

1. $\sum_{k=3}^{10} k(k+2)$ 의 값은?

① 460

② 468

③ 478

④ 480

⑤ 484

2. $\sum_{j=1}^{10} \left\{ \sum_{i=1}^j (3+i) \right\}$ 의 값은?

① 385

② 550

③ 1100

④ 1150

⑤ 1200

3. $\sum_{k=1}^{10} \log \frac{k+2}{k}$ 의 값은?

① $\log 45$

② $\log 50$

③ $\log 55$

④ $\log 60$

⑤ $\log 66$

4. 다음 식의 값은?

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$$

① 9

② $3\sqrt{11} - \sqrt{2}$

③ $\sqrt{99} - 1$

④ $\sqrt{101} - 1$

⑤ 11

5. 수열 $\{a_n\}$ 의 제차수열을 $\{b_n\}$ 이라 할 때, 다음 중 $b_{10}+b_{11}+b_{12}+\cdots+b_{20}$ 과 같은 것은?

① $a_{20} - a_9$

② $a_{20} - a_{10}$

③ $a_{21} - a_9$

④ $a_{21} - a_{10}$

⑤ $a_{21} - a_{11}$

6. 다음 수열에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.

$$1, 2, 4, 7, 11, a, b, \dots$$



답:

7. $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n - 3 (n = 1, 2, 3, \cdots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{10} 의 값은?

① -5

② -10

③ -15

④ -20

⑤ -25

8. $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n^2 - n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_4 의 값은?

① 26

② 31

③ 36

④ 46

⑤ 51

9. 다음을 계산하여라.

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 7 + \cdots + 10 \cdot 28$$



답:

10. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n$ 일 때,
 $\sum_{k=1}^5 ka_k$ 의 값은?

① 110

② 125

③ 145

④ 160

⑤ 180

11. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 4x - (2n - 1)(2n + 1) = 0$ 의 두 근 α_n, β_n 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{\beta_n} \right)$ 의 값은?

① $\frac{11}{21}$

② $\frac{20}{21}$

③ $\frac{31}{21}$

④ $\frac{40}{21}$

⑤ $\frac{50}{21}$

12. $\sum_{k=1}^{10} \left[\frac{2^k}{10} \right]$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)



답: _____

13. 다음 수열의 합을 구하여라.

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots + 9 \cdot 2^9$$



답:

14. $a_1 = 1, a_{n+1} = (n+1)a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 수열 $\{a_n\}$ 이 정의될 때, a_n 을 10으로 나눈 나머지가 0이 되는 최소의 자연수 n 의 값을 구하여라.



답: _____

15. $a_1 = 3, a_2 = \frac{3}{7}, \frac{2}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+2}} (n = 1, 2, 3, \dots)$ 로 정의된

수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n < \frac{1}{50}$ 을 만족하는 자연수 n 의 최솟값을 구하여라.



답: _____

16. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cdots (2n-1) \cdot 2^n$$

$$= (2n)(2n-1) \cdots (n+2)(n+1) \cdots \textcircled{\gamma}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

증명

(i) $n = 1$ 일 때, (좌변) = (우변) = 2

(ii) $n = k$ 일 때 $\textcircled{\gamma}$ 이 성립한다고 가정하면

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cdots (2k-1) \cdot 2^k$$

$$= (2k)(2k-1) \cdots (k+2)(k+1) \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$\textcircled{\text{㉠}}$ 의 양변에 $\textcircled{\text{가}}$ 를 곱하면

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cdots (2k-1) \cdot \textcircled{\text{나}}$$

$$= (2k)(2k-1) \cdots (k+2)(k+1) \cdot \textcircled{\text{가}}$$

$$= (2k+2)(2k+1)(2k) \cdots (k+2)$$

따라서 $n = k+1$ 일 때도 $\textcircled{\gamma}$ 이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 $\textcircled{\gamma}$ 이 성립한다.

위의 증명 과정에서 (가), (나)에 들어갈 식을 차례로 $f(k)$, $g(k)$ 라 할

때, $\frac{g(10)}{f(10)}$ 의 값은?

① $\frac{1}{1024}$

② $\frac{1}{512}$

③ 512

④ 1024

⑤ 2048

17. 다음은 $n \geq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 부등식 $2^n > n^2$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다. 다음 ㉠, ㉡에 알맞은 것을 차례로 적은 것은?

(i) ㉠일 때, 주어진 부등식이 성립한다.

(ii) $n = k(k \geq 5)$ 일 때, 주어진 부등식이 성립한다고 가정하면 $2^k > k^2$

양변에 2를 곱하면 $2^{k+1} > 2k^2$

$k \geq 5$ 일 때, $2k^2 - \text{㉡} > 0$ 이므로 $2^{k+1} > (k+1)^2$

따라서 $n = k+1$ 일 때에도 주어진 부등식은 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 부등식은 $n \geq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

① $n = 1, k^2$

② $n = 1, (k+1)^2$

③ $n = 5, (k-1)^2$

④ $n = 5, k^2$

⑤ $n = 5, (k+1)^2$

18. $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \cdots + \frac{1}{1+2+3+\cdots+n}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{n}{n+1}$

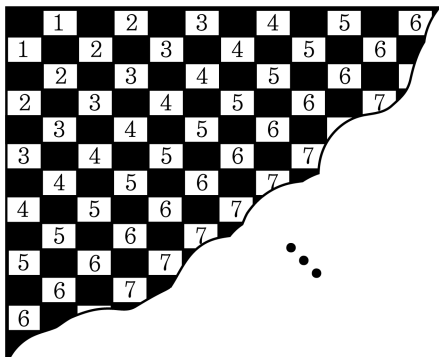
② $\frac{2n}{n+1}$

③ $\frac{3n}{n+1}$

④ $\frac{4n}{n+1}$

⑤ $\frac{5n}{n+1}$

19. 다음 그림과 같이 1부터 연속된 자연수가 규칙적으로 배열된 숫자판이 있다. 흰색 부분에 적혀 있는 모든 수들을 작은 수부터 차례대로 나열하여 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, ... 와 같은 수열 $\{a_n\}$ 을 만들 때, a_{2014} 를 구하여라.



답: _____

20. $a_1 = b_1 = 1$ 이고 $\frac{a_{n+1}}{a_n} = 2, b_{n+1} - b_n = \log_2 a_n$ (단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

인 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 b_{10} 의 값은?

① 37

② 39

③ 41

④ 43

⑤ 45

21. $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 6a_n - 3^{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_3 의 값은?

① -8

② -9

③ -10

④ -11

⑤ -12

22. 자연수 n 에 대한 명제 $p(n)$ 이 있다. 명제 $p(n)$ 이 모든 짝수 n 에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.

(i) $p(a)$ 가 참이다.

(ii) $p(k)$ 가 참이라 가정하면 $p(k+b)$ 도 참이다.

이때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.



답: _____

23. 각 자리의 수에 0이 없는 자연수를 크기 순서로 배열한 수열이 있다. 예를 들면, 11은 이 수열의 제 10항이고, 103은 이 수열의 항이 아니다. 자연수 1111은 이 수열의 몇 번째 항인가?

① 800

② 820

③ 900

④ 920

⑤ 1000

24. 수직선 위의 점 $P_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 이 있다. 임의의 자연수 n 에 대하여 두 점 P_n, P_{n+1} 을 $2 : 1$ 로 내분하는 점이 P_{n+2} 일 때, 점 P_{10} 의 좌표는?(단, 두 점 P_1, P_2 의 좌표는 각각 $0, 3$ 이다.)

① $\frac{9}{4} + \frac{1}{4 \cdot 3^7}$

② $\frac{9}{4} - \frac{1}{4 \cdot 3^7}$

③ $-\frac{9}{4} + \frac{1}{4 \cdot 3^7}$

④ $\frac{9}{4} + \frac{1}{4 \cdot 3^8}$

⑤ $\frac{9}{4} - \frac{1}{4 \cdot 3^8}$

25. 한 환경보호단체에서는 호수 A의 오염물질에 대한 다음과 같은 내용의 보고서를 작성하였다.

현재 호수 A에는 산업폐기물에 의한 250톤의 오염물질이 있다.
또한 매년 $\frac{50}{3}$ 톤의 오염물질이 새로 쌓인다. 이 때, 이 오염물질들은 매년 광산화 (햇빛에 의한 자연 정화)에 의하여 10%씩 줄어든다. ... (이하 생략)

① 152톤

② 162톤

③ 172톤

④ 182톤

⑤ 192톤