1. $\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{8}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{8}$ 에서

$x^{\frac{3}{8}} = 2\sqrt{2}$

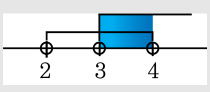
$x = (2\sqrt{2})^{\frac{8}{3}} = (2^{\frac{3}{2}})^{\frac{8}{3}} = 2^4 = 16$

2. $\log_{x-3}(-x^2+6x-8)$이 정의되기 위한 실수 x의 값의 범위를 구하면?

① $3 < x < 4$　② $5 < x < 7$　③ $-1 < x < 3$
④ $x > 0$　⑤ $2 < x < 5$

해설

$x-3 \neq 1,\ x-3 > 0,$
$-x^2+6x-8 > 0$이므로
$x \neq 4,\ x > 3$
$x^2-6x+8 < 0$
$2 < x < 4$



$\therefore 3 < x < 4$

3. $\log(x-1)(x-2) = \log(x-1) + \log(x-2)$일 때, $|x-1| + |x-2|$를 간단히 하면?

① 3 ② $2x$

③ $2-3x$ 또는 $3x-2$ ④ $3-2x$

⑤ $2x-3$

해설

$x-1>0,\ x-2>0$이므로

$|x-1|+|x-2| = x-1+x-2 = 2x-3$

4. $5^{\log_5 2+3\log_5 3-\log_5 6}$ 의 값은?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 9

해설

$5^{\log_5 2+3\log_5 3-\log_5 6}$

$= 5^{\log_5 2+\log_5 3^3-\log_5 6}$

$= 5^{\log_5 \frac{2\times3^3}{6}} = 5^{\log_5 3^2} = 9$

5. $\log_3 2 = a$, $\log_3 5 = b$라고 할 때, $\log_8 125$를 a, b로 나타내면?

① $1-2b$ ② $2b-a$ ③ $a-b$
④ $\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{a}{b}$

해설

$\log_3 2 = a \quad \log_3 5 = b$
$\log_8 125 = \log_{2^3} 5^3 = \log_2 5$
$= \frac{\log_3 5}{\log_3 2} = \frac{b}{a}$

6. 1이 아닌 양수 p와 세 양수 x, y, z에 대하여 $\log_p x + 2\log_{p^2} y + 3\log_{p^3} z = -3$가 성립할 때, xyz의 값은?

① $\dfrac{1}{p^3}$　② $\dfrac{1}{2p}$　③ $\dfrac{1}{2}$　④ $2p$　⑤ p^2

해설

$\log_p x + 2\log_{p^2} y + 3\log_{p^3} z$

$= \log_p x + \dfrac{2}{2}\log_p y + \dfrac{3}{3}\log_p z$

$= \log_p xyz = -3$

$\therefore xyz = p^{-3} = \dfrac{1}{p^3}$

7. 상용로그 $\log 6.3$ 은 0.80 이고, $a = \log 6300$, $\log b = -1.20$ 일 때, $a + 10b$ 의 값은?

① 3.80 ② 4.04 ③ 4.28 ④ 4.32 ⑤ 4.43

해설

$a = \log 6300 = \log(1000 \times 6.3) = 3 + \log 6.3 = 3.80$ 이고
$\log b = -1.20 = -2 + 0.80 = \log 0.01 + \log 6.3$
$= \log 0.063$ 이므로 $b = 0.063$
$\therefore a + 10b = 3.80 + 0.63 = 4.43$

8. $\log 4.02 = 0.6042$ 일 때, $\log 4020^{10}$ 의 정수 부분과 소수 부분을 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36, 0.042

해설

$\log 4020^{10} = 10 \log 4020$
$= 10 \log(4.02 \times 1000)$
$= 10(\log 4.02 + \log 1000)$
$= 10(0.6042 + 3)$
$= 10 \times 3.6042 = 36.042$

9. $\log_5 250 = n + \alpha$(n은 정수, $0 \le a < 1$)라고 할 때, $n \times 25^{\alpha}$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$125 < 250 < 625$ 이므로
$\log_5 5^3 < \log_5 250 < \log_5 5^4$
$\log_5 250$ 의 정수부분은 $n = 3$ 이고
소수부분은 $\alpha = \log_5 250 - \log_5 125 = \log_5 \frac{250}{125} = \log_5 2$
따라서 $25^{\alpha} = 25^{\log_5 2} = 4$ 이므로 25^{α} 의 값과 정수부분 n 의 곱은
$3 \times 4 = 12$ 이다.

10. $3^a=2,\ 3^b=7$일 때, $\log_6 84$를 $a,\ b$로 나타내면?

① $\dfrac{2a+b+1}{a+1}$ ② $\dfrac{a+2b+1}{b+1}$ ③ ab
④ $\dfrac{2a+b-1}{a+1}$ ⑤ $\dfrac{2a+b-1}{b+1}$

해설

$3^a=2$이므로 $a=\log_3 2,\ 3^b=7$이므로 $b=\log_3 7$

$\therefore\ \log_6 84=\dfrac{\log_3 84}{\log_3 6}=\dfrac{\log_3(2^2\times3\times7)}{\log_3(2\times3)}$

$=\dfrac{\log_3 2^2+\log_3 3+\log_3 7}{\log_3 2+\log_3 3}$

$=\dfrac{2\log_3 2+1+\log_3 7}{\log_3 2+1}=\dfrac{2a+b+1}{a+1}$

11. $\log_{10} 2 = 0.301$ 일 때,
$\dfrac{10(\log_{10} 0.8 - \log_{10} 32 + \log_{10} 8)}{\log_{10} 0.7 + \log_{10} 7 - \log_{10} 49}$ 의 값은?

① 3.01　② 6.02　③ 6.99　④ 9.03　⑤ 10

해설

$$\frac{10(\log_{10} 0.8 - \log_{10} 32 + \log_{10} 8)}{\log_{10} 0.7 + \log_{10} 7 - \log_{10} 49}$$

$$= \frac{10\left(\log_{10} \frac{8}{10} - \log_{10} 32 + \log_{10} 8\right)}{\log_{10} \frac{7}{10} + \log_{10} 7 - \log_{10} 49}$$

$$= \frac{10 \log_{10}\left(\frac{8}{10} \times \frac{1}{32} \times 8\right)}{\log_{10}\left(\frac{7}{10} \times 7 \times \frac{1}{49}\right)}$$

$$= \frac{10 \log_{10} \frac{2}{10}}{\log_{10} \frac{1}{10}} = \frac{10(\log_{10} 2 - 1)}{\log_{10} 10^{-1}}$$

$$= \frac{10(0.301 - 1)}{-1} = 6.99$$

12. 다음 상용로그표를 이용하여 $\log \sqrt[3]{0.138}$ 의 소수 부분을 구하여라.

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.7133

해설

상용로그표에서 $\log 1.38 = 0.1399$ 이므로

$$\log \sqrt[3]{0.138} = \frac{1}{3}\log 0.138 = \frac{1}{3}\log(1.38 \times 10^{-1})$$ 따 라 서

$$= \frac{1}{3}(\log 1.38 - 1) = \frac{1}{3}(0.1399 - 1)$$

$$= -0.2867 = -1 + 0.7133$$

$\log \sqrt[3]{0.138}$ 의 소수 부분은 0.7133 이다.

13. $\log \frac{1}{A^2}$ 의 정수 부분이 -3 인 자연수 A 의 개수는? (단, $\sqrt{10} = 3.16$ 으로 계산한다.)

① 15개 ② 18개 ③ 21개 ④ 24개 ⑤ 27개

해설

$\log \frac{1}{A^2}$ 의 정수 부분이 3 이므로

$-3 \le \log \frac{1}{A^2} < -2$, $-3 \le -2\log A < -2$

$1 < \log A \le \frac{3}{2}$, $\log 10 < \log A \le \log 10^{\frac{3}{2}}$

$\therefore\ 10 < A \le 10^{\frac{3}{2}} = 10\sqrt{10} = 31.6$

따라서 구하는 자연수의 개수는 $31 - 10 = 21$(개)

14. $\log 0.008$ 의 정수 부분을 x, 소수 부분을 y 라 할 때, $x + 10^y$ 의 값은?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 9

해설

$\log 0.008 = \log 8 - \log 1000$

$= \log 8 - 3 = -3 + \log 8$

따라서 $x = -3$ 이고, $y = \log 8$ 이므로

$x + 10^y = -3 + 10^{\log 8} = -3 + 8 = 5$

15. 다음 두 조건을 만족하는 양수 x의 값을 모두 곱하면 10^k이다. 이때, k의 값은?

· x는 세 자리 정수이다.
· $\log x^2$와 $\log^{\frac{1}{x}}$의 소수부분은 같다.

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

x의 정수부분이 세 자리이므로 $\log x$의 정수부분은 2이다.

$2 \le \log x < 3 \cdots$ ㉠

$\log x^2$과 $\log \frac{1}{x}$의 소수부분이 같으므로 $\log x^2 - \log \frac{1}{x}$의 값은 정수이어야 한다.

$\log x^2 - \log \frac{1}{x} = 2\log x + \log x = 3\log x$(정수)

㉠에 의하여 $6 \le 3\log x < 9$이므로

$3\log x = 6$ 또는 $3\log x = 7$ 또는 $3\log x = 8$

$\log x = 2$ 또는 $\log x = \frac{7}{3}$ 또는 $\log x = \frac{8}{3}$

따라서 $10^2 \cdot 10^{\frac{7}{3}} \cdot 10^{\frac{8}{3}} = 10^{2+\frac{7}{3}+\frac{8}{3}} = 10^7$

$\therefore\ k = 7$

16. *Richter*는 지진의 규모를 M, 지진의 진앙지로부터 100km 떨어진 곳에서 측정한 지진의 강도를 I라 할 때, $M = \log_{10} \frac{I}{S}$ (단, S는 상수)로 나타내기로 했다. 지난 5월 12일 중국 쓰촨성에서 발생한 지진의 규모가 8.0이었고, 도호쿠 지진의 강도는 7.2이었다. 이때, 쓰촨성 지진의 강도는 도호쿠 지진의 강도의 몇 배인가?

<상용로그표>

수	0	1	2	3	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
6.1	.7853	.7860	.7868	.7875	$\cdots$
6.2	.7924	.7931	.7938	.7945	$\cdots$
6.3	.7993	.8000	.8007	.8014	$\cdots$
6.4	.8062	.8069	.8075	.8082	$\cdots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

① 6.15 ② 6.20 ③ 6.26 ④ 6.31 ⑤ 6.35

해설

쓰촨성 지진의 강도를 I_1, 도호쿠의 지진의 강도를 I_2라 하면

$\log_{10} \frac{I_1}{S} = 8.0 \cdots$ ㉠

$\log_{10} \frac{I_2}{S} = 7.2 \cdots$ ㉡

㉠−㉡에서 $\log_{10} \frac{I_1}{I_2} = 0.8 = \log_{10} 6.31$

$\therefore \frac{I_1}{I_2} = 6.31$

17. 어느 도시의 최근 인구 증가율은 연평균 4% 라고 한다. 이 도시의 인구가 이러한 추세로 증가한다면 10년 후의 이 도시의 인구는 현재의 k배이다. 이때, $100k$의 값을 구하여라. (단, $\log 1.04 = 0.017, \log 1.48 = 0.17$로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 148

해설

일정한 비율로 증가하거나 감소한 후의 양을 지수의 식으로 나타낸다.
현재 이 도시의 인구의 수를 A라 하면 10년 후의 이 도시의 인구의 수는 kA이다.
$A(1+0.04)^{10} = kA, 1.04^{10} = k$
이 식의 양변에 상용로그를 취하면
$\log 1.04^{10} = \log k$
이 때, $10\log 1.04 = 10 \times 0.017$이므로
$\log k = 0.17 \quad \therefore\ k = 1.48$
$\therefore 100k = 148$

18. 세 수 $A = 3^{\log_3 9 - \log_3 3}$, $B = \log_3 5 + \log_3 4$, $C = \log_4 2 + \log_3 3$의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $B < C < A$ ⑤ $C < B < A$

해설

$A = 3^{\log_3 9 - \log_3 3} = 3^{2-1} = 3$
$B = \log_3 5 + \log_3 4 = \log_3 20$
이때, $\log_3 9 < \log_3 20 < \log_3 27$이므로 $2 < \log_3 20 < 3$
$C = \log_4 2 + \log_3 3 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$
$\therefore\ C < B < A$

19. 다음은 2.3^9 의 값을 구하는 과정이다.

$\log 2.3^9 = 9\log 2.3 = $ (㉠) $\log 1.8 = 0.2553$ 이므로 $\log 2.3^9 = 3 + 0.2553$ $= 3 + \log 1.8$ $= \log($㉡$)$ $\therefore 2.3^9 = $ (㉡)

위의 과정에서 (㉠), (㉡) 에 알맞은 수를 차례로 나열한 것은? (단, $\log 1.8 = 0.2553,\ \log 2.3 = 0.3617$)

① $3.2553, 1800$ ② $3.2553, 180$ ③ $4.2553, 2800$
④ $4.52553, 280$ ⑤ $5.2553, 18000$

해설

$\log 2.3 = 0.3617$ 이므로
$\log 2.3^9 = 9\log 2.3 = 9 \times 0.3617 = 3.2553$
$\log 1.8 = 0.2553$ 이므로
$\log 2.3^9 = 3 + 0.2553$
$= 3 + \log 1.8 = \log 10^3 + \log 1.8$
$= \log(10^3 + 1.8) = \log 1800$
따라서 $2.3^9 = 1800$

20. 서로 다른 두 양수 $a,\ b$에 대하여 $\log a$와 $\log b$의 정수 부분이 같고 소수 부분의 합이 1이다. $\log a^3b^2$의 정수 부분이 17일 때, ab의 값은?

① 10^5　② 10^6　③ 10^7　④ 10^8　⑤ 10^9

해설

$\log a$와 $\log b$의 정수 부분이 같으므로
$\log a = n + \alpha(0 \le \alpha < 1), \log b = n + \beta(0 \le \beta < 1)$라 하자.
$\log a^3b^2 = 3\log a + 2\log b$
$= 3(n+\alpha) + 2(n+\beta)$
$= 5n + 3\alpha + 2\beta$
$= 5n + 2(\alpha+\beta) + \alpha$
$= 5n + 2 + \alpha(\because\ \alpha + \beta = 1)$
$\log a^3b^2$의 정수 부분이 17이므로 $5n + 2 = 17$
$5n = 15,\ n = 3$
따라서 $\log a = 3 + \alpha,\ \ \log b = 3 + \beta$이므로
$a = 10^{3+\alpha},\ b = 10^{3+\beta}$
$ab = 10^{3+\alpha} \cdot 10^{3+\beta} = 10^{\alpha+\beta+6} = 10^7$

21. 첫째항과 공비가 양수인 등비수열의 l째 항, m째 항, n째 항의 값을 각각 X, Y, Z라 할 때, $(m-n)\log X+(n-l)\log Y+(l-m)\log Z$의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1

④ $l+m+n$ ⑤ lmn

해설

첫째항이 a이고, 공비가 r인 등비수열이라고 하면,

$X=ar^{l-1},\ Y=ar^{m-1},\ Z=ar^{n-1}$

$(m-n)\log X+(n-1)\log Y+(l-m)\log Z$

$=(m-n)\left\{\log a+(l-1)\log r\right\}$

$\quad+(l-m)\left\{\log a+(n-1)\log r\right\}$

$\quad+(n-l)\left\{\log a+(m-1)\log r\right\}$

$=(m-n+n-l+l-m)\log a$

$\quad+\left\{(m-n)(l-1)+(l-m)(n-1)+(n-l)(m-1)\right\}\log r$

$=0\log a+(ml-m-nl+n+nl-l-mn+m$

$\quad+nm-n-ml+l)\log r$

$=0$

22. 사람의 기억력은 시간이 지남에 따라 점점 떨어진다. 현재의 기억양을 100이라 할 때, 현재의 기억량 중 t개월이 지난 후까지 남는 양은 $\log_2 \frac{2^{100}}{(t+1)^k}$($k$는 상수) 이라 한다. 9개월이 지난 후까지 남는 기억량이 현재 기억량의 $\frac{3}{4}$일 때, $10k$의 값을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$으로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 75

해설

현재 기억량을 100이라 할 때, 9개월이 지난 후까지 남는 기억량이 현재 기억량의 $\frac{3}{4}$이므로 $\log_2 \frac{2^{100}}{(9+1)^k} = \frac{3}{4} \times 100$

$100 - k\log_2 10 = 75$

$k = \frac{25}{\log_2 10} = 25\log_{10} 2 = 25 \times 0.3 = 7.5$

$\therefore 10k = 75$

23. 서로 다른 소수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $\log_3(a-1)+2\log_9(6-b)=\log_3 c$일 때, $a+b+c$의 값은?

① 10　② 11　③ 12　④ 13　⑤ 14

해설

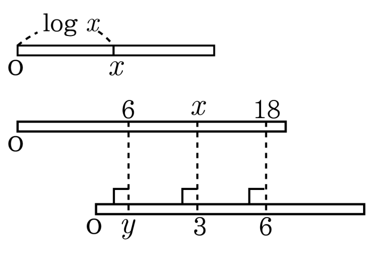
$\log_3(a-1)+2\log_9(6-b)=\log_3 c$
$\log_3(a-1)+\log_3(6-b)=\log_3 c$
$\log_3(a-1)(6-b)=\log_3 c$
$\therefore\ (a-1)(6-b)=c\ \cdots$ ㉠
c는 소수이므로 $a-1=1$ 또는 $6-b=1$이어야 한다.

(i) $a-1=1$일 때, $a=2$이므로 ㉠에 대입하면
$6-b=c,\ b+c=6$
이때, $b+c=6$을 만족하는 서로 다른 소수 $b,\ c$는 존재하지 않는다.

(ii) $6-b=1$일 때, $b=5$이므로 ㉠에 대입하면
$a-1=c,\ a=c+1$
$a=c+1$을 만족하는 소수는 $a=3,\ c=2$이다.

(i), (ii)에서 $a=3,\ b=5,\ c=2$이므로 $a+b+c=10$

24. 아래쪽 그림과 같이 점 O를 시점으로 하여 거리가 $\log x(x>1)$가 되는 곳의 눈금을 x로 정한 자가 있다. 같은 종류의 두 개의 자의 눈금이 아래 그림과 같이 일치하였을 때, $x-2y$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

위의 그림과 같이 자 A에서 원점에서 거리가 6인 지점을 L, x인 지점을 M, 18인 지점을 N, 자 B에서 원점에서 거리가 y인 지점을 P, 3인 지점을 Q, 6인 지점을 R이라 하면

$\mathrm{MN}=\mathrm{QR}$이므로 $\log 18=\log x=\log 6-\log 3$에서 $\log \frac{18}{x}=\log \frac{6}{3}$

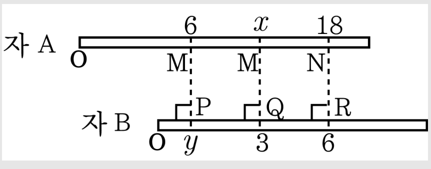
$\therefore\ x=9$

$\mathrm{LN}=\mathrm{PR}$이므로

$\log 18-\log 6=\log 6-\log y$에서

$\log \frac{18}{6}=\log \frac{6}{y}\quad \therefore\ y=2$

$\therefore\ x-2y=9-4=5$



25. 3^{37} 은 m 자리의 자연수이고, 최고 자리의 숫자는 n 이다. 이때, $m+n$ 의 값은?

① 19　　② 80　　③ 21　　④ 22　　⑤ 23

해설

$\log 3^{37} = 37\log 3 = 37 \times 0.4771 = 17.6527$
$\log 3^{37}$ 의 지표가 17 이므로 3^{37} 은 18 자리의 수이다.
$\therefore m = 18$
$\log 3^{37}$ 의 가수가 0.6527 이고
$\log 4 = 2\log 2 = 0.6020$,
$\log 5 = 1 - \log 2 = 0.6990$ 이므로
$\log 4 < 0.6527 < \log 5$
$17 + \log 4 < 17.6527 < 17 + \log 5$
$\log(4 \times 10^{17}) < \log 3^{37} < \log(5 \times 10^{17})$
따라서 $4 \times 10^{17} < 3^{37} < 5 \times 10^{17}$ 이므로
3^{37} 의 최고 자리의 숫자는 4 이다.
$\therefore\ n = 4$
$\therefore\ m + n = 18 + 4 = 22$