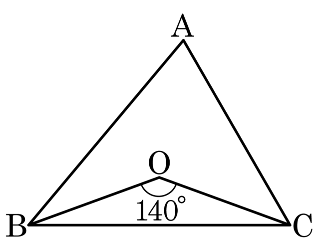
1. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
$\angle BOC = 140°$일 때, $\angle BAC$를 구하여라.



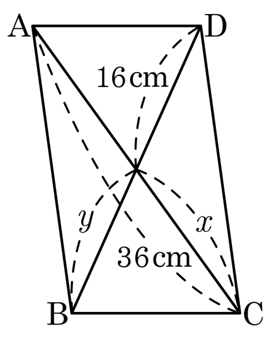
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 70_°

해설

$\angle BAC = \angle BOC \times \frac{1}{2} = 140 \times \frac{1}{2} = 70°$

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 x, y 의 값을 차례로 구한 것은?



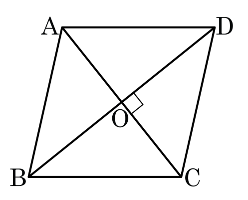
① 36cm, 16cm ② 18cm, 16cm ③ 16cm, 36cm

④ 36cm, 32cm ⑤ 16cm, 18cm

해설

$x = 36 \div 2 = 18(\text{cm})$

3. 다음은 '마름모의 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.' 를 증명하는 과정이다. $\boxed{\quad}$ 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아 써넣어라.



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$
[결론] $\boxed{\qquad\qquad}$
[증명] 두 대각선 AC, BD 의 교점을 O 라 하면
△ABO 와 △ADO 에서 $\overline{AB}=\boxed{\quad}$ (가정)
$\overline{AO}$ 는 공통, $\overline{OB}=\boxed{\quad}$ 이므로
△ABO ≡ △ADO ($\boxed{\quad}$ 합동)
∴ ∠AOB = ∠AOD
이 때, ∠AOB + ∠AOD = 180° 이므로
∠AOB = ∠AOD = $\boxed{\quad}$ 이다. ∴ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
따라서 마름모의 두 대각선은 직교한다.

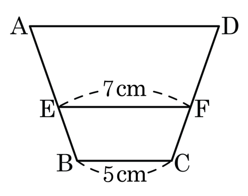
㉠ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$	㉡ $\overline{DA}$	㉢ $\overline{OD}$	㉣ SSS
㉤ SAS	㉥ 45°	㉦ 180°	㉧ 90°

▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▷ 정답: ㉠
▷ 정답: ㉡
▷ 정답: ㉢
▷ 정답: ㉣
▷ 정답: ㉧

해설

[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$
[결론] $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
[증명] 두 대각선 AC, BD 의 교점을 O 라 하면
△ABO 와 △ADO 에서 $\overline{AB}=\overline{DA}$ (가정)
$\overline{AO}$ 는 공통 $\overline{OB}=\overline{OD}$ 이므로
△ABO ≡ △ADO (SSS 합동)
∴ ∠AOB = ∠AOD
이 때, ∠AOB + ∠AOD = 180° 이므로
∠AOB = ∠AOD = 90° 이다.
∴ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
따라서 마름모의 두 대각선은 직교한다.

4. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{EF} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이고 $\overline{BE} : \overline{EA} = 2 : 3$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?



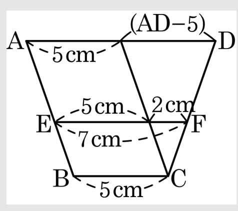
① 10cm ② 12cm ③ 14cm

④ 16cm ⑤ 18cm

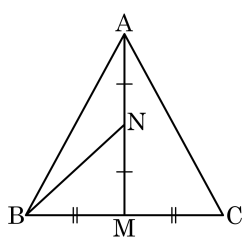
해설

위 그림처럼 $\overline{AB}$ 에 평행한 선을 그어보면

$\overline{BE} : \overline{EA} = 2 : 3$ 이므로 $2 : 5 = (7-5) : (\overline{AD}-5)$ 이다. 따라서 $\overline{AD} = 10\text{cm}$



5. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 M, $\overline{\mathrm{AM}}$ 의 중점을 N 이라고 하자. $\triangle\mathrm{ABN} = 7\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{AMC}$ 의 넓이는?



① $10\,\mathrm{cm}^2$　② $11\,\mathrm{cm}^2$　③ $12\,\mathrm{cm}^2$

④ $13\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $14\,\mathrm{cm}^2$

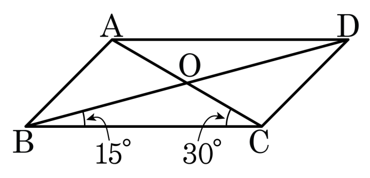
해설

$\triangle\mathrm{ABN} = \frac{1}{4}\triangle\mathrm{ABC},\ \triangle\mathrm{AMC} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABC}$,

$7 = \frac{1}{4} \times \triangle\mathrm{ABC}$, ($\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이)$= 28\,\mathrm{cm}^2$,

$\triangle\mathrm{AMC} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABC} = 14(\,\mathrm{cm}^2)$

6. 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle ACB = 30°$, $\angle CBD = 15°$ 라고 할 때, $\angle AOB$ 의 크기는?



① 25° ② 30° ③ 35° ④ 40° ⑤ 45°

해설

$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle ADO = \angle DBC = 15°$, $\angle DAO = \angle OCB = 30°$

$\angle AOB = \angle DAO + \angle ADO = 15° + 30° = 45°$ 이다.

7. 다음은 '평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명하는 과정이다. 이 중 <u>틀린</u> 것은?

> [가정] □ABCD 에서
> $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$
> [결론] $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$
> [증명]
> ㉠ $\overline{BC}$ 의 연장선 위의 한 점을 E 라 하면
> ㉡ $\angle BAC = \angle DCA$, $\angle BCA = \angle DAC$ 이므로
> ㉢ $\angle A = \angle C$
> ㉣ $\angle B = \angle DCE$(동위각), $\angle D = \angle DCE$(엇각)
> ㉤ $\therefore\ \angle B = \angle C$

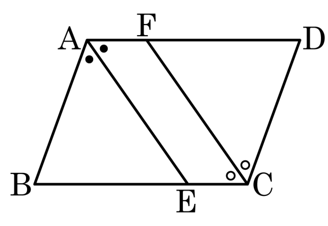
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ $\therefore\ \angle B = \angle C \rightarrow \therefore\ \angle B = \angle D$ 로 바뀌어야 한다.

8. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE}, \overline{CF}$ 는 각각 $\angle A, \angle C$ 의 이등분선이다. □AECF 가 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

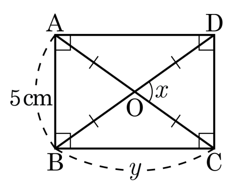
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

$\angle A = \angle C$ 이므로 $\angle FAE = \angle ECF$
$\angle AEB = \angle CFD$ 이므로 $\angle AEC = \angle CFA$
따라서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

9. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 x, y 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▶ 답 : ______ cm

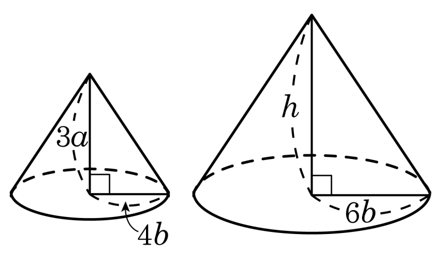
▷ 정답 : $\angle x = 90$ °

▷ 정답 : $y = 5$ cm

해설

직사각형이 정사각형이 될 조건은
두 대각선이 이루는 각이 90° 이므로 $\angle x = 90^\circ$
이웃한 두변의 길이가 같으므로 $y = 5(\mathrm{cm})$

10. 다음 그림의 두 원뿔은 서로 닮은 도형이다. 큰 원뿔의 높이를 구하면?



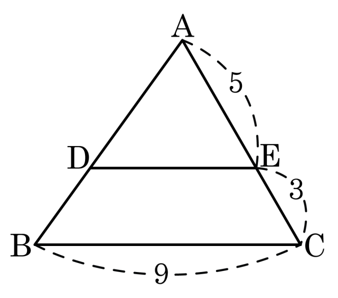
① $\frac{7}{3}a$　　② $7a$　　③ $\frac{9}{2}a$　　④ $9a$　　⑤ $12a$

해설

작은 원뿔과 큰 원뿔의 닮음비가 $4b : 6b = 2 : 3$이므로 $2 : 3 = 3a : h$

따라서 $h = \frac{9}{2}a$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ ② $\overline{AD} : \overline{BD} = 5 : 3$

③ $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$ ④ $\overline{DE} = \frac{45}{8}$

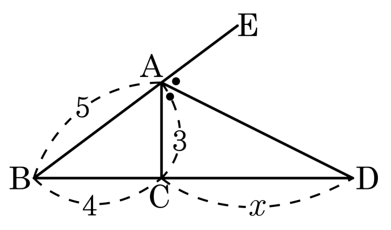
⑤ $\overline{BC} : \overline{DE} = 8 : 3$

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC} = 5 : 8$

따라서 $\overline{BC} : \overline{DE} = 8 : 5$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}$ 가 $\angle EAD$ 의 이등분선일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

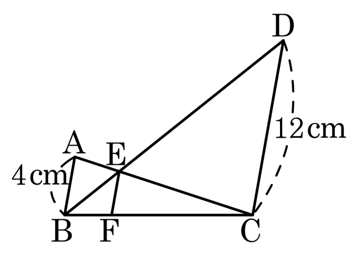
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로

$5 : 3 = (4 + x) : x$

$5x = 3x + 12$

$\therefore x = 6$

13. 다음 그림에서 $\overline{EF}$ 의 길이는?

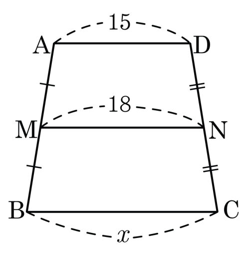


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 8cm

해설

$\overline{EF} = \dfrac{4 \times 12}{4+12} = 3(\text{cm})$

14. 다음 그림에서 x 의 값은?

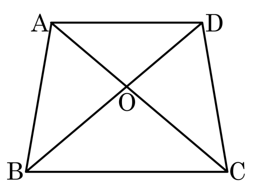


① 19 cm ② 20 cm ③ 21 cm ④ 22 cm ⑤ 23 cm

해설

$18 = \frac{1}{2}(15 + x), x = 21(\text{cm})$

15. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}$: $\overline{BC} = 3 : 4$, $\triangle AOD = 54\,cm^2$ 일 때, $\triangle BOC$ 의 넓이를 구하여라.



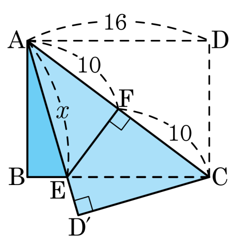
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $96\,cm^2$

해설

$\triangle AOD$ 와 $\triangle BOC$ 는 닮음이고 닮음비는 $3 : 4$
이때, $\overline{OD} : \overline{OB} = 3 : 4$ 이므로
$\triangle AOD : \triangle AOB = 3 : 4$, $\triangle AOB = 72\,cm^2$
그리고 $\overline{OA} : \overline{OC} = 3 : 4$ 이므로
$\triangle OAB : \triangle BOC = 3 : 4$
따라서 $\triangle BOC = 96\,cm^2$

16. 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 대각선 AC 를 접는 선으로 하여 접었다. $\overline{AD'}$ 와 $\overline{BC}$ 의 교점을 E 라하고 점 E 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 F 라고 할 때, x 의 길이는?



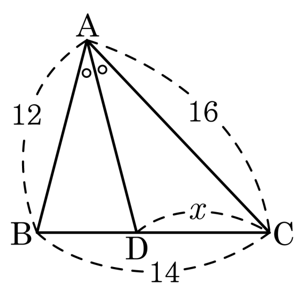
① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ $\frac{31}{2}$
④ $\frac{33}{2}$ ⑤ $\frac{35}{2}$

해설

$\triangle$AFE 와 $\triangle$ADC 에서 $\angle$EFA 와 $\angle$CDA 는 $90°$ 로 같고, $\angle$EAF 와 $\angle$CAD 는 접힌 부분이므로 같다. 따라서 두 삼각형은 AA 닮음이다. $\triangle$AFE 와 $\triangle$ADC 의 닮음비가 $10 : 16$ 이므로 $5 : 8 = x : 20$ 이다.

$\therefore x = \frac{25}{2}$

17. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\angle\mathrm{A}$ 의 이등분선과 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 교점을 D 라고 할 때, x 의 길이는?

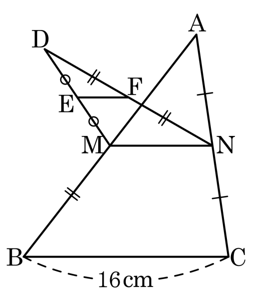


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $(14-x) : x = 3 : 4$, $7x = 56$,
따라서 $\overline{\mathrm{CD}} = 8$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 선분 AB , AC 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, $\triangle DMN$ 에서 선분 DM , DN 의 중점을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



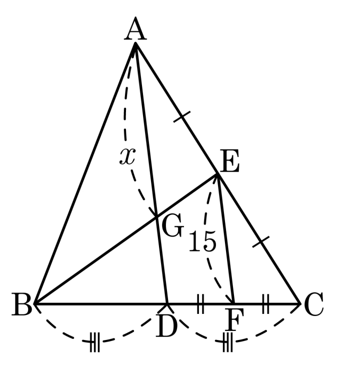
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

점 M, N 이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이므로 $\overline{MN} // \overline{BC}$, $\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$, 따라서 $\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\mathrm{cm})$ 이다. 점 E , F 는 각각 $\overline{DM}$, $\overline{DN}$ 의 중점이므로 $\overline{EF} // \overline{MN}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{MN}$, 따라서 $\overline{EF} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\mathrm{cm})$ 이다.

19. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 $\overline{EF} = 9$일 때, x의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

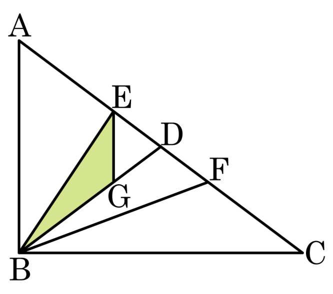
해설

$\triangle ADC$에서 $\overline{AE} = \overline{EC}$, $\overline{CF} = \overline{DF}$이므로 $\overline{AD} = 2\overline{EF} = 30$

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

$\therefore x = \overline{AG} = \dfrac{2}{3}\,\overline{AD} = \dfrac{2}{3} \times 30 = 20$

20. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 G 는 무게중심이다. 점 E, F 는 $\overline{AC}$ 의 삼등분 점이고 $\triangle ABC = 36\,cm^2$ 일 때, $\triangle EBG$ 의 넓이를 바르게 구한 것은?



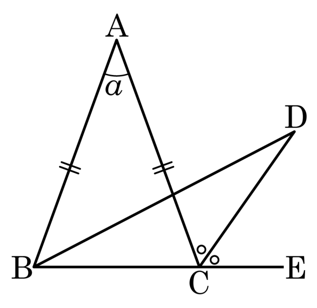
① $2\,cm^2$ ② $2.5\,cm^2$ ③ $3\,cm^2$

④ $3.5\,cm^2$ ⑤ $4\,cm^2$

해설

$$\triangle EBD = \frac{1}{2}\triangle EBF = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle ABC$$
$$= \frac{1}{6} \times 36 = 6\left(cm^2\right)$$
$$\triangle EBG = \frac{2}{3}\triangle EBD = \frac{2}{3} \times 6 = 4\left(cm^2\right)$$

21. 다음 그림에서 $\triangle \mathrm{ABC}$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle \mathrm{ACD} = \angle \mathrm{DCE}$, $\angle \mathrm{ABD} = 2\angle \mathrm{DBC}$, $\angle \mathrm{A} = a$ 일 때, $\angle \mathrm{BDC}$ 의 크기를 a 로 나타내면?



① $15° - \frac{5}{12}a$　② $15° + \frac{5}{12}a$　③ $-15° + \frac{5}{12}a$
④ $15° + \frac{5}{14}a$　⑤ $15° - \frac{5}{14}a$

해설

$\angle \mathrm{DBC} = y$ 라고 하면 $\angle \mathrm{ABD} = 2\angle \mathrm{DBC} = 2y$
$\triangle \mathrm{ABC}$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle \mathrm{ACB} = \angle \mathrm{ABC} = 3y$ 이고
내각의 합은 $180°$ 이므로 $a + 6y° = 180°$

$\therefore y° = 30° - \frac{1}{6}a$

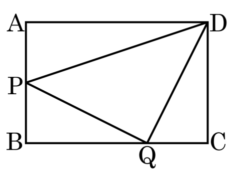
또한 $\angle \mathrm{ACD} = \frac{1}{2}(180° - 3y) = 90° - \frac{3}{2}y$ 이고
$\triangle \mathrm{BCD}$ 의 내각의 합은 $180°$ 이므로

$$180° = \angle \mathrm{BDC} + \angle \mathrm{DCB} + \angle \mathrm{CBD} \qquad 180° = \angle \mathrm{BDC} + 90° +$$
$$= \angle \mathrm{BDC} + \left(3y + 90° - \frac{3}{2}y\right) + y$$

$\frac{5}{2}y$ 이므로

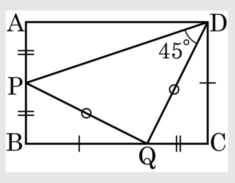
$$\begin{aligned} \therefore \angle \mathrm{BDC} &= 90° - \frac{5}{2}y \\ &= 90° - \frac{5}{2}\left(30° - \frac{1}{6}a\right) \\ &= 15° + \frac{5}{12}a \end{aligned}$$

22. 다음 그림의 $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 인 직사각형ABCD에서 점 P 는 변 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 Q 는 변 BC 를 $2 : 1$ 로 내분하는 점이다. 이때, $\angle ADP + \angle BQP$ 의 크기는?



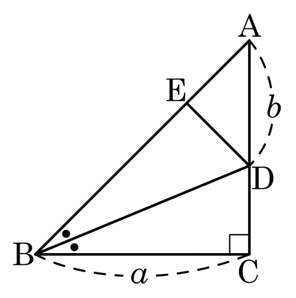
① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설



위의 그림처럼 D 와 Q 를 연결하자.
$\triangle PBQ$ 와 $\triangle QCD$ 에서
$\overline{BQ} : \overline{QC} = 2 : 1$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BQ} = \overline{CD}$,
$\overline{PB} = \overline{QC}$
$\angle PBC = \angle QCD$
$\therefore \triangle PBQ \equiv \triangle QCD$
따라서 $\angle PQB = \angle QDC$ 이고, $\overline{PQ} = \overline{QD}$ 이므로 $\triangle PQD$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\therefore \angle ADP + \angle BQP = \angle ADP + \angle CDQ = 45°$

23. $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D , D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 할 때 $\overline{BC} = a$, $\overline{AD} = b$ 라 하면 $\overline{AB}$ 의 길이를 a, b 로 나타내면?



① $a - b$　　② $2a - b$　　③ $2b - a$

④ $a + b$　　⑤ $\frac{1}{2}a + b$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{DC} = a - b$

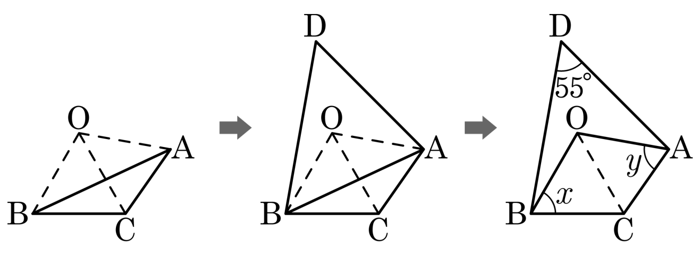
$\triangle BCD \equiv \triangle BED$ (RHA합동) 이고 $\triangle AED$ 가 직각이등변삼각형 이므로,

$\overline{DC} = \overline{DE} = \overline{AE},\ \overline{BC} = \overline{BE}$

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \overline{BE} + \overline{EA} = a + a - b \\ &= 2a - b\end{aligned}$$

$\therefore \overline{AB} = 2a - b$

24. 점 O 를 외심으로 하는 △ ABC 를 그리고, 다시 점 O 를 외심으로 하고 한 변을 $\overline{AB}$ 로 하는 △ABD 를 만들면 $\angle BDA = 55°$ 이다. $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



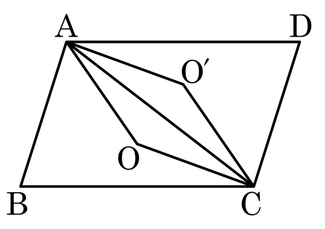
▶ 답: °

▷ 정답: 125°

해설

$\angle BDA = 55°$, $\angle BOA = 2\angle BDA = 110°$.
□AOBC 에서 $\angle BCA = \angle OBC + \angle OAC = \angle x + \angle y$ 이므로,
$\angle x + \angle y + \angle x + \angle y + 110° = 360°$, $\angle x + \angle y = 125°$

25. 평행사변형 ABCD 에서 점 O, O' 은 각각 $\triangle\mathrm{ABC}, \triangle\mathrm{ACD}$ 의 외심이다. $\square\mathrm{AOCO}'$ 은 어떤 사각형인가?



▶ 답 :

▷ 정답 : 마름모

해설

점 O, O' 가 $\triangle\mathrm{ABC}, \triangle\mathrm{ACD}$ 의 외심이므로
$\angle\mathrm{AOC} = 2\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{AO'C} = 2\angle\mathrm{D}$
$\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA}, \angle\mathrm{O'AC} = \angle\mathrm{O'CA}$
$\angle\mathrm{O'AO} = \angle\mathrm{O'CO}$
두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 $\square\mathrm{AOCO}'$ 는 평행사변형이다.
$\overline{\mathrm{AO'}} // \overline{\mathrm{OC}}, \overline{\mathrm{AO}} // \overline{\mathrm{O'C}}$ 이고
$\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{AO'}} = \overline{\mathrm{O'C}}$ 이므로
$\square\mathrm{AOCO}'$ 는 마름모이다.