1. 첫째항이 -25, 공차가 3인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 9항　② 제 10항　③ 제 11항
④ 제 12항　⑤ 제 13항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n이라 하면
$a_n = -25 + (n-1) \times 3 = 3n - 28$
이때, $a_n > 0$을 만족시키는 n은
$3n - 28 > 0,\ 3n > 28$
$\therefore\ n > \dfrac{28}{3} = 9.33\cdots$
따라서 자연수 n의 최솟값은 10이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제10항이다.

2. 다음 수열이 조화수열을 이룰 때, (가) 에 알맞은 수는?

6, 3, 2, (가)

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

주어진 수열이 조화수열이면 각 항의 역수로 이루어진 수열 $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{(가)}$ 이 등차수열이므로 이 등차수열의 공차는 $\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$ 이다.

따라서 $\frac{1}{(가)}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$ $\therefore$ $(가)=\frac{3}{2}$

3. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제10항까지의 합이 120일 때, $a_4 + a_7$의 값은?

① 12　② 18　③ 24　④ 30　⑤ 36

해설

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제10항까지의 합이 120이므로 첫째항을 a, 공차를 d라 하면

$\frac{10(2a+9d)}{2} = 120 \quad \therefore\ 2a+9d = 24$

$a_4 + a_7 = (a+3d) + (a+6d) = 2a+9d = 24$

4. 다음 등비수열의 일반항 a_n은?

$16,\ -8,\ 4,\ -2, \cdots\cdots$

① $8(-2)^n$ ② $16(-2)^{n-1}$ ③ $8\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$

④ $16\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ⑤ $32\left(-\frac{1}{2}\right)^n$

해설

주어진 수열은 첫째항이 16이고 공비가 $-\frac{1}{2}$이므로 $a_n = 16\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

5. 세 수 $a,\ a+2,\ 2a+1$이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, a의 값은? (단, $a>0$)

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

세 수 $a,\ a+2,\ 2a+1$이 이 순서로 등비수열을 이루므로

$(a+2)^2=a(2a+1)$

$a^2-3a-4=0$

$(a+1)(a-4)=0$

$\therefore\ a=4(\because a>0)$

6. 등식 $\sqrt[4]{a\sqrt{\sqrt[3]{a^2}}}=27$을 만족하는 양수 a의 값은?

① 3　② 3^2　③ 3^3　④ 3^6　⑤ 3^9

해설

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{a\sqrt{\sqrt[3]{a^2}}} &= \left\{a(a^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{2}}\right\}^{\frac{1}{4}}\\ &= (a\cdot a^{\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}}\\ &= (a^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{3}}\end{aligned}$$

$a^{\frac{1}{3}}=3^3$이므로 $(a^{\frac{1}{3}})^3=(3^3)^3$

$\therefore a=3^9$

7. $a_1 = 2,\ a_{n+1} = a_n + 3(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ 과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_{10} 의 값은?

① 29 ② 31 ③ 33 ④ 35 ⑤ 37

해설

$a_{n+1} = a_n + 3(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ 이므로 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 3인 등차수열이다.
또한, $a_1 = 2$ 이므로
$a_n = 2 + (n-1) \times 3 = 3n - 1$ $\therefore$ $a_{10} = 30 - 1 = 29$

8. $a_1 = 4$인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 이 수열의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. $a_{n+1} = 3S_n$ $(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$이 성립할 때, 제 5 항은?

① 678　　② 708　　③ 738　　④ 768　　⑤ 798

해설

$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$이고 $a_{n+1} = 3S_n$이므로

$S_{n+1} - S_n = 3S_n$

$\therefore S_{n+1} = 4S_n$

이때, $a_1 = S_1 = 4$이므로 수열 $\{S_n\}$은 첫째항이 4, 공비가 4인 등비수열이다.

$\therefore S_n = 4 \cdot 4^{n-1} = 4^n$

$\therefore a_n = S_n - S_{n-1} = 4^n - 4^{n-1} = 3 \cdot 4^{n-1} (n \geq 2)$

$\therefore a_5 = 3 \cdot 4^4 = 768$

9. 높이가 h인 탑을 쌓으려고 한다. 첫 번째 날에는 탑 높이의 절반을 쌓고, 두 번째 날에는 전날 쌓은 높이의 절반을 쌓는다. 이와 같은 방법으로 10일 동안 탑을 쌓았더니 탑의 높이가 $a \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{10}$ 이 되었을 때, $\frac{a}{h}$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

n번째 날의 탑의 높이를 a_n이라 하면 $(n+1)$째 날 탑의 높이는 전날까지 쌓은 높이 a_n과 그 높이의 절반인 $\frac{1}{2}a_n$의 합이므로

$a_1 = \frac{h}{2}$이고, $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2}a_n = \frac{3}{2}a_n$

$\therefore a_n = \frac{h}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

$\therefore a_{10} = \frac{h}{2}\left(\frac{3}{2}\right)^{9} = \frac{h}{3}\left(\frac{3}{2}\right)^{10}$

즉, $a = \frac{h}{3}$이므로 $\frac{a}{h} = \frac{1}{3}$

10. $a = 2^{12}$ 일 때, $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[4]{a}}} \times \sqrt[4]{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$(a^{\frac{1}{3}-\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}} \times (a^{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}})^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{24}} \times a^{\frac{1}{24}} = a^{\frac{1}{12}}$

$a = 2^{12}$ 이므로

$a^{\frac{1}{12}} = (2^{12})^{\frac{1}{12}} = 2$

11. $x = \sqrt{2} - \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때, $\sqrt{x^2+4}$ 의 값은?

① $\sqrt{2} - \dfrac{1}{\sqrt{2}}$　② $\sqrt{2} + \dfrac{1}{\sqrt{2}}$　③ $\sqrt[4]{2} - \dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}$
④ $\sqrt[4]{2} + \dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}$　⑤ $\sqrt[8]{2} + \dfrac{1}{\sqrt[8]{2}}$

해설

$x^2 + 4 = 2^{\frac{1}{4}} + 2 + 2^{-\frac{1}{4}} = \left(2^{\frac{1}{8}} + 2^{-\frac{1}{8}}\right)^2$

$\therefore \sqrt{x^2+4} = 2^{\frac{1}{8}} + 2^{-\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{2} + \dfrac{1}{\sqrt[8]{2}}$

12. 다음 식의 값을 구하여라.

$$\log_{10} 2+\log_{10}\left(1+\frac{1}{2}\right)+\log_{10}\left(1+\frac{1}{3}\right)+\cdots+\log_{10}\left(1+\frac{1}{99}\right)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\log_{10} 2 \cdot (1+\frac{1}{2})(1+\frac{1}{3})\cdots(1+\frac{1}{99})$
$= \log_{10} \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdots \frac{99}{98} \cdot \frac{100}{99}$
$= \log_{10} 100 = 2$

13. 등식 $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = \log_3(\log_4(\log_2 y)) = \log_4(\log_2(\log_3 z)) = 0$ 이 성립할 때, $x+y+z$의 값은?

① 58 ② 64 ③ 75 ④ 89 ⑤ 93

해설

$\log_2(\log_3(\log_4 x)) = 0$에서 $\log_3(\log_4 x) = 1$
$\log_4 x = 3 \;\; \therefore x = 4^3 = 64$
$\log_3(\log_4(\log_2 y)) = 0$에서 $\log_4(\log_2 y) = 1$
$\log_2 y = 4 \;\; \therefore y = 2^4 = 16$
$\log_4(\log_2(\log_3 z)) = 0$에서 $\log_2(\log_3 z) = 1$
$\log_3 z = 2 \;\; \therefore z = 3^2 = 9$
$\therefore x+y+z = 64+16+9 = 89$

14. $\sum_{k=1}^{100}[\log_3 n]$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 284

해설

(i) $n=1,\ 2$ 일 때, $0 \le \log_3 n < 1$이므로 $[\log_3 n]=0$

(ii) $3 \le n < 9$ 일 때, $1 \le \log_3 n < 2$이므로 $[\log_3 n]=1$

(iii) $9 \le n < 27$ 일 때, $2 \le \log_3 n < 3$이므로 $[\log_3 n]=2$

(iv) $27 \le n < 81$ 일 때, $3 \le \log_3 n < 4$이므로 $[\log_3 n]=3$

(v) $81 \le n < 100$ 일 때, $4 \le \log_3 n < 5$이므로 $[\log_3 n]=4$

(i) ~ (v)로부터

$\sum_{k=1}^{100}[\log_3 n] = 0\cdot 2 + 1\cdot 6 + 2\cdot 18 + 3\cdot 54 + 4\cdot 20 = 284$

15. 다음 포그슨의 공식에 의하면 2등성인 별의 밝기는 4등성의 밝기의 약 몇 배인가? (단, 별의 각 등급 간의 밝기의 비는 일정하고, $100^{\frac{2}{5}} \fallingdotseq 2.5^2$ 이다.)

> 기원전 그리스의 히파르코스(Hipparchos, 190? ~ 125?B.C)는 눈에 보이는 별들을 밝기에 따라 가장 밝은 별(1등성)에서 가장 어두운 별 6등성)까지 6등급으로 분류하였다. 그 후 1등성의 밝기는 6등성의 밝기의 약100배임을 알게 되었다. 1856년에도 유도된 포그슨의 공식(Pogson' formula)에 의하면 별의 등급 (m)과 별의 밝기 (L)사이의 관계는 다음과 같다.
> $m = -\frac{5}{2}\log L + C$($C$는 상수)

① 2.5 ② 5 ③ 6.25 ④ 7.5 ⑤ 8

해설

2등성 별의 밝기를 L_2, 4등성 별의 밝기를 L_4라고 하면

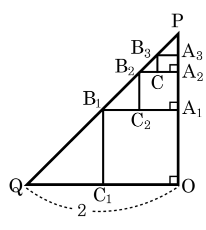
$2 = -\frac{5}{2}\log L_2 + C \cdots\cdots$ ㉠

$4 = -\frac{5}{2}\log L_4 + C \cdots\cdots$ ㉡

㉠ - ㉡에서 $\frac{4}{5} = \log \frac{L_2}{L_4}$

$\therefore \frac{L_2}{L_4} = 10^{\frac{4}{5}} = 100^{\frac{2}{5}} \fallingdotseq 2.5^2 = 6.25$

16. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP} = \overline{OQ} = 2$인 직각이등변삼각형 OPQ에 정사각형 $OA_1B_1C_1$을 내접시킨다. 다시 직각이등변삼각형 A_1PB_1에 정사각형 $A_1A_2B_2C_2$를 내접시킨다. 이와 같은 시행을 5회 반복할 때 만들어지는 정사각형의 넓이의 총합은?



① $\frac{3}{4}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^5\right\}$　② $\frac{4}{3}\left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^5\right\}$

③ $\left\{1+\left(\frac{1}{4}\right)^5\right\}$　④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{4}{3}\left\{1+\left(\frac{1}{2}\right)^5\right\}$

해설

삼각형 OPQ는 $\overline{OP} = \overline{OQ} = 2$인 직각이등변삼각형이므로 내접시킨 정사각형의 한 변의 길이는 1이다. 즉, $\overline{OA_1} = 1$

마찬가지로 $\overline{A_1A_2} = \frac{1}{2}$, $\overline{A_3A_4} = \frac{1}{4}, \cdots$

이때, 정사각형의 넓이는 1^2, $\left(\frac{1}{2}\right)^2, \left(\frac{1}{4}\right)^4, \cdots$ 이므로 구하는 정사각형의 넓이의 합은 첫째항이 1이고, 공비가 $\frac{1}{4}$인 등비수열의 첫째항부터 제5항까지의 합이다.

$$\therefore \frac{1 \cdot \left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^5\right\}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{4}{3}\left\{1-\left(\frac{1}{4}\right)^5\right\}$$

17. n이 자연수일 때, $n+(n-1)2+(n-2)2^2+\cdots+2\cdot 2^{n-2}+2^{n-1}$의 값은?

① 2^{n+1}　② $2^{n+1}-n$　③ $2^{n+1}-n-2$
④ 2^n+n2　⑤ $2^n n+2$

해설

주어진 식의 값을 S라 하면
$S=n+(n-1)2+(n-2)2^2+\cdots+2\cdot 2^{n-2}+2^{n-1}$
멱급수의 형태이므로 양변에 2를 곱하여 변끼리 빼면

$$\begin{array}{rrl} & 2S = & n\cdot 2+(n-1)2^2+\cdots+2\cdot 2^{n-1}+2^n \\ -) & S = & n+(n-1)2+(n-2)2^2+\cdots+2^{n-1} \\ \hline & S = & -n+2+2^2+\cdots+2^{n-1}+2^n \end{array}$$

$\therefore S=-n+\dfrac{2(2^n-1)}{2-1}=2^{n+1}-n-2$

18. 다음 군수열에서 제 10군의 총합은?

$$(1),\ (2,\ 3),\ (4,\ 5,\ 6),\ (7,\ 8,\ 9,\ 10),\cdots$$

① 154 ② 255 ③ 308 ④ 505 ⑤ 1010

해설

(i) n군의 항의 개수$=n$
(ii) n군의 초항을 구해보자.
1군의 초항$=1$
2군의 초항$=2$
3군의 초항$=4$
4군의 초항$=7$

$$\begin{array}{ccccccccc} 1, & & 2, & & 4, & & 7, & & 11 \\ & \bigvee & & \bigvee & & \bigvee & & \bigvee & \\ & 1 & & 2 & & 3 & & 4 & \end{array}$$

$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} k = 1 + \dfrac{(n-1)n}{2}$

즉 (n군의 초항)$= 1 + \dfrac{(n-1)n}{2}$

10군의 초항$=1 + \dfrac{9 \cdot 10}{2} = 46$

따라서 10군은 초항이 46
공차가 1, 항수가 10인 등차수열
이므로

(10군의 총합)$= \dfrac{10(2 \cdot 46 + 9 \cdot 1)}{2}$
$= 5 \cdot 101 = 505$

19. 자연수로 이루어진 순서쌍의 수열 $(1,\ 1),\ (1,\ 2),\ (2,\ 1),\ (1,\ 3),\ (2,\ 2),\ (3,\ 1),\ (1,\ 4),$ $(2,\ 3),\ (3,\ 2)\ (4,\ 1),\ (1,\ 5),\cdots$ 에서 두 수가 모두 한 자리의 자연수로 이루어진 순서쌍의 총 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

주어진 수열을 순서쌍의 두 수의 합이 같은 것 끼리 군을 묶으면
$(1,\ 1)|\ (1,\ 2),\ (2,\ 1)|\ (1,\ 3),\ (2,\ 2),\ (3,\ 1)|,\cdots$
이 때, 각 군에서 모든 항의 순서쌍의 두 수가 한 자리의 자연수인 군의 수를 구하기 위해 두수의 합이 10이 되는 것부터 세면
$1+2+3+\cdots+10=\frac{9\cdot 10}{2}=45\cdots$ ㉠
두 수의 합이 11인 순서쌍의 개수는 10이고, 이중 한 자리의 자연수로만 이루어진 순서쌍은$(1,\ 10),\ (10,\ 1)$을 제외한 8개다.
같은 방법으로 두 수의 합이 12인 순서쌍의 개수는 11이고, 이중 한 자리의 자연수로만 이루어진 순서쌍은 $11-4=7$(개)이다.
두 수의 합이 18로 이루어진 순서쌍 중 한 자리의 자연수로만 이루어진 순서쌍의 개수는 $17-16=1$(즉, $(9,\ 9)$)이므로 모두
$(10-2)+(11-4)+(12-6)+(13-8)+(14-10)$
$+(15-12)+(16-14)+(17-16)$
$=8+7+6+\cdots+1=\frac{8\cdot 9}{2}=36\cdots$ ㉡
따라서, ㉠, ㉡에서 두 수가 모두 한자리의 자연수로 이루어진 순서쌍의 총 개수는 81이다.

20. 다음은 임의의 자연수 n에 대하여 부등식 $\frac{5^n+3^n}{2} \geq 4^n$이 성립함을 증명하는 과정이다.

(i) $n=1$일 때,
(좌변)$=\frac{5+3}{2}=4$, (우변)$=4^1=1$
이므로 주어진 부등식은 성립한다.
(ii) $n=k$일 때 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면
$\frac{5^k+3^k}{2} \geq \boxed{(가)}$
위의 식의 양변에 4를 곱하면
$4 \cdot \frac{5^k+3^k}{2} \geq 4 \cdot \boxed{(가)}$
이므로
$\frac{5^{k+1}+3^{k+1}}{2} - 4^{k+1} \geq \frac{5^{k+1}+3^{k+1}}{2} - 4 \cdot \frac{5^k+3^k}{2}$
$= \frac{\boxed{(나)}}{2} \geq 0$
따라서, $n=k+1$일 때에도 성립한다.
(i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

위의 증명 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

① 4^k, 5^k-3^k　② 4^{k+1}, 5^k-3^k
③ 4^k, 5^k+3^k　④ 4^{k+1}, 5^k+3^k
⑤ 4^{k+1}, $5^{k+1}-3^{k+1}$

해설

(ii) $n=k$일 때 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면
$\frac{5^k+3^k}{2} \geq \boxed{4^k}$
위의 식의 양변에 4를 곱하면
$4 \cdot \frac{5^k+3^k}{2} \geq 4 \cdot \boxed{4^k}$
이므로
$\frac{5^{k+1}+3^{k+1}}{2} - 4^{k+1} \geq \frac{5^{k+1}+3^{k+1}}{2} - 4 \cdot \frac{5^k+3^k}{2}$
$= \frac{\boxed{5^k-3^k}}{2} \geq 0$
따라서, $n=k+1$일 때에도 성립한다.

21. 상용로그 $\log x$의 소수 부분을 $f(x)$라 하자. $0 < f(x) < \frac{1}{4}$일 때, $f(x^2) + f\left(\frac{\sqrt{10}}{x^2}\right)$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 1

해설

$f(x) = \alpha$라 하면

$\log x = n + \alpha$ $\left(n\text{은정수, } 0 < \alpha < \frac{1}{4}\right)$라 할 수 있다.

이때, $\log x^2 = 2\log x = 2n + 2\alpha$

그런데 $0 < \alpha < \frac{1}{4}$에서 $0 < 2\alpha < \frac{1}{2}$이므로

$\log x^2$의 소수 부분은 2α이다.

$\therefore\ f(x^2) = 2\alpha$

또, $\log \frac{\sqrt{10}}{x^2} = \log \sqrt{10} - \log x^2$

$= \frac{1}{2} - (2n + 2\alpha)$

$= -2n + \frac{1}{2} - 2\alpha$

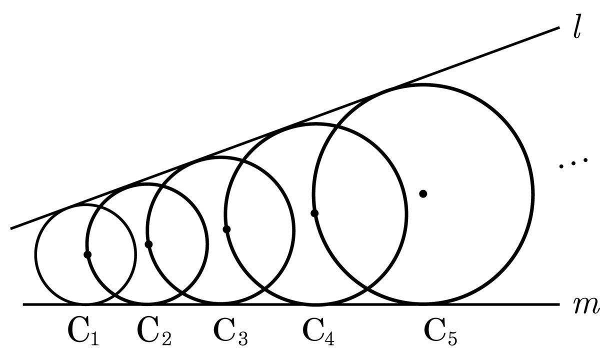
이 때, $0 < \alpha < \frac{1}{4}$에서 $0 < \frac{1}{2} - 2\alpha < \frac{1}{2}$이므로

$\log \frac{\sqrt{10}}{x^2}$의 소수 부분은 $\frac{1}{2} - 2\alpha$이다.

$\therefore\ f\left(\frac{\sqrt{10}}{x^2}\right) = \frac{1}{2} - 2\alpha$

$\therefore f(x^2) + f\left(\frac{\sqrt{10}}{x^2}\right) = 2\alpha + \left(\frac{1}{2} - 2\alpha\right) = \frac{1}{2}$

22. 그림과 같이 두 직선 l, m에 동시에 접하는 원 C_1 이 있다. 원 C_1 의 중심을 지나고 직선 l, m에 동시에 접하면서 C_1 보다 큰 원을 C_2 라 하자. 원 C_2 의 중심을 지나고 직선 l, m에 동시에 접하면서 C_2 보다 큰 원을 C_3 라 하자. 이와 같은 방법으로 원 C_k 의 중심을 지나고 직선 l, m에 동시에 접하면서 C_k 보다 큰 원을 C_{k+1} 이라 하자. $(k = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$
원 C_1 의 넓이가 1, 원 C_5 의 넓이가 4일 때, 원 C_{19} 의 넓이를 구하여라.

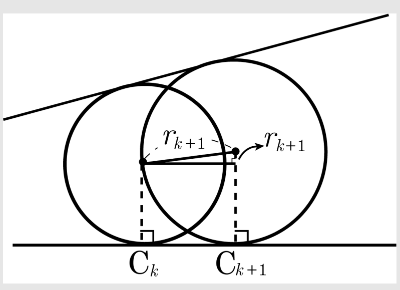


▶ 답 :

▷ 정답 : 512

해설

원 C_k 의 반지름을 r_k, 넓이를 S_k, 원 C_{k+1} 의 반지름을 r_{k+1}, 넓이를 S_{k+1} 이라 하면,



$\dfrac{r_{k+1} - r_k}{r_{k+1}} = p(\text{상수})$, $r_{k+1} = \dfrac{1}{1-p} r_k$

수열 $\{r_k\}$가 등비수열이므로 수열 $\{S_k\}$도 등비수열이고, $\{S_k\}$의 공비를 a라 하면

$S_1 = 1$, $S_5 = a^4 = 4$이므로 $a^2 = 2$

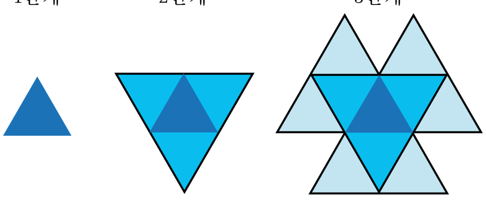
$\therefore\ S_{19} = a^{18} = 2^9 = 512$

23. 그림과 같이 넓이가 1인 정삼각형 모양의 타일을 다음과 같은 규칙으로 붙인다.

[1단계] : 정삼각형 모양의 타일을 한 개 붙인다. [n단계] : $n-1$단계에서 붙여진 타일의 바깥쪽 테두리의 각 변에 정삼각형 모양의 타일을 붙힌다.

이와 같이 10단계를 시행했을 때, 타일로 덮인 부분의 전체의 넓이를 구하여라.

1단계 2단계 3단계



▶ 답 :

▷ 정답 : 136

해설

$a_1 = 1$

$a_2 = 1 + 3$

$a_3 = 1 + 3 + 3 \times 2$

$\vdots$

$$a_n = 1 + 3 + 3 \times 2 + \cdots + 3 \times 9$$
$$= 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 3k$$

$$a_{10} = 1 + 3 \cdot \frac{9 \cdot 10}{2}$$
$$= 1 + 135 = 136$$

24. $x=\frac{1}{2}(2014^{\frac{1}{n}}-2014^{-\frac{1}{n}})$($n$은 자연수) 일 때, $(x-\sqrt{1+x^2})^n$을 간단히 하면?

① 2014^{-1} ② $(-1)^n\cdot 2014$ ③ 2014
④ 2014^n ⑤ $(-1)^n\cdot 2014^{-1}$

해설

$x=\frac{1}{2}\left(2014^{\frac{1}{n}}-2014^{-\frac{1}{n}}\right)$

$x^2=\frac{1}{4}\left(2014^{\frac{2}{n}}+2014^{-\frac{2}{n}}-2\right)$

$x^2+1=\frac{1}{4}\left(2014^{\frac{2}{n}}+2014^{-\frac{2}{n}}+2\right)$

$\sqrt{x^2+1}=\frac{1}{2}\left(2014^{\frac{1}{n}}+2014^{-\frac{1}{n}}\right)$

$\therefore\ x-\sqrt{x^2+1}=\frac{1}{2}\cdot 2\left(-2014^{-\frac{1}{n}}\right)$

$\therefore\ (x-\sqrt{x^2+1})^n=(-2014^{-\frac{1}{n}})^n=(-1)^n\cdot 2014^{-1}$

25. 6 개월에 5% 의 이율로 복리로 계산하는 예금에 5 년 간 예치하여 찾을 때 원리합계는 원금의 몇 배인지 구하여라. (소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하고, 아래의 상용로그표를 이용하여라.)

수	0	1	2	3	4	5	⋯	비례부분								
								1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	⋯	⋯	.0086	.0128	.0170	.0212	⋯	4	8	12	17	21	25	29	33	37
1.6	⋯	⋯	.2095	.2122	.2148	.2175	⋯	3	5	8	11	13	16	18	21	27

▶ 답 :

▷ 정답 : 1.63

해설

처음 예금을 a 원이라 하면
6 개월 후 예금 : $1.05a$
12 개월 후 예금 : $1.05 \times 0.05a = 1.05^2 a$
⋮
60 개월 후 예금 : $1.05^{10}a$
즉 1.05^{10} 을 구하면 된다.
$\log 1.05^{10} = 10 \times \log 1.05$
$= 10 \times 0.0212$
$= 0.212$
그런데 $\log 1.62 = 0.2095$
$\log 1.63 = 0.2122$ 이므로
$x : 0.01 = 0.0025 : 0.0027 \quad \therefore \ x = 0.0092 \fallingdotseq 0.009$
1.05^{10} 을 $1.62 + 0.009 \fallingdotseq 1.629 \fallingdotseq 1.63$
따라서 원리합계는 원금의 1.63 배이다.