1. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 1,\ a_{10} = 30$을 만족할 때 $\sum_{k=1}^{9} a_{k+1} - \sum_{k=2}^{10} a_{k-1}$의 값은?

① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

2. $\sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^{j} (3+i) \right\}$ 의 값은?

① 385 ② 550 ③ 1100 ④ 1150 ⑤ 1200

3. $\sum_{k=1}^{n} a_k = 10n$, $\sum_{k=1}^{n} b_k = 5n$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} \left\{ \sum_{k=1}^{n} (2a_k - 3b_k + 5) \right\}$ 의 값은?

① 250 ② 300 ③ 450 ④ 550 ⑤ 650

4. 다음 수열의 합을 $\sum$ 기호를 써서 나타내면?

$3 + 6 + 12 + \cdots + 3 \cdot 2^{n-1}$

① $\sum_{k=1}^{n} 3 \cdot 2^{k-1}$　② $\sum_{k=1}^{n-1} 3 \cdot 2^{k-1}$　③ $\sum_{k=1}^{n} 3 \cdot 2^{k}$

④ $\sum_{k=1}^{n-1} 3 \cdot 2^{k}$　⑤ $\sum_{k=1}^{n} 3 \cdot 2^{k+1}$

5. $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2+k}$ 의 값은?

① $\frac{1}{n+1}$ ② $\frac{n}{n+1}$ ③ $\frac{2n}{n+1}$

④ $\frac{2n}{2n+1}$ ⑤ $\frac{2n}{2n+3}$

6. $\sum_{k=1}^{n} \dfrac{1}{4k^2-1}$ 의 값은?

① $\dfrac{1}{n+1}$ ② $\dfrac{n}{n+1}$ ③ $\dfrac{2n}{n+1}$

④ $\dfrac{n}{2n+1}$ ⑤ $\dfrac{2n}{2n+3}$

7. $a_1 = 4,\ a_{n+1} = a_n + 3(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$에서 a_{10}의 값은?

① 29 ② 31 ③ 33 ④ 35 ⑤ 37

8. $a_1 = 1,\ a_2 = 3$이고, $a_n a_{n+2} = a_{n+1}^2$을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\log_3 a_{10}$의 값은?

① $9\log_3 2$ ② $10\log_3 2$ ③ $11\log_3 2$

④ 9 ⑤ 10

9. $1+\dfrac{1}{1+2}+\dfrac{1}{1+2+3}+\cdots+\dfrac{1}{1+2+3+\cdots+10}$ 의 값은?

① $\dfrac{9}{10}$ ② $\dfrac{11}{10}$ ③ $\dfrac{10}{11}$ ④ $\dfrac{20}{11}$ ⑤ $\dfrac{11}{20}$

10. $a_1 = 5,\ a_{n+1} = a_n + n^2(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_{10}의 값을 구하여라.

답: ____________

11. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1} = 2a_n + 1$이 성립하고 $a_1 = 1$일 때, $a_{10} + 1$을 구하여라.

답: ________

12. 다음과 같이 정의된 수열의 일반항 a_n에 대하여 $a_{50} = p - 2^q$이라 할 때 $p + q$의 값을 구하여라.

보기
$\cdot\ a_1 = 1,\ a_2 = 2$
$\cdot\ 2a_{n+2} - 3a_{n+1} + a_n = 0$(단, $n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$)

답: ____________

13. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 3,\ a_2 = 2,\ a_{n+2} = \dfrac{a_{n+1}+1}{a_n}(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$로 정의된다. 자연수의 집합에서 정의되는 함수 $f(n)$을 $f(n) = a_n$이라 할 때, 함수 $f(n)$의 주기는?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

14. $a_1 = 3,\ a_2 = 2,\ a_{n+2} = \dfrac{a_{n+1}+1}{a_n}(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$로 정의되는 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{66} a_n$의 값을 구하여라.

답: ________

15. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$이 성립함을 증명한 것이다. ㅁ안에 알맞은 것은?

보기

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=1$, (우변)$=1^2=1$이므로 등식이 성립한다.
(ii) $n=k$일 때, 등식이 성립한다고 가정하면 $1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2$
이 식의 양변에 $\boxed{}$을 더하면
$1+3+5+\cdots+(2k-1)+\boxed{}=(k+1)^2$이므로
$n=k+1$일 때에도 등식은 성립한다.
(i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

① $2k+1$　② $2k-1$　③ $2k$
④ $k+1$　⑤ $k-1$

16. 다음은 $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

증명

(i) $n=1$ 일 때, $1^3 = \left(\frac{1\cdot 2}{2}\right)^2$ 이므로 주어진 명제는 참이다.

(ii) $n=m$ 일 때 주어진 명제가 성립한다고 가정하면,

$\sum_{k=1}^{m} k^3 = \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2$

양변에 (㉠)^3 을 더하면

$\sum_{k=1}^{m} k^3 + (\boxed{㉠})^3 = \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2 + (\boxed{㉠})^3$

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{m+1} k^3 &= \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2 + (\boxed{㉠})^3 \\ &= \frac{(m+1)^2(\boxed{㉡})^2}{4} \\ &= \left\{\frac{(m+1)(\boxed{㉡})}{2}\right\}^2\end{aligned}$$

따라서 $n=m+1$ 일 때도 주어진 명제가 성립한다.

(i),(ii) 에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ 이 성립한다.

위의 증명 과정에서 ㉠에 들어갈 식을 $f(m)$, ㉡에 들어갈 식을 $g(m)$ 이라 할 때, $f(5)+g(6)$ 의 값을 구하여라.

답: ____________

17. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 부등식 $4^n \le 2^{n-1}(1+3^n)$이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n = 1$일 때, (좌변)$= 4$, (우변)$= 2^{1-1}(1+3) = 4$이므로 주어진 부등식은 성립한다. (ii) $n = k$일 때 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면 $4^k \le 2^{k-1}(1+3^k)$ 양변에 4를 곱하면 $4^{k+1} \le \boxed{\quad(가)\quad}(1+3^k)$ $= 2^k(2+2\cdot 3^k)$ $= 2^k(1+1+2\cdot 3^k) < 2^k(1+3^k+2\cdot 3^k) = \boxed{\quad(나)\quad}$ 따라서, $n = k+1$일 때에도 주어진 부등식은 성립한다. (i), (ii)에 의하여 주어진 부등식은 모든 자연수 n에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

① (가) : 2^k, (나) : $2^{k-1}(1+3^{k-1})$

② (가) : 2^k, (나) : $2^{k-1}(1+3^k)$

③ (가) : 2^k, (나) : $2^k(1+3^{k+1})$

④ (가) : 2^{k+1}, (나) : $2^{k-1}(1+3^k)$

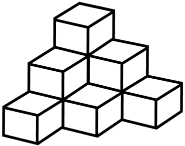
⑤ (가) : 2^{k+1}, (나) : $2^k(1+3^{k+1})$

18. 수열 3, 4, 6, 10, 18, $\cdots$ 의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n은?

① $2n^2+2n-1$　② n^2+2n+1　③ 2^n+2n-1

④ n^2-2n+1　⑤ 2^n-2n

19. 오른쪽 그림과 같이 3층탑을 쌓기 위해서는 10개의 정육면체가 필요하다. 이와 같은 모양의 탑을 10층으로 쌓을 때, 필요한 정육면체의 개수를 구하여라.



답: ____________

20. 수열 1, 1, 3, 1, 3, 5, 1, 3, 5, 7, $\cdots$ 을 다음과 같이 군으로 묶어서 나타내었다.

제1군	제2군	제3군	제4군	$\cdots$
(1),	(1, 3),	(1, 3, 5),	(1, 3, 5, 7),	$\cdots$

제 m군의 제 n항을 $f(m,\ n)$이라 할 때, 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

ㄱ. $\sum_{k=1}^{10} f(k,\ k) = \sum_{k=1}^{10} f(10,\ k)$

ㄴ. $f(m+1,\ n+1) - f(m,\ n)$의 값은 일정하다.

ㄷ. $S_n = \sum_{k=1}^{n} f(n,\ k)$라 하면 $\sum_{k=1}^{10} S_n = 385$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 자연수 n에 대하여 점 P_n을 다음 규칙에 따라 정한다.

> ㉠ 점 P_1의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.
>
> ㉡ 점 P_n의 좌표가 $(a,\ b)$일 때,
> $b < 2^a$이면 점 P_{n+1}의 좌표는 $(a,\ b+1)$이고
> $b = 2^a$이면 점 P_{n+1}의 좌표는 $(a+1,\ 1)$이다.

① $2^{10}-2$　② $2^{10}+2$　③ $2^{11}-2$

④ 2^{11}　⑤ $2^{11}+2$

22. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 5,\ a_{n+1} = \dfrac{n^2+2n}{n^2+2n+1}a_n\ (n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$을 만족시킬 때, a_{10}의 값은?

① $\dfrac{9}{4}$　② $\dfrac{11}{4}$　③ $\dfrac{13}{4}$　④ $\dfrac{15}{4}$　⑤ $\dfrac{17}{4}$

23. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음과 같을 때, $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}$ 의 값이 한 자리 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수는?

$$a_1 = \sqrt{3+2\sqrt{2}},\ a_2 = \sqrt{5+2\sqrt{6}},\ a_3 = \sqrt{7+2\sqrt{12}}, \cdots$$

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

24. 0 이상 1 이하의 모든 분수를 다음과 같이 단계별로 나타내었다.

1단계	$\frac{0}{1}$								$\frac{1}{1}$
2단계	$\frac{0}{1}$				$\frac{1}{2}$				$\frac{1}{1}$
3단계	$\frac{0}{1}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{3}$		$\frac{1}{1}$
4단계	$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{1}$
$\cdots$				$\cdots$					
8단계				$\cdots$					

이때, 각 단계의 왼쪽에서 $(2n-1)$ 번째 수와 $(2n+1)$ 번째 수가 각각 $\frac{a}{b}$, $\frac{d}{c}$ 이면 $2n$ 번째 수는 $\frac{b+d}{a+c}$ 이다. 이와 같은 방법으로 8단계까지 완성했을 때, 8단계에 나타나는 분수에 대한 보기의 설명 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ 분모와 분자의 차가 1 인 분수의 개수는 8 개이다.

ㄴ 분모의 최댓값은 21 이다.

ㄷ 모든 분수의 합은 $\frac{129}{2}$ 이다.

① ㄱ　　② ㄷ　　③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

25. 아래 표는 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, $\cdots$ 을 왼쪽 위에서부터 대각선으로 써내려간 것이다. 이 때, 위에서 첫 번째, 왼쪽에서 16 번째 칸의 수를 구하여라.

1	0	0	4	6	$\cdots$	
2	3	0	0			
0	5	7				
0	0					

답: ______________