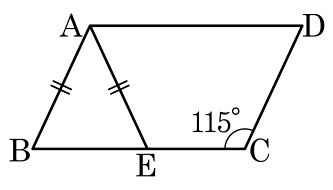
1. 평행사변형ABCD 에서 $\overline{AB}=\overline{AE}$ 이고 $\angle C=115°$ 일 때, $\angle EAD$ 를 구하여라.



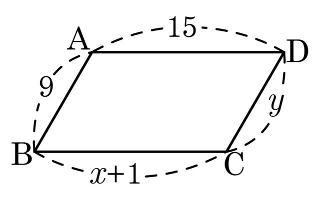
▶ 답: ___°

▷ 정답: $65°$

해설

$\angle B=180°-115°=65°$
$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle BAE=180°-65°\times 2=50°$
따라서 $\angle EAD=115°-50°=65°$

2. 다음 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 x, y 의 값을 차례로 구한 것은?



① 9, 15 ② 15, 9 ③ 9, 9 ④ 14, 9 ⑤ 9, 14

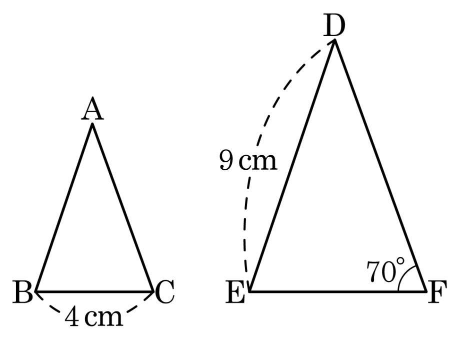
해설
두 쌍의 대변의 길이가 각각 같아야 한다.
$x + 1 = 15, x = 14$
$y = 9$

3. 다음 중 항상 닮은 도형이라고 할 수 있는 것은?

① 두 삼각기둥 ② 두 사각뿔 ③ 두 정사면체
④ 두 직육면체 ⑤ 두 오각뿔

해설
정사면체는 모든 면이 정삼각형으로 이루어져 있으므로 항상 닮은 도형이다.

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 이고, 닮음비가 $2:3$ 일 때, 보기에서 옳은 것을 골라라.



보기

㉠ $\angle C = 70°$

㉡ $\overline{BC} : \overline{EF} = 4:9$

㉢ $\angle A : \angle D = 2:3$

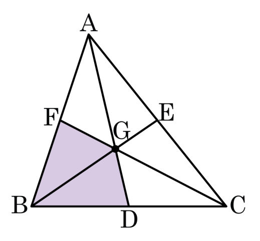
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ 닮음 도형에서 대응하는 각의 크기는 서로 같으므로 $\angle c$ 의 크기는 대응각 $\angle F$ 와 같이 $70°$ 이다. (○)
㉡ 닮음 도형에서 대응하는 변의 길이의 비는 닮음비와 같다. 따라서 $\overline{BC} : \overline{EF} = 2:3$ 이 된다.(×)
㉢ 닮음 도형에서 대응하는 각의 크기는 서로 같다. 따라서 $\angle A = \angle D$ 이다.(×)

5. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $30\,cm^2$ 일 때, $\square FBDG$ 의 넓이는?



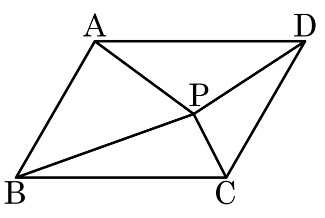
① $9\,cm^2$ ② $10\,cm^2$ ③ $11\,cm^2$

④ $12\,cm^2$ ⑤ $13\,cm^2$

해설

$\square FBDG = \frac{2}{6}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times 30 = 10(\,cm^2)$

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle\mathrm{ABP} = 20\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{PBC} = 13\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{APD} = 17\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{DPC} = x\mathrm{cm}^2$ 이다. x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 10

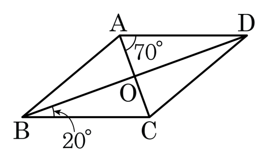
해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{ABP} + \triangle\mathrm{DPC} = \triangle\mathrm{APD} + \triangle\mathrm{PBC}$ 이므로

$20 + \triangle\mathrm{DPC} = 17 + 13$ 이다.

$\therefore\ \triangle\mathrm{DPC} = 10\mathrm{cm}^2$

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAC = 70°$, $\angle DBC = 20°$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?

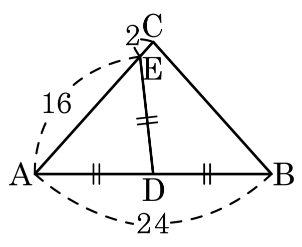


① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\angle ADO = 20°(\because$ 엇각)
따라서 $\angle AOD$ 는 직각이고 두 대각선이 직교하는 것은 마름모이다.
$\therefore \angle BDC = 20°$

8. 각 변의 길이가 다음 그림과 같을 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하시오.



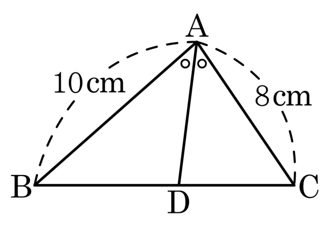
▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\overline{AE} : \overline{AB} = 16 : 24 = 2 : 3$
$\overline{AD} : \overline{AC} = 12 : 18 = 2 : 3$
$\angle A$ 는 공통이므로
$\triangle ADE \backsim \triangle ACB$ (SAS 닮음)
$\overline{ED} : \overline{BC} = 2 : 3$
$12 : \overline{BC} = 2 : 3$
$\therefore \ \overline{BC} = 18$

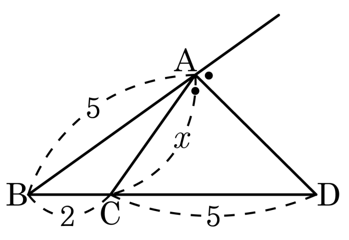
9. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 변 BC 의 교점을 D 라 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이가 30cm^2 이면, $\triangle ADC$ 의 넓이는?



① $20\,\text{cm}^2$　② $22\,\text{cm}^2$　③ $24\,\text{cm}^2$
④ $26\,\text{cm}^2$　⑤ $28\,\text{cm}^2$

해설
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이므로
$\overline{BD} : \overline{DC} = 10 : 8$
따라서, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 비는 $5 : 4$ 이다.
$5 : 4 = 30 : \triangle ADC$
$\therefore \triangle ADC = 24(\text{cm}^2)$

10. 다음 그림의 $\triangle$ABC 에서 $\overline{\text{AD}}$ 가 $\angle$A 의 외각의 이등분선이다. 이 때, x 의 값은?



① 3　② $\frac{22}{7}$　③ $\frac{23}{7}$　④ $\frac{24}{7}$　⑤ $\frac{25}{7}$

해설

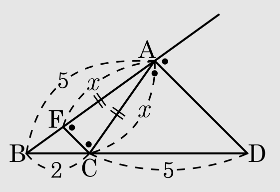
다음 그림에서 $\overline{\text{AD}} \,/\!/\, \overline{\text{FC}}$ 가 되도록 직선 FC를 그으면 $\angle\text{AFC} = \angle\text{ACF}$

$\therefore\ \overline{\text{AF}} = \overline{\text{AC}} = x$

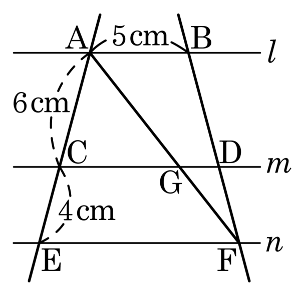
$\triangle$ABD 에서 $\overline{\text{AB}} : \overline{\text{AF}} = \overline{\text{BD}} : \overline{\text{CD}}$ 이므로

$5 : x = 7 : 5$

$\therefore\ x = \frac{25}{7}$



11. 다음 그림에서 $l//m//n$ 일 때, $\overline{\mathrm{GD}}$ 의 길이는?



① 1cm　　② 1.5cm　　③ 2cm

④ 2.5cm　　⑤ 3cm

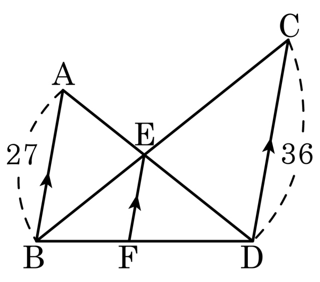
해설

$l//m//n$ 이고 $\overline{\mathrm{AC}} : \overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{DF}} = 6 : 4$ 이므로

$\overline{\mathrm{GF}} : \overline{\mathrm{AF}} = 4 : 10$, $4 : 10 = x : 5$ 이다.

$\therefore\ x = 2\mathrm{cm}$

12. 다음 그림에서 $\overline{BF} : \overline{FD}$ 의 비는?

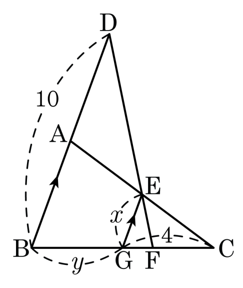


① 2 : 3　② 3 : 4　③ 3 : 5　④ 4 : 5　⑤ 5 : 6

해설

$\triangle ABE \backsim \triangle DCE$ 이므로
$\overline{AE} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 3 : 4$, $\overline{AE} : \overline{DE} = \overline{BF} : \overline{FD} = 3 : 4$

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD}, \overline{AE} = \overline{EC}$ 일 때, $2x - y$ 의 값은?

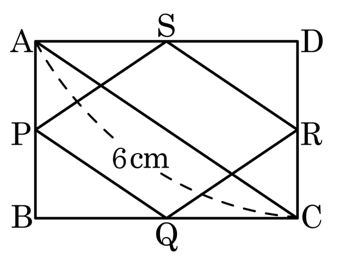


① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

$x = 2.5,\ y = 4 \quad \therefore 2x - y = 1$

14. 다음그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 각 변의 중점을 각각 P, Q, R, S 라고 하고, 대각선 AC 의 길이가 6cm 일 때, 각 변의 중점을 차례로 이어서 만든 □PQRS 의 둘레의 길이는?



① 11cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설

△ABC 와 △ACD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여

$\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{SR} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

△ABD 와 △BCD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여

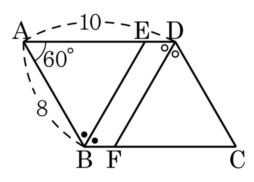
$\overline{PS} = \frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{BD}$

$\overline{AC} = \overline{BD}$ ($\because$ □ABCD가 직사각형) 이므로

$\overline{PQ} = \overline{SR} = \overline{PS} = \overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3\,(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (□PQRS의 둘레의 길이) $= 3 \times 4 = 12\,(\mathrm{cm})$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\square BEDF$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



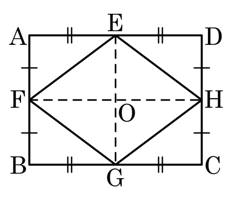
▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\angle EBF = \angle BEA (\because$ 엇각$)$
따라서 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이고 세 각의 크기가 모두 $60°$ 이므로 정삼각형이다.
따라서 $\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 10 - 8 = 2$ 이다.
$\overline{BE} = \overline{AB} = 8$ 이므로
$\square BEDF$는 평행사변형이다.
$\therefore \square BEDF$ 의 둘레의 길이는 $2 \times (8 + 2) = 20$ 이다.

16. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{AD} = 8\mathrm{cm}$ 이고, $\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 의 교점을 O 라고 할 때, △EFO 의 넓이를 구하여라.



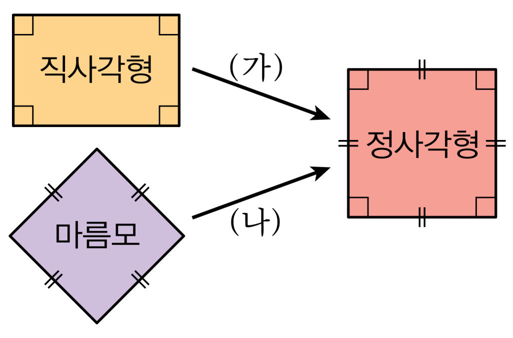
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $6\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AB} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{AD} = 8\mathrm{cm}$ 이므로 직사각형 ABCD 의 넓이는 $6 \times 8 = 48(\mathrm{cm}^2)$ 이다.
직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 되고, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 48 = 24(\mathrm{cm}^2)$ 이다.
따라서 △EFO 의 넓이는 $\frac{1}{4} \times 24 = 6(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

17. 다음 그림에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 (가), (나) 의 조건으로 알맞은 것을 고르면?



① (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
(나) 두 대각선이 서로 수직이다.

② (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 한 내각의 크기가 $90°$이다.

③ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

④ (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

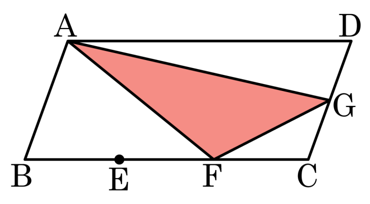
⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

해설

여러 가지 사각형의 대각선의 성질

(1) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
(2) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.
(3) 마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(4) 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(5) 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.

18. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이가 240cm^2 이고 $\overline{BC}$의 삼등분점을 E, F, $\overline{CD}$의 중점을 G라 할 때, $\triangle AFG$의 넓이는?



① $20\,\text{cm}^2$　② $40\,\text{cm}^2$　③ $60\,\text{cm}^2$

④ $80\,\text{cm}^2$　⑤ $100\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABF$와 $\triangle AFC$에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2:1$

$\triangle ABF = \frac{2}{3} \times \triangle ABC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \square ABCD = 80(\text{cm}^2)$

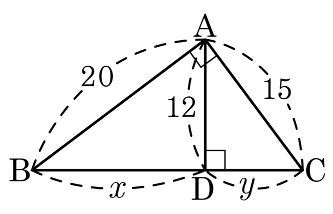
마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \frac{1}{3}\triangle BDC$

$\triangle FCG = \frac{1}{2}\triangle DFC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle BDC = \frac{1}{12}\square ABCD = 20(\text{cm}^2)$

$\triangle AGD = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{4}\square ABCD = 60(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AFG = \square ABCD - \triangle ABF - \triangle AGD - \triangle FCG = 240 - 80 - 60 - 20 = 80(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} \perp \overline{AD}$ 이고, $\overline{AB} = 20$, $\overline{AD} = 12$, $\overline{AC} = 15$ 일 때, $x - y$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{BC}$ 이므로

$20 \times 15 = 12(x + y)$

$\therefore\ x + y = 25$

$\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$ 이므로

$20^2 = x(x + y)$

$25x = 400$

$\therefore\ x = 16$

$\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{CB}$ 이므로

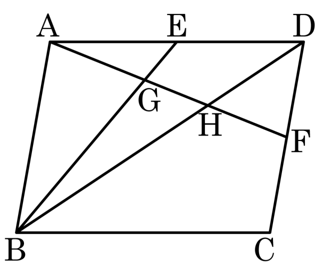
$15^2 = y(x + y)$

$25y = 225$

$\therefore\ y = 9$

$\therefore\ x - y = 16 - 9 = 7$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD 와 변 CD 의 중점을 각각 E, F 이라 할 때, $\dfrac{\overline{\mathrm{AF}}}{\overline{\mathrm{GH}}}$ 의 값을 구하여라.

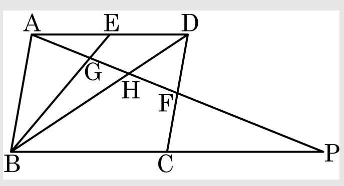


▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{15}{4}$

해설

그림과 같이 선분 AF 와 BC 의 연장선이 만나는 점을 P 라 하자.



점 H 는 삼각형 ACD 의 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{AH}} = \dfrac{2}{3}\overline{\mathrm{AF}}$

삼각형 PAB 와 PCF 은 닮음비 2 : 1 로 닮은 도형이므로 $\overline{\mathrm{BP}} = 2\overline{\mathrm{CP}} = 2\overline{\mathrm{BC}}$

또 선분 AE 와 BP 는 평행하고

$\overline{\mathrm{AG}} : \overline{\mathrm{PG}} = \dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}} : 2\overline{\mathrm{BC}} = 1 : 4$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AG}} = \dfrac{2}{5}\overline{\mathrm{AF}}$

따라서 $\overline{\mathrm{HG}} = \overline{\mathrm{AH}} - \overline{\mathrm{AG}} = \dfrac{4}{15}\overline{\mathrm{AF}}$ 이므로

$\dfrac{\overline{\mathrm{AF}}}{\overline{\mathrm{GH}}} = \dfrac{15}{4}$ 이다.