

1. 첫째항이  $-25$ , 공차가  $3$ 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

- ① 제 9 항      ② 제 10 항      ③ 제 11 항  
④ 제 12 항      ⑤ 제 13 항

2. 다음 수열이 조화수열을 이룰 때, (가)에 알맞은 수는?

6, 3, 2, (가)
--------------

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{2}{3}$

3. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합이 120일 때,  $a_4 + a_7$ 의 값은?

- ① 12      ② 18      ③ 24      ④ 30      ⑤ 36

4. 다음 등비수열의 일반항  $a_n$  은?

$$16, -8, 4, -2, \dots$$

- ①  $8(-2)^n$       ②  $16(-2)^{n-1}$       ③  $8\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$   
④  $16\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$       ⑤  $32\left(-\frac{1}{2}\right)^n$

5. 세 수  $a, a+2, 2a+1$ 이 순서로 등비수열을 이루를 때,  $a$ 의 값은?  
(단,  $a > 0$ )

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

6. 등식  $\sqrt[4]{a} \sqrt[3]{a^2} = 27$ 을 만족하는 양수  $a$ 의 값은?

- ① 3      ②  $3^2$       ③  $3^3$       ④  $3^6$       ⑤  $3^9$

7.  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = a_n + 3(n = 1, 2, 3, \dots)$  과 같이 정의된 수열  $\{a_n\}$   
에서  $a_{10}$ 의 값은?

- ① 29      ② 31      ③ 33      ④ 35      ⑤ 37

8.  $a_1 = 4$ 인 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 이 수열의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $a_{n+1} = 3S_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )이 성립할 때, 제 5 항은?

- ① 678      ② 708      ③ 738      ④ 768      ⑤ 798

9. 높이가  $h$ 인 탑을 쌓으려고 한다. 첫 번째 날에는 탑 높이의 절반을 쌓고, 두 번째 날에는 전날 쌓은 높이의 절반을 쌓는다. 이와 같은 방법으로 10일 동안 탑을 쌓았더니 탑의 높이가  $a \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{10}$ 이 되었을 때,  $\frac{a}{h}$ 의 값은?

①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤  $\frac{3}{2}$

10.  $a = 2^{12}$  일 때,  $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{a}}} \times \sqrt[4]{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}}}$  의 값을 구하여라.

▶ 답: \_\_\_\_\_

**11.**  $x = \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}$  일 때,  $\sqrt{x^2 + 4}$ 의 값은?

- ①  $\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}$       ②  $\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$       ③  $\sqrt[4]{2} - \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$   
④  $\sqrt[4]{2} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$       ⑤  $\sqrt[8]{2} + \frac{1}{\sqrt[8]{2}}$

12. 다음 식의 값을 구하여라.

$$\log_{10} 2 + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{99}\right)$$

▶ 답: \_\_\_\_\_

13. 등식  $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = \log_3(\log_4(\log_2 y)) = \log_4(\log_2(\log_3 z)) = 0$   
이 성립할 때,  $x + y + z$ 의 값은?

① 58      ② 64      ③ 75      ④ 89      ⑤ 93

14.  $\sum_{k=1}^{100} [\log_3 n]$ 의 값을 구하여라. (단,  $[x]$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

▶ 답: \_\_\_\_\_

15. 다음 포그슨의 공식에 의하면 2등성인 별의 밝기는 4등성의 밝기의 약 몇 배인가? (단, 별의 각 등급 간의 밝기의 비는 일정하고,  $100^{\frac{2}{5}} \approx 2.5^2$  이다.)

기원전 그리스의 히파르코스(Hipparchos, 190? ~ 125?B.C)는 눈에 보이는 별들을 밝기에 따라 가장 밝은 별(1등성)에서 가장 어두운 별(6등성)까지 6등급으로 분류하였다. 그 후 1등성의 밝기는 6등성의 밝기의 약 100배임을 알게 되었다. 1856년에도 유도된 포그슨의 공식(Pogson's formula)에 의하면 별의 등급 ( $m$ )과 별의 밝기 ( $L$ ) 사이의 관계는 다음과 같다.

$$m = -\frac{5}{2} \log L + C \quad (C \text{는 상수})$$

- ① 2.5      ② 5      ③ 6.25      ④ 7.5      ⑤ 8

16. 오른쪽 그림과 같이  $\overline{OP} = \overline{OQ} = 2$ 인 직각이등변 삼각형  $OPQ$ 에 정사각형  $OA_1B_1C_1$ 을 내접시킨다. 다시 직각이등변삼각형  $A_1PB_1$ 에 정사각형  $A_1A_2B_2C_2$ 를 내접시킨다. 이와 같은 시행을 5회 반복할 때 만들어지는 정사각형의 넓이의 총합은?



$$\textcircled{1} \quad \frac{3}{4} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5 \right\}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{4}{3} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^5 \right\}$$

$$\textcircled{3} \quad \left\{ 1 + \left(\frac{1}{4}\right)^5 \right\}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{4}{3}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{4}{3} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^5 \right\}$$

17.  $n$ 이 자연수일 때,  $n + (n - 1)2 + (n - 2)2^2 + \cdots + 2 \cdot 2^{n-2} + 2^{n-1}$ 의 값은?

- ①  $2^{n+1}$       ②  $2^{n+1} - n$       ③  $2^{n+1} - n - 2$   
④  $2^n + n2$       ⑤  $2^n n + 2$

18. 다음 군수열에서 제 10군의 총합은?

$$(1), (2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9, 10), \dots$$

- ① 154      ② 255      ③ 308      ④ 505      ⑤ 1010

19. 자연수로 이루어진 순서쌍의 수열  
 $(1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (1, 4),$   
 $(2, 3), (3, 2) (4, 1), (1, 5), \dots$ 에서 두 수가 모두 한 자리의 자연수로 이루어진 순서쌍의 총 개수를 구하여라.

▶ 답: \_\_\_\_\_

20. 다음은 임의의 자연수  $n$ 에 대하여 부등식  $\frac{5^n + 3^n}{2} \geq 4^n$ 이 성립함을 증명하는 과정이다.

(i)  $n = 1$  일 때,  
(좌변) =  $\frac{5+3}{2} = 4$ , (우변) =  $4^1 = 1$   
이므로 주어진 부등식은 성립한다.

(ii)  $n = k$  일 때 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면

$$\frac{5^k + 3^k}{2} \geq \boxed{(가)}$$

위의 식의 양변에 4를 곱하면

$$4 \cdot \frac{5^k + 3^k}{2} \geq 4 \cdot \boxed{(가)}$$

$$\begin{aligned} &\text{○} \text{으로} \\ &\frac{5^{k+1} + 3^{k+1}}{2} - 4^{k+1} \geq \frac{5^{k+1} + 3^{k+1}}{2} - 4 \cdot \frac{5^k + 3^k}{2} \end{aligned}$$

$$= \boxed{(나)} \geq 0$$

따라서,  $n = k + 1$  일 때에도 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 성립 한다.

위의 증명 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

①  $4^k, 5^k - 3^k$       ②  $4^{k+1}, 5^k - 3^k$

③  $4^k, 5^k + 3^k$       ④  $4^{k+1}, 5^k + 3^k$

⑤  $4^{k+1}, 5^{k+1} - 3^{k+1}$

21. 상용로그  $\log x$ 의 소수 부분을  $f(x)$ 라 하자.  $0 < f(x) < \frac{1}{4}$  일 때,  
 $f(x^2) + f\left(\frac{\sqrt{10}}{x^2}\right)$ 의 값은?

①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤ 1

22. 그림과 같이 두 직선  $l, m$ 에 동시에 접하는 원  $C_1$ 이 있다. 원  $C_1$ 의 중심을 지나고 직선  $l, m$ 에 동시에 접하면서  $C_1$ 보다 큰 원을  $C_2$ 라 하자. 원  $C_2$ 의 중심을 지나고 직선  $l, m$ 에 동시에 접하면서  $C_2$ 보다 큰 원을  $C_3$ 라 하자. 이와 같은 방법으로 원  $C_k$ 의 중심을 지나고 직선  $l, m$ 에 동시에 접하면서  $C_k$ 보다 큰 원을  $C_{k+1}$ 이라 하자. ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ) 원  $C_1$ 의 넓이가 1, 원  $C_5$ 의 넓이가 4일 때, 원  $C_{19}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: \_\_\_\_\_

23. 그림과 같이 넓이가 1인 정삼각형 모양의 타일을 다음과 같은 규칙으로 붙인다.

[1단계] : 정삼각형 모양의 타일을 한 개 붙인다.

[ $n$  단계] :  $n - 1$  단계에서 붙여진 타일의 바깥쪽 테두리의 각 변에 정삼각형 모양의 타일을 붙힌다.

이와 같이 10단계를 시행했을 때, 타일로 덮인 부분의 전체의 넓이를 구하여라.



▶ 답: \_\_\_\_\_

**24.**  $x = \frac{1}{2}(2014^{\frac{1}{n}} - 2014^{-\frac{1}{n}})$  ( $n$ 은 자연수) 일 때,  $(x - \sqrt{1 + x^2})^n$  을 간단히 하면?

- ①  $2014^{-1}$       ②  $(-1)^n \cdot 2014$       ③  $2014$   
④  $2014^n$       ⑤  $(-1)^n \cdot 2014^{-1}$

25. 6개월에 5%의 이율로 복리로 계산하는 예금에 5년 간 예치하여 찾을 때 원리합계는 원금의 몇 배인지 구하여라. (소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하고, 아래의 상용로그표를 이용하여라.)

수	0	1	2	3	4	5	...	비례부분								
								1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	...	...	.0086	.0128	.0170	.0212	...	4	8	12	17	21	25	29	33	37
1.6	...	...	.2095	.2122	.2148	.2175	...	3	5	8	11	13	16	18	21	27

▶ 답: \_\_\_\_\_