

1. 등차수열 a_n 의 일반항이 $a_n = 3n + 6$ 일 때, 첫째 항 a 와 공차 d 는?

① $a = 3, d = -3$

② $a = 3, d = 3$

③ $a = 6, d = 3$

④ $a = 9, d = 3$

⑤ $a = 9, d = -3$

해설

$$a_n = 3n + 6 \text{ 이므로}$$

$$a_1 = 3 \cdot 1 + 6 = 9,$$

$$a_2 = 3 \cdot 2 + 6 = 12 \text{ 이므로}$$

$$d = a_2 - a_1 = 3$$

2. 첫째항이 -10 , 공차가 -3 인 등차수열의 일반항 a_n 을 구하면?

① $-3n - 7$

② $-3n - 5$

③ $-n - 7$

④ $-n - 5$

⑤ $-n + 3$

해설

$$a_n = -10 + (n - 1) \cdot (-3) = -3n - 7$$

3. $a_n = 3 \cdot 2^{1-2n}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항과 공비 r 을 차례대로 구하면?

① $\frac{3}{2}, \frac{1}{4}$

② $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$

③ 3, 2

④ 3, 4

⑤ 3, $\frac{1}{2}$

해설

$$a_1 = 3 \cdot 2^{1-2} = \frac{3}{2}, \quad a_2 = 3 \cdot 2^{1-2 \cdot 2} = \frac{3}{8}$$

$$\therefore r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore a_1 = \frac{3}{2}, \quad r = \frac{1}{4}$$

4. 첫째항이 $\frac{1}{4}$, 끝항이 $\frac{1}{16}$, 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열의 항의 개수는?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$a_n = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{16}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$n - 1 = 2$$

$$n = 3$$

5. 첫째항이 1, 공비가 2, 끝항이 512인 등비수열의 합은?

① 511

② 512

③ 1023

④ 1024

⑤ 2047

해설

$$512 = 1 \cdot 2^{n-1} \text{ 에서 } n = 10$$

$$\therefore a = 1, r = 2, n = 10$$

$$\therefore S_{10} = \frac{1 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} = 1023$$

6. 등차수열 2, a_1 , a_2 , $a_3, \dots$, a_{100} , 305에서 공차는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

등차수열 2, a_1 , a_2 , a_3 , $\dots$, a_{100} , 305에서 공차를 d 로 놓으면
305는 제 102항이므로

$$305 = 2 + (102 - 1)d$$

$$\therefore d = \frac{303}{101} = 3$$

7. 이차방정식 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, α, β 의 등차중항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 6$ 이므로 α, β 의 등차중항은

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

8. 세 수 $5 - 2x$, $4 - x$, $6 + 3x$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 1

해설

$5 - 2x$, $4 - x$, $6 + 3x$ 가 등차수열을 이루면 $4 - x$ 가 등차중항이므로

$$4 - x = \frac{(5 - 2x) + (6 + 3x)}{2}$$

$$2(4 - x) = 5 - 2x + 6 + 3x$$

$$8 - 2x = 11 + x$$

$$-3x = 3 \quad \therefore x = -1$$

9. 세 수 $-7 + 2x$, $5 + x$, $5 - 4x$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 1

해설

$-7 + 2x$, $5 + x$, $5 - 4x$ 가 등차수열을 이루면 $5 + x$ 가 등차중항
이므로

$$2(5 + x) = -7 + 2x + 5 - 4x$$

$$4x = -12$$

$$\therefore x = -3$$

10. 조화수열 $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \dots$ 의 일반항은?

① $2n - 1$

② $2n + 1$

③ $\frac{3}{n}$

④ $\frac{6}{n}$

⑤ $\frac{1}{2n + 1}$

해설

주어진 조화수열을 $\{a_n\}$ 이라고 하면,

$\left\{ \frac{1}{a_n} \right\}$ 은 등차수열이다.

$$\left\{ \frac{1}{a_n} \right\} = 3, 5, 7, 9, \dots$$

등차수열 $\left\{ \frac{1}{a_n} \right\}$ 의 일반항은 $2n + 1$

따라서 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $\frac{1}{2n + 1}$

11. 첫째항이 1, 공비가 8인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = \log_2 a_n$ 으로 정의할 때, 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 135

해설

$$a_n = 8^{n-1} = (2^3)^{n-1} = 2^{3n-3}$$

$$b_n = \log_2 a_n = \log_2 2^{3n-3}$$

b_n 은 첫째항이 0, 공차가 3인 등차수열

$$\begin{aligned}\therefore S_{10} &= \frac{10 \{2 \cdot 0 + (10 - 1) \cdot 3\}}{2} \\ &= 5 \cdot 27 = 135\end{aligned}$$

12. 3과 75의 등비중항을 x , 3과 75의 등차중항을 y 라 할 때, $x + y$ 의 값은?

① 45

② 48

③ 49

④ 50

⑤ 54

해설

x 는 3과 75의 등비중항이므로

$$x^2 = 3 \times 75 = 15^2$$

$$\therefore x = 15$$

y 는 3과 75의 등차중항이므로

$$2y = 3 + 75 = 78$$

$$\therefore y = 39$$

$$\therefore x + y = 15 + 39 = 54$$

13. 세 수 $x-4$, x , $x+8$ 이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

x 가 $x-4$, x , $x+8$ 의 등비중항이므로

$$x^2 = (x-4)(x+8), x^2 = x^2 + 4x - 32$$

$$4x = 32 \therefore x = 8$$

14. 양수 a, b 에 대하여 세 수 $\log 2, \log a, \log 8$ 이 이 순서로 등차수열을 이루고, 세 수 $a, b, 16$ 이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, $a + b$ 의 값은?

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

$$2 \log a = \log 2 + \log 8$$

$$a^2 = 16, \quad \therefore a = 4$$

$$b^2 = a \times 16 = 64, \quad \therefore b = 8$$

$$a + b = 4 + 8 = 12$$

15. 정삼각형 모양의 타일을 이용하여 다음 그림과 같이 각 변의 길이가 처음 삼각형의 한 변의 길이의 2배, 3배, 4배, ... 인 정삼각형 모양을 계속하여 만든다. 한 변의 길이가 처음 정삼각형의 한 변의 길이의 6배인 정삼각형을 만들 때, 필요한 타일의 개수는?



- ① 30 개 ② 32 개 ③ 34 개 ④ 36 개 ⑤ 38 개

해설

타일의 개수를 $\{a_n\}$ 이라 하면

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 4$$

$$a_3 = 9$$

$\vdots$

$$\therefore a_n = n^2$$

$$\therefore a_6 = 36$$

16. 오각형의 다섯 개의 내각을 각각 v, w, x, y, z 라 하면 $v < w < x < y < z$ 이고 순서대로 등차수열을 이룬다고 한다. 이때, x 의 값은?

① 92°

② 108°

③ 112°

④ 121°

⑤ 138°

해설

오각형의 내부는 세 개의 삼각형으로 나누어지므로
그 내각의 총합은 $v + w + x + y + z = 540^\circ$ 이다.

또한 각 내각을 등차수열의 각 항으로 표현하면

d 를 공차로 생각하여 $x - 2d, x - d, x, x + d, x + 2d$ 와 같이
표현할 수 있다. 이것을 위 식에 대입하면

$(x - 2d) + (x - d) + x + (x + d) + (x + 2d) = 540^\circ$ 이므로 $x = 108^\circ$
이다.

17. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 + a_2 = 96$, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 120$ 일 때, 첫째항부터 제 7항까지의 합은?

① 127

② 136

③ 148

④ 156

⑤ 164

해설

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_1 + a_2 = 96 \text{에서 } a + ar = 96 \cdots \textcircled{1}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 120 \text{에서 } 96 + a_3 + a_4 = 120$$

즉, $a_3 + a_4 = 24$ 이므로

$$a_3 + a_4 = ar^2 + ar^3 = r^2(a + ar)$$

$$= 96r^2 = 24$$

$$r^2 = \frac{1}{4} \quad \therefore r = \frac{1}{2} (\because r > 0)$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\frac{3}{2}a = 96 \quad \therefore a = 64$$

따라서 첫째항부터 제7항까지의 합은

$$\frac{64 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^7 \right\}}{1 - \frac{1}{2}} = 128 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^7 \right\} = 128 - 1 = 127$$

18. 두 수 A , B 에 대하여 $A = 2^{10}$, $B = 5^{10}$ 일 때, 두 수 A , B 의 곱 AB 의 양의 약수의 총합을 A 와 B 의 식으로 나타낸 것은?

① $(2A + 1)(5B + 1)$

② $(5A - 1)(5B - 1)$

③ $\frac{1}{4}(2A + 1)(5B - 1)$

④ $\frac{1}{4}(2A - 1)(5B - 1)$

⑤ $\frac{1}{2}(2A - 1)(5B - 1)$

해설

$$AB = 2^{10} \cdot 5^{10}$$

따라서 AB 의 양의 약수의 총합은

$$(1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{10})(1 + 5 + 5^2 + \cdots + 5^{10})$$

$$= \frac{2^{11} - 1}{2 - 1} \times \frac{5^{11} - 1}{5 - 1}$$

$$= (2 \cdot 2^{10} - 1) \times \frac{1}{4}(5 \cdot 5^{10} - 1)$$

$$= (2A - 1) \times \frac{1}{4}(5B - 1)$$

$$= \frac{1}{4}(2A - 1)(5B - 1)$$

19. 다현이가 1000만원을 연이율 4%의 복리로 10년간 은행에 맡겼을 때 원리합계를 구하여라. (단, $1.04^{10} = 1.48$ 로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1480만원

해설

$$\begin{aligned} & 1 \text{ 년후 원리합계는 } 1000 \text{ 만} \times (1.04)^1 \\ & (10 \text{ 년후 원리합계}) \\ & = 1000 \text{ 만} \times 1.04^{10} \\ & = 1000 \text{ 만} \times 1.48 \\ & = 1480 \text{ 만 (원)} \end{aligned}$$

20. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = 2 \cdot 3^n - 1$ 일 때, $a_1 + a_4$ 의 값은?

① 111

② 112

③ 113

④ 114

⑤ 115

해설

$n = 1$ 일 때, $a_1 = S_1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5 \dots\dots \textcircled{㉠}$

$n \geq 2$ 일 때, $a_n = S_n - S_{n-1} = 2 \cdot 3^n - 1 - (2 \cdot 3^{n-1} - 1) = 4 \cdot 3^{n-1} \dots\dots \textcircled{㉡}$

그런데 ㉡에 $n = 1$ 을 대입하면 ㉠과 다르므로 이 수열은 제2항부터 등비수열을 이룬다.

$$\therefore a_n = 4 \cdot 3^{n-1} \quad (n \geq 2), \quad a_1 = 5$$

$$\therefore a_1 + a_4 = 5 + 4 \cdot 3^3 = 113$$

21. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 60$, $a_{11} + a_{12} + \cdots + a_{20} = 260$ 일 때, $a_{21} + a_{22} + \cdots + a_{30}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 460

해설

$$S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2} = 60$$

$$S_{20} = \frac{20(2a + 19d)}{2} = 260 + 60$$

$$\begin{cases} 2a + 9d = 12 \\ 2a + 19d = 32 \end{cases}$$

$$10d = 20$$

$$d = 2, a = -3$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{30} - S_{20} &= \frac{30 \{2 \cdot (-3) + 29 \cdot 2\}}{2} - 320 \\ &= 460 \end{aligned}$$

22. 4와 6으로 나누어떨어지는 세 자리의 자연수의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 41400

해설

4와 6으로 나누어떨어지는 수는 4와 6의 최소공배수인 12로 나누어떨어지는 수이므로 $12n$ (n 은 자연수)의 꼴이다.

이때, $100 \leq 12n \leq 1000$ 이므로

$$8.\times\times \leq n \leq 83.\times\times$$

$$\therefore n = 9, 10, 11, \dots, 83$$

그런데 $n = 9$ 일 때, $12n = 108$,

$n = 83$ 일 때, $12n = 996$ 이므로 조건을 만족하는 수는 첫째항이 108, 끝항이 996, 항수가 $83 - 8 = 75$ 인 등차수열이다.

$$\text{따라서 구하는 총합은 } \frac{75(108 + 996)}{2} = 41400$$

23. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = (n+1)^2 - 4n$ 일 때,

$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \cdots + a_{101}$ 의 값은?

① 3960

② 4010

③ 4500

④ 5000

⑤ 5050

해설

$$S_n = (n+1)^2 - 4n = (n-1)^2 \text{ 이므로}$$

$$a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2)$$

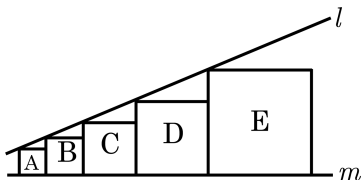
$$= (n-1)^2 - (n-2)^2 = 2n-3$$

그런데 $a_1 = S_1 = 0$ 이고, $a_3 + a_5 + a_7 + \cdots + a_{101}$ 은 첫째항이 3이고, 공차가 4인 등차수열의 합이다.

이때, 항수는 $2n+1=101$ 에서 $n=50$ 이므로

$$\begin{aligned} & a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \cdots + a_{101} \\ &= 0 + \frac{50(2 \cdot 3 + 49 \cdot 4)}{2} = 5050 \end{aligned}$$

24. 다음 그림과 같이 두 직선 l , m 사이에 5개의 정사각형 A, B, C, D, E가 서로 접해 있다. 정사각형 A와 E의 넓이가 각각 2, 32일 때, 나머지 정사각형 B, C, D의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 28

해설

주어진 정사각형 A, B, C, D, E의 넓이가 순서대로 등비수열을 이루므로 정사각형 A, E의 넓이가 각각 2, 32일 때, 정사각형 B, C, D의 넓이는 각각 4, 8, 16이 된다. 따라서, 구하는 정사각형 B, C, D의 넓이의 합은 $4 + 8 + 16 = 28$

25. 매월 초에 일정한 금액을 월이율 1%, 한 달마다 복리로 적립하여 5년 후에 2000 만원을 만들려고 한다. 매달 얼마씩 적립해야 하는가?(단, $1.01^{60} = 1.8$ 로 계산하고, 천 원 단위에서 반올림한다.)

① 22만원

② 24만원

③ 25만원

④ 27만원

⑤ 28만원

해설

매월 초에 a 원씩 월이율 1%, 한 달마다 복리로 5년 동안 적립하여 2000 만원을 만들어야 하므로

$$a(1 + 0.01) + a(a + 0.01)^2 + \cdots + a(1 + 0.01)^{60} = 20000000$$

$$\frac{a(1 + 0.01) \{ (1 + 0.01)^{60} - 1 \}}{(1 + 0.01) - 1} = 20000000$$

$$= \frac{1 \times 1.01 \times (1.8 - 1)}{0.01} = 20000000$$

$$80.8a = 20000000$$

$$\therefore a \approx 250000$$

따라서 매월 적립해야 할 금액은 25 만원이다.