

1. 수열 1, -2, 3, -4, 5, ... 의 11번째 항은?

- ① -13 ② -10 ③ 11 ④ -11 ⑤ 13

2. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{20} 의 값은?

① 38

② 39

③ 41

④ 42

⑤ 43

3. 제3항이 11, 제9항이 29인 등차수열의 20번째 항은?

- ① 60 ② 62 ③ 64 ④ 66 ⑤ 68

4. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 4a_3$, $a_2 + a_4 = 4$ 가 성립할 때, a_6 의 값은?

① 5

② 8

③ 11

④ 13

⑤ 16

5. 세 수 $5 - 2x$, $4 - x$, $6 + 3x$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값은?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 1

6. 수열 $-3, a, b, c, 13$ 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

7. 조화수열 $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \dots$ 의 일반항은?

① $2n-1$

② $2n+1$

③ $\frac{3}{n}$

④ $\frac{6}{n}$

⑤ $\frac{1}{2n+1}$

8. 첫째항이 1, 공비가 8인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = \log_2 a_n$ 으로 정의할 때, 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하여라.

▶ 답: _____

9. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n$ 일 때, a_{100} 의 값을 구하여라.

 답: _____

10. 다음 보기의 수열 중 등비수열인 것은?

보기

㉠ $\{2n+1\}$

㉡ $\{n^2\}$

㉢ $\{3^{n+1}\}$

㉣ $\{5 \cdot 3^{n-2}\}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

11. 수열 $\omega, \omega^3, \omega^5, \omega^7, \dots$ 의 첫째항부터 제 36항까지의 합을 구하여라.
($\omega^3 = 1$)

▶ 답: _____

12. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 5$, $\sum_{k=1}^{10} a_k^2 = 20$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_k + 1)^3 - \sum_{k=1}^{10} (a_k - 1)^3$ 의 값은?

- ① 110 ② 120 ③ 122 ④ 132 ⑤ 140

13. $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$ 의 값은?

① $\frac{1}{n+1}$

② $\frac{2n}{n+1}$

③ $\frac{n}{2n+1}$

④ $\frac{n}{n+2}$

⑤ $\frac{2n}{2n+1}$

14. $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n^2 - n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_4 의 값은?

① 26

② 31

③ 36

④ 46

⑤ 51

15. 자연수 n 에 대한 명제 $P(n)$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 참이 되기 위해서는 다음 두 조건을 만족해야 한다.

- (i) $P(\overline{(가)})$ 이 참이다.
(ii) $P(k)$ 가 참이면 $P(\overline{(나)})$ 도 참이다.

이때, (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 적은 것은?

- ① 0, k ② 0, $k+1$ ③ 0, $k-1$
④ 1, k ⑤ 1, $k+1$

16. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 수열 $\{3a_n\}$ 은 공차가 9인 등차수열이다.
- ㉡ 수열 $\{a_{2n-1}\}$ 은 공차가 6인 등차수열이다.
- ㉢ 수열 $\{2a_{2n} - a_{2n-1}\}$ 은 공차가 6인 등차수열이다.

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

17. $a_1 = 1$, $a_{10} = 37$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $(a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{100}) - (a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{99})$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

18. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 6$, $a_5 = -2$ 일 때, $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \cdots + |a_{20}|$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

19. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 할 때, $S_{10} = 48$, $S_{20} = 60$ 이다. 이때, S_{30} 의 값을 구하여라.

 답: _____

20. 첫째항이 1이고, 공비가 4인 등비수열에서 첫째항부터 몇 항까지의 합이 처음으로 1000보다 크게 되는가?
(단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

21. 다현이가 1000만원을 연이율 4%의 복리로 10년간 은행에 맡겼을 때 원리합계를 구하여라. (단. $1.04^{10} = 1.48$ 로 계산한다.)

 답: _____

22. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 3$, $a_{n+1} = 2S_n$ 으로 정의될 때, a_{10} 의 값은? (단, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$)

① $3 \cdot 2^8$

② $3 \cdot 2^9$

③ $3 \cdot 2^{10}$

④ $2 \cdot 3^9$

⑤ $2 \cdot 3^{10}$

23. 수열 $1 \cdot 2 \cdot 4, 2 \cdot 4 \cdot 8, 3 \cdot 6 \cdot 12, 4 \cdot 8 \cdot 16, \dots$ 의 제 10항까지의 합은?

① 400

② 1100

③ 12100

④ 24200

⑤ 48400

24. $x_i \in \{0, 1, 2\}$ 이고, $\sum_{i=1}^n x_i = 20$, $\sum_{i=1}^n x_i^2 = 34$ 일 때, $\sum_{i=1}^n x_i^3$ 의 값은?

① 62

② 74

③ 86

④ 98

⑤ 110

25. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n$ 일 때,
 $\sum_{k=1}^5 ka_k$ 의 값은?

- ① 110 ② 125 ③ 145 ④ 160 ⑤ 180

26. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $S_n = n^3 - n$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에서 $\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{20}}$ 의 값은?

- ① $\frac{17}{19}$ ② $\frac{17}{30}$ ③ $\frac{19}{40}$ ④ $\frac{17}{50}$ ⑤ $\frac{19}{60}$

27. 수열 $\{a_n\}$ 이 1, 3, 7, 15, 31, ... 일 때, 계차수열 $\{b_n\}$ 의 일반항이 $b_n = a^n$ 이므로 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $a_n = \beta^n + \gamma$ 이다. 이때, 실수 α, β, γ 의 합을 구하여라.

▶ 답: _____

28. 오른쪽 그림과 같이 수를 배열할 때 위에서 10번째 행, 왼쪽에서 7번째 열의 수는?

1	2	4	7	11	...
3	5	8	12		
6	9	13			
10	14				
15					
:					

- ① 130 ② 138 ③ 142
 ④ 152 ⑤ 146

29. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족할 때, $\sum_{k=1}^{40} a_k$ 의 값은?

(가) $a_{4n} = n^2 (n \geq 1)$ (나) $a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2} (n \geq 1)$

- ① 210 ② 385 ③ 420 ④ 560 ⑤ 770

30. 수열 $1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, \dots$ 에 대하여 몇 번째 항에서 처음으로 7이 나오는지 구하여라.

 답: _____

31. 수열 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{16}, \dots$ 에서 제 20항은?

- ① $\frac{9}{64}$ ② $\frac{11}{64}$ ③ $\frac{9}{32}$ ④ $\frac{19}{32}$ ⑤ $\frac{21}{32}$

32. 다음 그림과 같이 홀수가 배열되어 있을 때, 제10행의 왼쪽에서 다섯 번째의 수를 구하여라.

제1행				1					
제2행				3	5	7			
제3행			9	11	13	15	17		
제4행	19	21	23	25	27	29	31		
⋮									

 답: _____

33. $a_1 = 110$ 인 수열 $\{a_n\}$ 은 다음을 만족한다.

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$$

a_{10} 의 값을 구하여라.

 답: _____

34. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ 이고, $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 을 만족할 때, 일반항 a_n 을 구하면?

- ① 2^{n-1} ② 3^{n-1} ③ 4^{n-1} ④ 5^{n-1} ⑤ 6^{n-1}

35. $a_1 = p, a_{n+1} = -\frac{1}{a_n + 1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)로 정의되는 수열이 있다.

다음 중 임의의 양수 p 에 대하여 $a_n = p$ 가 되도록 하는 n 의 값은?

- ① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

36. 같은 크기의 통나무를 맨 아래 단에 $2n$ 개를 놓고, 위로 올라가면서 1 개씩 줄여서 n 단이 되도록 쌓으려고 한다. 그림은 맨 아래 단에 6 개를 놓고 3 단으로 통나무를 쌓은 것이다. 이와 같은 방법으로 맨 아래 단에 30 개를 놓고 15 단을 쌓을 때, 필요한 통나무의 개수를 구하여라.



▶ 답: _____

37. 다섯 개의 실수 a, b, c, d, e 를 적당히 배열하여 공비가 1보다 큰 등비수열을 만들었다. a, b, c, d, e 가 다음 조건을 만족시킬 때, b 가 이 수열의 제 n 항이라 하면 n 의 값은?

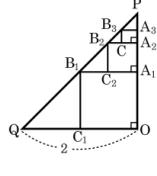
$$\begin{array}{l} \text{(가)} e = \sqrt{cd} \\ \text{(나)} \frac{a}{e} = \frac{c}{d} \\ \text{(다)} a < b \end{array}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

38. 서로 다른 두 실수 a, b 에 대하여 $2, \frac{a^2}{2}, b$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고 $a + 2, b, 1$ 이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

39. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP} = \overline{OQ} = 2$ 인 직각이등변 삼각형 OPQ 에 정사각형 $OA_1B_1C_1$ 을 내접시킨다. 다시 직각이등변삼각형 A_1PB_1 에 정사각형 $A_1A_2B_2C_2$ 를 내접시킨다. 이와 같은 시행을 5회 반복할 때 만들어지는 정사각형의 넓이의 총합은?



- ① $\frac{3}{4} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^5 \right\}$ ② $\frac{4}{3} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{4} \right)^5 \right\}$
 ③ $\left\{ 1 + \left(\frac{1}{4} \right)^5 \right\}$ ④ $\frac{4}{3}$
 ⑤ $\frac{4}{3} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2} \right)^5 \right\}$

40. 정부가 통일 이후 필요한 비용을 마련하기 위해 예산의 일부를 2015년부터 매년 1월 1일 적립한다고 하자. 적립할 금액은 경제성장률을 감안하여 매년 전년도보다 6%씩 증액한다. 2015년 1월 1일부터 10조원을 적립하기 시작한다면 2024년 12월 31일 까지 적립된 금액의 원리합계는 몇 조원인지 구하여라. (단, 연이율 6%, 1년마다의 복리로 계산하고 $1.06^{10} = 1.8$)

 답: _____

41. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 $a_n = 2n$ 일 때, 새로운 수열 $\{b_n\}$ 을 다음과 같이 만들었다.

$$b_n = \left[\frac{a_n}{10} \right]$$

이때, 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제100항까지의 합을 구하여라.(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

 답: _____

42. 다음 중 수열 $\{a_n\}$ 이 조화수열임을 나타내는 식이 아닌 것은?

- ① $\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = (\text{일정한 수})$ ② $\frac{1}{a_{n+2}} - \frac{1}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n}$
③ $\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{2}{a_{n+1}} + \frac{1}{a_n} = 0$ ④ $\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{a_n + a_{n+2}}{2a_n \cdot a_{n+2}}$
⑤ $a_n = \frac{1}{pn+q}$ (단, $pq \neq 0$)

43. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 3$, $a_{n+1} = 3a_n$ 인 관계가 성립할 때, 이 수열의 첫째항부터 제 10항까지의 합은?

① $\frac{1}{2}(3^{10} - 1)$ ② $3^{10} - 1$ ③ $\frac{3}{2}(3^{10} - 1)$

④ $2(3^{10} - 1)$ ⑤ $\frac{5}{2}(3^{10} - 1)$

44. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_n + S_n = n$ 과 같이 정의될 때, 일반항 a_n 은?(단, $n = 1, 2, 3, \dots, S_n = \sum_{k=1}^n a_k$)

- ① $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ② $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ③ $3 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$
④ $1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ⑤ $2 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$

45. 모든 항의 값이 자연수이고 $a_1 < a_2 < a_3 \cdots$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여, $a_{n+2} = a_n + a_{n+1} (n \geq 1)$ 이 성립하고 $a_6 = 62$ 라 할 때, $a_1 + a_2$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

46. 다음과 같이 나열된 수를 보고 이 수열의 여섯번째에 올 수를 구하면?

$$\frac{\sqrt{3}}{1}, \frac{\sqrt{5}}{3}, \frac{\sqrt{7}}{5}, \dots$$

- ① $\frac{\sqrt{7}}{12}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{12}$ ③ $\frac{\sqrt{13}}{11}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{16}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{18}$

47. 4로 나눈 나머지가 3이고, 6으로 나눈 나머지가 5인 자연수로 이루어진 수열의 첫째항부터 제 20항까지의 합은?

- ① 2250 ② 2500 ③ 2750 ④ 3000 ⑤ 3250

48. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음과 같을 때, $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}$ 의 값이 한 자리 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수는?

$$a_1 = \sqrt{3+2\sqrt{2}}, a_2 = \sqrt{5+2\sqrt{6}}, a_3 = \sqrt{7+2\sqrt{12}}, \dots$$

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

49. 다음은 수열의 합

$$S = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + (n-1)x^{n-2} + nx^{n-1} \dots (1)$$

을 계산하는 과정이다. 이때, ㉠ ~ ㉥에 들어갈 것으로 알맞지 않은 것은?

$S - xS$ 를 하면

$$\begin{aligned} S &= 1 + 2x + 3x^2 + \dots + (n-1)x^{n-2} + nx^{n-1} \\ \rightarrow xS &= x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + (n-1)x^{n-1} + nx^n \\ (1-x)S &= (1+x+x^2+\dots+x^{n-1}) - \text{㉠} \end{aligned}$$

(i) $x \neq 1$ 일 때,
 (우변) = $(1+x+x^2+\dots+x^{n-1}) - \text{㉠}$
 $= \frac{1 - (n+1)x^n + nx^{n+1}}{\text{㉡}}$
 $\therefore S = \frac{1 - (n+1)x^n + nx^{n+1}}{\text{㉢}}$

(ii) $x = 1$ 일 때, (1)에서
 $S = 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1^2 + \dots + n \cdot 1^{n-1}$
 $\therefore S = \text{㉣}$

- ① ㉠ $x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + (n-1)x^{n-1}$
- ② ㉡ nx^n
- ③ ㉢ $1-x$
- ④ ㉣ $(1-x)^2$
- ⑤ ㉤ $n(n+1)$

50. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{n}{2n+1}$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정이다. □안에 알맞은 수를 구하여라.

(i) $n = 1$ 일 때
 (좌변) $= \frac{1}{(2 \times 1 - 1)(2 \times 1 + 1)} = \frac{1}{3}$
 (우변) $= \frac{1}{2 \times 1 + 1} = \frac{1}{3}$ 이므로
 등식은 성립한다.
 (ii) $n = i$ ($i > 1$)일 때 등식이 성립한다고 가정하면
 $\sum_{k=1}^i \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{i}{2i+1}$
 등호의 양변에 $\frac{1}{(2i+1)(2i+\square)}$ 을 더하면
 (좌변)
 $= \sum_{k=1}^i \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} + \frac{1}{(2i+1)(2i+3)}$
 $= \sum_{k=1}^{i+1} \frac{1}{(2k-1)(2k+1)}$
 (우변)
 $= \frac{i}{2i+1} + \frac{1}{(2i+1)(2i+3)}$
 $= \frac{(i+1)(2i+1)}{(2i+1)(2i+3)} = \frac{i+1}{2i+3} = \frac{i+1}{2(i+1)+1}$
 따라서, $n = i+1$ 일 때 등식은 성립한다.
 그러므로 (i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모두 자연수 n 에 대하여 성립한다.

▶ 답: _____