

1. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x-1, y+3)$ 에 의하여 점 $(3, 1)$ 은 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(2, 4)$

② $(4, 2)$

③ $(2, -4)$

④ $(-2, 4)$

⑤ $(4, -2)$

해설

f 는 x 축의 방향으로 -1 , y 축의 방향으로 $+3$ 만큼 평행이동하는 변환이므로 $(3-1, 1+3) = (2, 4)$ 로 옮겨진다.

2. 점 $(2, -3)$ 을 점 $(-1, 2)$ 로 옮기는 평행이동을 T 라 할 때, 점 $(-2, 5)$ 는 T 에 의하여 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(1, 0)$

② $(-5, 10)$

③ $(-3, 5)$

④ $(5, 10)$

⑤ $(3, -5)$

해설

평행이동 T 는 x 축의 방향으로 -3 , y 축의 방향으로 $+5$ 만큼 평행이동 하는 변환이므로

$(-2 - 3, 5 + 5) = (-5, 10)$ 으로 옮겨진다.

3. 점 P를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 점의 좌표를 $(3, -5)$ 라 할 때, 점 P의 좌표는?

① $(0, -3)$

② $(-3, 0)$

③ $(6, -7)$

④ $(-7, 6)$

⑤ $(-6, 7)$

해설

$P(a, b)$ 를 조건에 의하여 이동하면 $(a + 3, b - 2) = (3, -5)$
따라서 $a = 0, b = -3$

4. $y = x^2 - 2x + 3$ 을 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x+2, y-1)$ 에 의하여 옮겨진 도형의 방정식은?

① $y = x^2 + 2x + 4$

② $y = x^2 + 2x + 2$

③ $y = x^2 + 2x + 3$

④ $y = x^2 - 6x + 8$

⑤ $y = x^2 - 6x + 10$

해설

$f : (x, y) \rightarrow (x+2, y-1)$ 에서

$x+2 = x', y-1 = y'$ 라 하자.

$x = x' - 2$ $y = y' + 1$ 을 주어진 식에 대입하면,

$$y' + 1 = (x' - 2)^2 - 2(x' - 2) + 3$$

$$y' = x'^2 - 6x' + 10 \text{ 에서 } y = x^2 - 6x + 10$$

5. 직선 $y = 3x - 3$ 의 그래프를 직선 $y = x$ 에 대칭이동한 직선의 방정식은?

- ① $y = 3x + 1$ ② $y = \frac{1}{3}x + 1$ ③ $y = -\frac{1}{3} + 1$
④ $y = \frac{1}{3}x - 1$ ⑤ $y = 3x - 1$

해설

$y = x$ 대칭은 $x \rightarrow y$ 좌표로, $y \rightarrow x$ 를 대입한다.

6. 점 $(-1, 2)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 y 축에 대하여 대칭이동시켰다. 이것을 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동시킨 후 다시 원점에 대하여 대칭이동시켰더니 점 $(1, 2)$ 가 되었다. $a + b$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

점 $(-1, 2)$ 를 x 축에 대하여

대칭이동하면 $(-1, -2)$

이것을 y 축에 대하여 대칭이동하면 $(1, -2)$

이것을 다시 x 축으로 a ,

y 축으로 b 만큼 평행이동하면

$(1 + a, -2 + b)$

원점에 대하여 대칭이동하면 $(-1 - a, 2 - b)$

이것이 점 $(1, 2)$ 가 되려면 $a = -2, b = 0$

$\therefore a + b = -2$

7. 점 P(2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 Q, 원점에 대하여 대칭이동한 점을 R 라 할 때, 세 점 P, Q, R 를 세 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

점 P(2, 1) 을 x 축에 대하여 대칭이동한
한

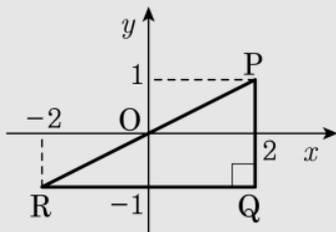
점 Q 는 Q(2, -1)

또, 점 P(2, 1) 을 원점에 대하여
대칭이동한 점 R 는 R(-2, -1)

따라서, 다음 그림에서 세 점

P(2, 1), Q(2, -1), R(-2, -1) 을
꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$



8. 직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여 대칭이동한 다음, 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $x - y - 5 = 0$

② $2x - 4y - 9 = 0$

③ $3x - 2y - 40 = 0$

④ $2x - y - 21 = 0$

⑤ $6x - 3y - 29 = 0$

해설

직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여
대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(8 - x) - 3(-6 - y) + 6 = 0$$

$$\text{즉, } 2x - 3y - 40 = 0$$

이것을 다시 직선 $y = -x$ 에 대하여
대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(-y) - 3(-x) - 40 = 0$$

$$\therefore 3x - 2y - 40 = 0$$

9. 다음 도형 중 y 축에 대하여 대칭인 도형의 방정식은?

① $(x-1)^2 + y^2 = 9$

② $2x^2 - y - 5 = 0$

③ $2x - 3y + 1 = 0$

④ $x - 2y + 2 = 0$

⑤ $3(x+1)^2 + 2y - 1 = 0$

해설

y 축에 대해 대칭이면 $f(x) = f(-x)$ 이므로
 x 에 $-x$ 를 넣어도 식에 변화가 없다.

\Rightarrow ② : $2x^2 - y - 5 = 0$

10. 원 $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ 을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭인 도형이 되었다. 이때 $2m - n$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$\text{원 } x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0,$$

$$\text{즉 원 } (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1 \text{을}$$

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼
평행이동한 도형은 중심이 $(-1 + m, 2 + n)$ 이고
반지름의 길이가 1인 원이다.

이때 두 원이 직선 $y = x$ 에 대칭이므로

$$(-1 + m, 2 + n) = (2, -1)$$

$$m = 3, n = -3 \text{이므로 } 2m - n = 9$$

11. 두 점 A(1, 2), B(7, 10) 을 지름의 양 끝으로 하는 원 C_1 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원을 C_2 라고 하자. 두 $C(0, -3)$, $D(a, b)$ 가 원 C_2 의 지름의 양 끝일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

원 C_1 의 중심은 선분 AB 의 중점과 같으므로

이 원의 중심의 좌표는 $\left(\frac{1+7}{2}, \frac{2+10}{2}\right)$, 즉, (4, 6)

한 편, 원 C_2 의 중심은 원 C_1 의 중심을

x 축에 대하여 대칭이동한 점이므로 그 좌표는 (4, -6) 이다.

이 때, 선분 CD 의 중점이 원 C_2 의 중심과

같으므로 $\left(\frac{0+a}{2}, \frac{-3+b}{2}\right)$ 는 (4, -6) 과 같다.

따라서, $\frac{0+a}{2} = 4$ 에서 $a = 8$

$\frac{-3+b}{2} = -6$ 에서 $b = -9$

$\therefore a + b = -1$

12. 직선 $5x + 12y + k = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 직선이 있다. 이 직선에서 점 $(1, 1)$ 까지의 거리가 2 일 때, 상수 k 의 모든 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -34

해설

직선 $5x + 12y + k = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $5y + 12x + k = 0$

즉, $12x + 5y + k = 0$

이 직선과 점 $(1, 1)$ 사이의 거리가 2 이므로

$$\frac{|12 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + k|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = 2$$

$$\frac{|17 + k|}{13} = 2$$

$$|k + 17| = 26$$

$$k + 17 = \pm 26$$

$$\therefore k = 9 \text{ 또는 } k = -43$$

따라서, 구하는 상수 k 의 모든 값의 합은

$$9 + (-43) = -34$$

13. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$ 과 원점을 중심으로 하는 어떤 원이 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, ab 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

원 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5$ 와 다른 한 원은 서로 대칭이므로 크기가 같다.

따라서 다른 원의 방정식은 $x^2 + y^2 = 5$ 이다.

원 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5$ 와 $x^2 + y^2 = 5$ 가 직선 $y = ax + b \cdots \textcircled{1}$ 에 대하여

대칭이므로 직선 $\textcircled{1}$ 은 점 $(-2, 1)$ 과 점 $(0, 0)$ 을 잇는 선분을 수직이등분한다.

따라서 $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ 은 직선 $\textcircled{1}$ 위에 있고

기울기의 곱은 -1 이다.

$$\frac{1}{2} = -a + b, \quad \frac{1}{-2} \times a = -1$$

$$\therefore a = 2, \quad b = \frac{5}{2}$$

$$\text{따라서 } a \times b = 2 \times \frac{5}{2} = 5$$

14. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 에 관하여 점 P(5, 4) 와 대칭인 점 Q 의 좌표를 구하면?

① Q(-1, 2)

② Q(-1, 3)

③ Q(-1, 4)

④ Q(-1, 6)

⑤ Q(-1, 8)

해설

Q(a, b) 라 하면 \overline{PQ} 의 중점

$\left(\frac{a+5}{2}, \frac{b+4}{2}\right)$ 은 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 위에 있으므로

$$3 \times \frac{a+5}{2} - 2 \times \frac{b+4}{2} + 6 = 0$$

$$\rightarrow 3a + 15 - 2b - 8 + 12 = 0$$

$$\rightarrow 3a - 2b = -19 \dots \textcircled{1}$$

또, 주어진 직선과 \overline{PQ} 는 서로 직교하므로 기울기의 곱 = -1 이 된다.

$$\therefore \frac{b-4}{a-5} \times \frac{3}{2} = -1 \rightarrow 3b - 12 = -2a + 10$$

$$\rightarrow 2a + 3b = 22 \dots \textcircled{2}$$

① 과 ② 를 연립하여 풀면 $a = -1, b = 8$

$$\therefore Q(-1, 8)$$

15. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$

② $x^2 + y^2 = 1$

③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$

④ $(x + 1)^2 + y^2 = 2$

⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{4}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면
반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$ 에서 $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은
반지름의 길이가 1인 ②이다.

16. 점 $(1, 2)$ 를 점 (a, b) 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $x+2y-1=0$ 은 직선 $x+2y-4=0$ 으로 이동하였다. 이때, $a+2b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동했다고 하면,
 $(x-m) + 2(y-n) - 1 = 0$, $x + 2y - m - 2n - 1 = 0$ 을
 $x + 2y - 4 = 0$ 과 비교해 보면,

$$-m - 2n = -3 \cdots \textcircled{7}$$

점 $(1, 2)$ 를 x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동 시키면,
 $(1+m, 2+n)$

$$\Rightarrow 1+m = a, \quad 2+n = b$$

$$\Rightarrow a + 2b = m + 1 + 4 + 2n = 8$$

$$(\because \textcircled{7} \text{에서 } m + 2n = 3)$$

17. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 9$ 인 원을 x 축 방향으로 a 만큼 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동하면, 처음 원과 외접한다고 할 때, a, b 사이의 관계식은?

① $a^2 + b^2 = 4$

② $a^2 + b^2 = 9$

③ $a^2 + b^2 = 16$

④ $a^2 + b^2 = 25$

⑤ $a^2 + b^2 = 36$

해설

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 9 \dots \textcircled{㉠}$$

원 ㉠을 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$\{(x-a)+3\}^2 + \{(y-b)-2\}^2 = 9$$

$$\{x-(a-3)\}^2 + \{y-(b+2)\}^2 = 9 \dots \textcircled{㉡}$$

원 ㉠과 원 ㉡이 외접하므로 중심거리 d 와 두 원 ㉠, ㉡의 반지름의 길이의 합이 서로 같아야 한다.

$$\therefore d = \sqrt{(a-3+3)^2 + (b+2-2)^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + b^2} = 3 + 3 = 6$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 36$$

18. 원점에 대하여 대칭 이동하였을 때, 자기 자신과 일치하는 도형의 방정식을 <보기>에서 모두 고르면?

<보기>

㉠ $y = -x$

㉡ $|x + y| = 1$

㉢ $x^2 + y^2 = 2(x + y)$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $y = -x$ 를 원점에 대하여 대칭 이동한 도형의 방정식은 $-y = -(-x)$ 이다.

㉡ $|x + y| = 1$ 를 원점에 대하여 대칭 이동한 도형의 방정식은 $|-x - y| = 1$ 이므로 $|x + y| = 1$

㉢ $x^2 + y^2 = 2(x + y)$ 를 원점에 대하여 대칭 이동한 도형의 방정식은 $(-x)^2 + (-y)^2 = 2(-x - y)$ 이므로 $x^2 + y^2 = -2(x + y)$

19. 점 (5, 3) 을 지나는 직선을 y 축 방향으로 1 만큼 평행이동 시킨 후, 다시 원점에 대하여 대칭이동시켰을 때, 이동된 직선이 점 (-10, -5) 를 지난다고 한다. 이 때, 이동되기 전의 직선의 방정식은?

① $y = 2x + \frac{1}{2}$

② $y = \frac{1}{5}x + 2$

③ $y = \frac{1}{3}x - 2$

④ $y = 4x + 1$

⑤ $y = \frac{2}{5}x - 3$

해설

구하는 직선의 기울기를 m 이라 하면

$$y - 3 = m(x - 5)$$

$$y = mx - 5m + 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

㉠을 y 축 방향으로 1 만큼 평행이동시키면

$$y - 1 = mx - 5m + 3$$

$$\therefore y = mx - 5m + 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡를 다시 원점에 대하여 대칭이동시키면

$$-y = -mx - 5m + 4$$

$$\therefore y = mx + 5m - 4 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉢의 그래프가 점 (-10, -5) 를 지나므로

$$-5 = -10m + 5m - 4 \therefore m = \frac{1}{5}$$

따라서, 구하는 직선의 방정식은 $y = \frac{1}{5}x + 2$

20. 직선 $y = kx + 1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면 원 $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$ 의 넓이를 이등분한다고 할 때 k 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

먼저 $y = kx + 1$ 를 x 축 대칭시킨 직선은

$$y = -kx - 1 \cdots \textcircled{7}$$

이제 원의 방정식을 정리하면,

$$(x + 3) + (y - 2)^2 = 4$$

직선이 원의 넓이를

이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.

중심이 $(-3, 2)$ 이므로 $\textcircled{7}$ 에 대입하면,

$$2 = 3k - 1 \Rightarrow k = 1$$