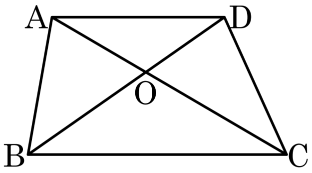
마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \frac{1}{3}\triangle BDC$

$\triangle FCG = \frac{1}{2}\triangle DFC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle BDC = \frac{1}{12}\square ABCD = 20(\text{cm}^2)$

$\triangle AGD = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{4}\square ABCD = 60(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AFG = \square ABCD - \triangle ABF - \triangle AGD - \triangle FCG = 240 - 80 - 60 - 20 = 80(\text{cm}^2)$

45. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 2 : 3$ 이다. $\triangle AOD = 10\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\dfrac{125}{2}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

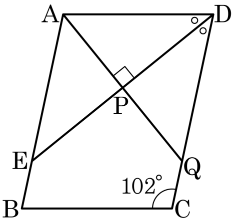
$\triangle AOD$, $\triangle DOC$ 는 높이가 같다. $2 : 3 = 10\text{cm}^2 : \triangle DOC$, $\triangle DOC = 15\text{cm}^2$

$\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로 $\triangle ABO = \triangle DOC = 15\text{cm}^2$

$\triangle ABO$, $\triangle BCO$ 는 높이가 같다. $2 : 3 = 15\text{cm}^2 : \triangle OBC$, $\triangle OBC = \dfrac{45}{2}\text{cm}^2$

$\square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO = 10 + 15 + 15 + \dfrac{45}{2} = \dfrac{125}{2}(\text{cm}^2)$

46. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DE}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선이다. 점 A 에서 $\overline{DE}$ 에 수선을 내려 $\overline{DE}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, $\angle PEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 141 °

해설

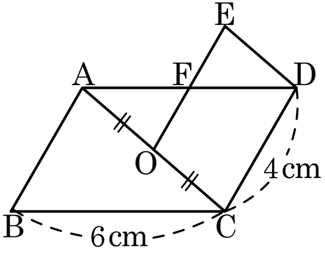
$\angle ADP = (180° - 102°) \div 2 = 39°$

$\angle DAP = 90° - 39° = 51°$

$\angle PAE = 102° - 51° = 51°$

$\therefore\ \angle PEB = 51° + 90° = 141°$

47. 주어진 그림에서 점 O 는 $\overline{AC}$ 의 중점이고, □ABCD, □OCDE 는 모두 평행사변형이다. $\overline{AB}=4\text{cm}, \overline{BC}=6\text{cm}$ 일 때, $\overline{AF}+\overline{OF}$ 의 길이를 구하여라.



① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle AOF \equiv \triangle DEF$ (ASA 합동) 이므로

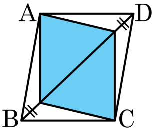
$\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{AD}$

$\overline{OF}=\frac{1}{2}\overline{OE}=\frac{1}{2}\overline{CD}$

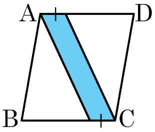
$\overline{AF}+\overline{OF}=\frac{1}{2}(\overline{BC}+\overline{OE})=\frac{1}{2}(6+4)=5(\text{cm})$

48. □ABCD 가 평행사변형일 때, 다음 색칠된 사각형 중 종류가 <u>다른</u> 하나는?

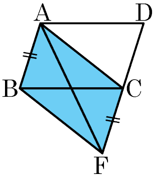
①



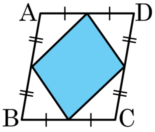
②



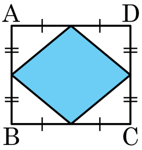
③



④



⑤

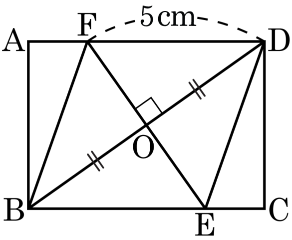


해설

①,②,③,④=> 평행사변형

⑤=> 마름모

49. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD} \perp \overline{FE}$ 일 때, 사각형 FBED 의 둘레의 길이를 구하여라.



① 18 cm ② 20 cm ③ 22 cm ④ 24 cm ⑤ 26 cm

해설

$\triangle FBO \equiv \triangle FDO$(SAS합동) 이므로

$\overline{FB} = \overline{FD}$

$\triangle FOD \equiv \triangle EOB$(ASA합동) 이므로

$\overline{FD} = \overline{EB}$

$\triangle BEO \equiv \triangle DEO$(SAS합동) 이므로

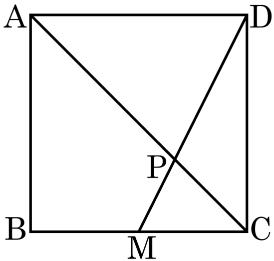
$\overline{EB} = \overline{ED}$

따라서 $\overline{FB} = \overline{EB} = \overline{ED} = \overline{FD}$ 이므로 □FBED 는 마름모이다.

따라서 □FBED 의 둘레의 길이는

$\overline{FB} + \overline{BE} + \overline{ED} + \overline{DF} = 4 \times 5 = 20\,(\text{cm})$

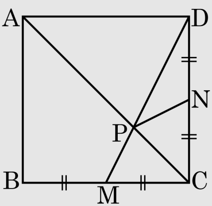
50. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 점 M 은 B, C 의 중점이다. $\triangle PMC = 6\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $72\,\mathrm{cm}^2$

해설



$\overline{CD}$ 의 중점 N을 잡으면

$\triangle PMC \equiv \triangle PNC$ (SAS 합동)

$\triangle PCN = \triangle PND = \triangle PMC = 6\,\mathrm{cm}^2$

$\square ABCD = 4\triangle DMC = 4 \times 6 \times 3 = 72\,(\mathrm{cm}^2)$