

1. 다음 두 수의 최대 공약수와 최소공배수를 각각 구하여라.

$$\begin{array}{l} 2 \times 3 \times 3 \times 5 \\ 2 \times 5 \times 5 \times 7 \end{array}$$

- ① 최대공약수 : 2, 최소공배수 : 90
- ② 최대공약수 : 3, 최소공배수 : 1050
- ③ 최대공약수 : 5, 최소공배수 : 350
- ④ 최대공약수 : 6, 최소공배수 : 90
- ⑤ 최대공약수 : 10 , 최소공배수 : 3150

해설

$$\begin{array}{l} \text{최대공약수 : } 2 \times 5 = 10 \\ \text{최소공배수 : } 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3150 \end{array}$$

2. 세 수 2×7^2 , $2^2 \times 7 \times 11$, 5×11^2 의 최소공배수는?

① $2 \times 5 \times 7 \times 11$

② $2^2 \times 3 \times 7 \times 11^2$

③ $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 11 \times 13$

④ $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$

⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7^3 \times 11^2$

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$ 이다.

3. 두 분수 $\frac{1}{12}$ 과 $\frac{1}{15}$ 의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 수는?

① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

해설

두 분수에 곱하여 자연수가 되게 하는 n 은 12와 15의 공배수이다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
 n 의 값 중 가장 작은 수는 60이다.

4. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 12, 30

② 13, 39

③ 7, 15

④ 6, 12

⑤ 12, 15

해설

- ① 12와 30의 최대공약수는 6이다.
- ② 13과 39의 최대공약수는 13이다.
- ④ 6과 12의 최대공약수는 6이다.
- ⑤ 12과 15의 최대공약수는 3이다.

5. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누어주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 13 명 ④ 12 명 ⑤ 11 명

해설

$56 = 2^3 \times 7$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $70 = 2 \times 5 \times 7$
56, 84, 70 의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$

6. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3 개이다.

7. $2^2 \times 3 \times 5$, $2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수가 아닌 것은?

- ① $2^3 \times 3^2 \times 5$ ② $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ ③ $2^3 \times 3 \times 5$
④ $2^2 \times 3^2 \times 5$ ⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^2 \times 3 \times 5, 2 \times 3^2 \times 5$ 의 공배수는 두 수의 최소공배수인 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

8. 가로가 18cm, 세로가 12cm 인 직사각형 모양의 종이가 여러 장 있다. 이 종이들을 이어 붙여서 가장 작은 정사각형의 모양을 만들려고 한다. 직사각형 모양의 종이는 모두 몇 장이 필요한지 구하여라.

▶ 답: 장

▶ 정답 : 6장

해설

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 18 \ 12} \\ \underline{ 3 2} \end{array}$$

한 변의 길이가 36cm 인 정사각형 모양을 만들어야 하므로 $3 \times 2 = 6$ (장)이 필요하다.

9. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 자연수 중에서 가장 작은 것은?

① 60 ② 63 ③ 120 ④ 123 ⑤ 180

해설

구하는 수는 (4, 5, 6의 최소공배수) + 3
4, 5, 6의 최소공배수는 60 이므로
 $60 + 3 = 63$ 이다.

10. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$

11. 어떤 수와 28 의 최대공약수는 14 이고 최소공배수는 84 일 때, 어떤 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$$\begin{aligned}(\text{어떤수}) \times 28 &= 14 \times 84 \\ \therefore (\text{어떤수}) &= 42\end{aligned}$$

12. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 의 최대공약수는?

- ① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$ ② $2^3 \times 3^2 \times 5$ ③ $2^2 \times 3 \times 5$
④ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ⑤ $2^3 \times 3^3 \times 5^3$

해설

$2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5^2$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

13. 가로 길이가 200cm, 세로 길이가 120cm인 직사각형 모양의 욕실 바닥에 남은 부분이 없도록 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이를 a , 필요한 타일의 개수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 55 ② 57 ③ 58 ④ 64 ⑤ 70

해설

200, 120의 최대공약수는 40이므로 타일 한 변의 길이는 $a = 40(\text{cm})$

$200 \div 40 = 5$, $120 \div 40 = 3$ 이므로 필요한 타일의 개수는 $b = 5 \times 3 = 15$ (개)

$\therefore a + b = 40 + 15 = 55$

14. 어떤 자연수로 65 를 나누면 7 이 부족하고 140 을 나누면 4 가 부족하고, 210 을 나누면 6 이 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것은?

① 6 ② 12 ③ 36 ④ 42 ⑤ 72

해설

$65 + 7 = 72$, $140 + 4 = 144$, $210 + 6 = 216$ 의 최대공약수는 72 이다.

15. 어떤 역에는 각각 30 분, 18 분, 45 분 간격으로 출발하는 세 종류의 열차가 있다. 오전 7시에 세 열차가 동시에 출발하였을 때, 오후 7시까지 몇 번 더 동시에 출발하는지 구하여라.

▶ 답 : 번

▷ 정답 : 8번

해설

30, 18, 45의 최소공배수는 90이므로, 세 열차는 90분마다 동시에 출발한다.

$$12 \times 60 \div 90 = 8(\text{번})$$

오전 7시에 동시에 출발하고 오후 7시까지 8번 더 동시에 출발한다.

16. 서로 맞물려 돌아가는 두 톱니바퀴 A, B의 톱니의 수는 각각 36개, 60개이다. 톱니바퀴 A가 한 번 회전하는데 7분이 걸린다고 할 때, 두 톱니가 같은 이에서 처음으로 맞물리는 때는 회전을 시작하고 몇 분 후인지 구하여라.

▶ 답: 분 후

▶ 정답 : 35분 후

해설

다시 맞물릴 때까지 돌아간 톱니의 개수는 36, 60의 최소공배수인 180개이므로, 톱니바퀴 A는 $180 \div 36 = 5$ (번) 회전해야 한다. 따라서 두 톱니바퀴가 다시 맞물리는 때는 $5 \times 7 = 35$ (분) 후이다.

17. 두 자연수 $2^2 \times 5^2 \times 15$, $2^2 \times 5^{\square} \times 14$ 의 공약수의 개수가 12개일 때 $\square$ 안에 들어가기에 적당하지 않은 수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$2^2 \times 5^3 \times 3$, $2^3 \times 5^{\square} \times 7$ 공약수의 개수가 12 개이므로 $2^2 \times 5^x$ 에서 $3 \times (x + 1) = 12 \quad \therefore x = 3$ 따라서, 최대공약수는 $2^2 \times 5^3$
 $\therefore \square \geq 3$

18. 세 자연수 $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수가 108 일 때, A 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

세 자연수의 최소공배수가 108 이고, $108 = 2^2 \times 3^3$ 이므로 $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수와 $2^2 \times 3^3$ 가 같으면 된다. $2^2 \times A$, $2 \times 3 \times A$, $3^2 \times A$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times A$ 이므로 $2^2 \times 3^3$ 와 비교하면 A 는 3 이다.

19. 세 수 $12, 18, a$ 의 최소공배수가 396 일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$, $396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$ 이므로,
 a 값이 될 수 있는 수는 $2^x \times 3^y \times 11$ (x, y 는 0 또는 1 또는 2)
이며,
최솟값을 가질 때는 x, y 가 0 일 때이므로 a 의 최솟값은 11 이다.

20. $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면?

① 12

② 10

③ 8

④ 7

⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.