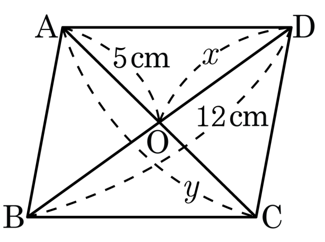
1. 다음 그림에서 $\overline{BD} = 12\,\text{cm}$, $\overline{AO} = 5\ \text{cm}$일 때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값을 각각 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $x = 6\,\underline{\text{cm}}$

▷ 정답: $y = 10\,\underline{\text{cm}}$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$x = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$, $y = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$

2. 다음 중 항상 닮음인 도형이 아닌 것은?

① 두 원

② 두 정사각형

③ 합동인 두 다각형

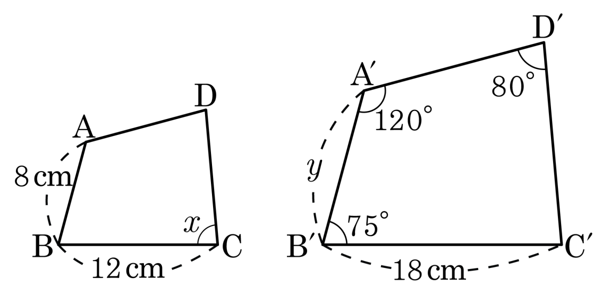
④ 두 정삼각형

⑤ 반지름의 길이가 같은 두 부채꼴

해설

항상 닮음이 되는 평면 도형은 두 원, 두 직각이등변삼각형, 두 정다각형이다.
반지름이 같은 두 부채꼴은 중심각에 따라 모양이 달라지므로 닮음이 될 수 없다.

3. 다음 그림에서 □ABCD $\backsim$ □A′B′C′D′ 일 때, x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ___°

▶ 답 : ___cm

▷ 정답 : $x = 85°$

▷ 정답 : $y = 12$ cm

해설

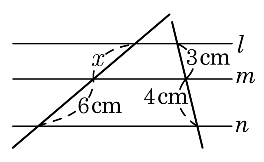
$\angle C = 360° - (120° + 80° + 75°) = 85°$

$\therefore \angle x = 85°$

$12 : 18 = 8 : y$

$\therefore y = 12$ cm

4. 다음 그림과 같이 두 직선이 평행인 세 직선 ℓ, m, n 과 만날 때, x 의 값은?



① 4cm ② 4.5cm ③ 5cm

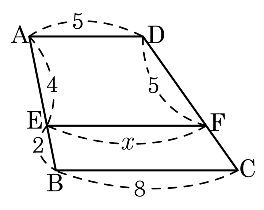
④ 5.5cm ⑤ 5.8cm

해설

$x : 6 = 3 : 4$

$x = 4.5(\text{cm})$

5. 다음 그림에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{EF} \,/\!/\, \overline{BC}$ 일 때, x 의 값은?



① 5 ② 5.5 ③ 6

④ 6.5 ⑤ 7

해설

$\overline{DC} \,/\!/\, \overline{AH}$ 인 직선 AH 를 그으면

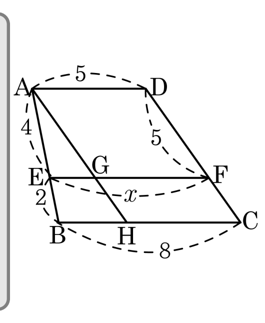
$\overline{EG} = x - 5$

$\overline{BH} = 3$

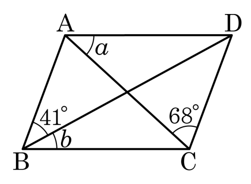
$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BH} : \overline{EG}$

$6 : 4 = 3 : (x - 5)$

$\therefore x = 7$



6. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABD = 41°$, $\angle ACD = 68°$ 일 때, $\angle a + \angle b$ 의 값은? (단, $\angle DAC = \angle a$, $\angle DBC = \angle b$)



① 60° ② 71° ③ 80°

④ 109° ⑤ 100°

해설

$\angle BAC = \angle ACD = 68°$ (엇각)
$\angle ACB = \angle DAC = \angle a$(엇각)
$\angle ADB = \angle DBC = \angle b$(엇각)
따라서 $\triangle ABD$ 의 세 내각의 합은 180° 이므로 $\angle a + 68° + 41° + \angle b = 180°$
$\therefore\ \angle a + \angle b = 180° - 109° = 71°$

7. 다음 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되는 조건은?

$\overline{\mathrm{AB}} = 5\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{DC}} = 5\mathrm{cm}, \angle\mathrm{B} = 55°, \angle\mathrm{C} = 125°$

① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

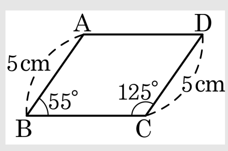
② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

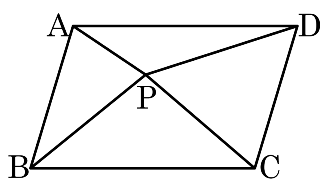
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

해설



8. 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\triangle$PAB, $\triangle$PAD, $\triangle$PBC 의 넓이는 각각 12cm^2 , 9cm^2 , 18cm^2 이다. $\triangle$PCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 15 cm^2

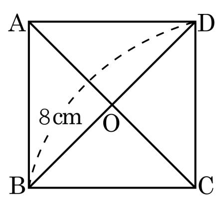
해설

$\triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD}$

$9 + 18 = 12 + \triangle\text{PCD}$

$\therefore \triangle\text{PCD} = 15(\text{cm}^2)$

9. 다음 그림의 정사각형 ABCD 의 대각선의 길이가 8 cm 이다. 이때 □ABCD 의 넓이는?



① $8\,\text{cm}^2$ ② $16\,\text{cm}^2$

③ $32\,\text{cm}^2$ ④ $64\,\text{cm}^2$

⑤ $128\,\text{cm}^2$

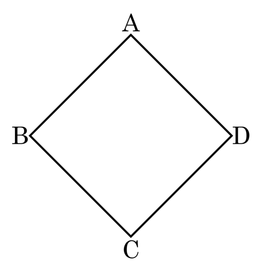
해설

△AOD 는 직각삼각형이고, 한 변의 길이는 4 cm 이다. 따라서 삼각형 1 개의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8(\text{cm}^2)$

정사각형의 내부의 대각선으로 이루어진 삼각형은 모두 합동이므로 □ABCD $= 8 \times 4 = 32(\text{cm}^2)$

10. 다음 보기 중 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?



① $\overline{AC} = \overline{AB}$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\angle A + \angle B = 180°$

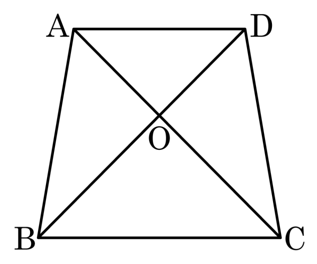
④ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, $\overline{BA} = 2\overline{AO}$ 이다.

⑤ $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다.

해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.
$\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.
$\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이면 $\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동) 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$

11. 다음 그림에서 □ABCD 는 사다리꼴이다. $\triangle ABC = 80\text{cm}^2$, $\triangle DOC =$ 30cm^2 일 때, $\triangle OBC$ 의 넓이는?



① 20cm^2 ② 30cm^2 ③ 40cm^2

④ 50cm^2 ⑤ 60cm^2

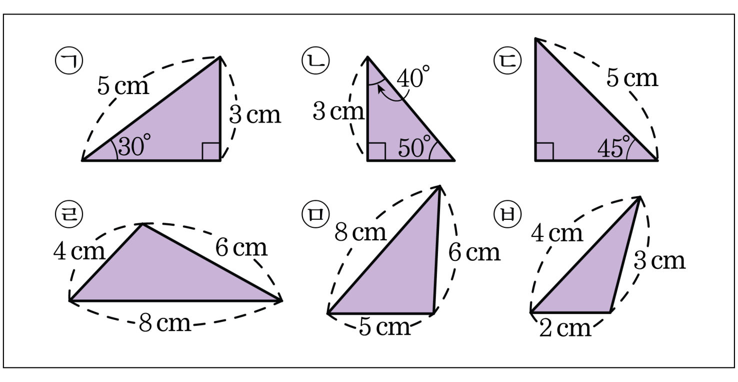
해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로

$\triangle ABC = \triangle DCB = 80\text{cm}^2$

$\therefore \triangle OBC = \triangle DCB - \triangle DOC = 80 - 30 = 50(\text{cm}^2)$

12. 다음 도형 중 SSS 닮음인 도형끼리 나열한 것은?

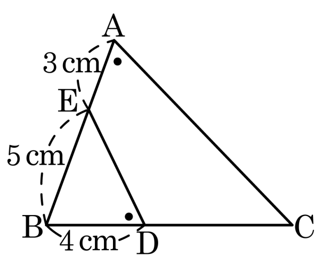


① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉣, ㉤ ⑤ ㉣, ㉥

해설

두 쌍의 대응각이 같은 SSS 닮음을 찾는다. SSS 합동은 ㉣, ㉥ 이다.

13. 다음 그림에서 $\angle A = \angle BDE$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



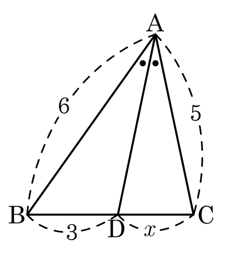
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\angle B$ 가 공통이고, $\angle A = \angle BDE$ 이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$ 이다.
$\overline{AB} : \overline{DB} = 8 : 4 = 2 : 1$ 이므로
닮음비가 $2 : 1$
$2 : 1 = (4 + \overline{CD}) : 5$
$\therefore \overline{CD} = 6\text{cm}$

14. 다음 그림에서 x 의 길이는?



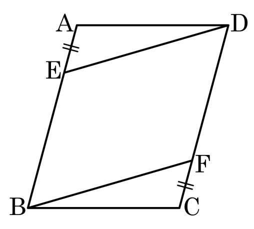
① 2 ② 2.5 ③ 2.6

④ 2.8 ⑤ 3

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 6 : 5 = 3 : x \therefore x = 2.5$

15. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때 □BEDF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{ED} // \overline{DF}$

② $\angle EBF = \angle EDF$, $\angle BED = \angle DFB$

③ $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$

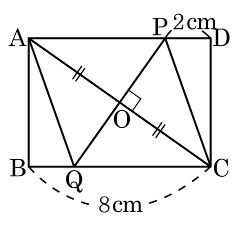
④ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\overline{BE} // \overline{DF}$, $\overline{BE} = \overline{DF}$

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$
즉 $\overline{EB} // \overline{DF}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이다.
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 사각형 BFDE 는 평행사변형이다.

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AC}} \perp \overline{\mathrm{PQ}}$, $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}$ 일 때, □AQCP 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿＿ cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

$\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{PC}} = \overline{\mathrm{QC}}$

$\overline{\mathrm{AP}} = 8 - 2 = 6$

따라서 24 cm 이다.

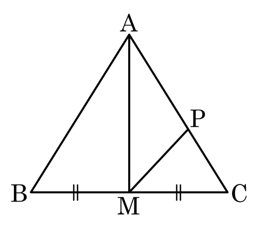
17. 다음 중 옳은 것은?

① 등변사다리꼴의 한 내각이 직각이면 직사각형이다.
② 한 내각이 직각이면 직사각형이다.
③ 마름모의 두 대각선의 길이가 같다.
④ 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 마름모이다.
⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

① 등변사다리꼴은 한 쌍의 대변이 평행하고 그 밑각의 크기가 같음으로 한 내각이 직각이면 직사각형이 된다.
② 한 내각이 직각인 사각형은 직사각형과 정사각형이 있다.
③ 항상 같지는 않다
④ 평행사변형 중에서 이웃하는 두 변의 길이가 같아야 마름모가 된다.
⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형과 등변사다리꼴이 있다.

18. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP}$: $\overline{PC}$ = 3 : 2이다. $\triangle ABC = 40\,cm^2$일 때, $\triangle APM$의 넓이는?



① $4\,cm^2$ ② $8\,cm^2$ ③ $12\,cm^2$

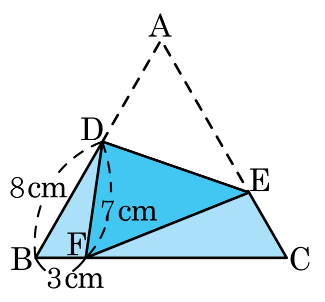
④ $16\,cm^2$ ⑤ $20\,cm^2$

해설

$\triangle ABM$과 $\triangle AMC$의 높이와 밑변의 길이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.

$\triangle AMC = 20cm^2$, $\triangle AMP = 20 \times \dfrac{3}{5} = 12(\,cm^2)$

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위의 F 에 오도록 하였다. $\overline{BF} = 3\text{cm}$, $\overline{FD} = 7\text{cm}$, $\overline{DB} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



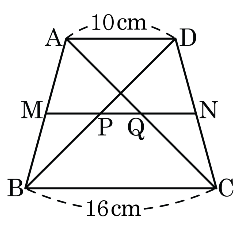
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{21}{2}$ cm

해설

$\angle DAE = \angle DFE = 60°$, $\angle BFD = x$, $\angle CFE = y$ 라 하면 $x + y = 120°$ 이다.
$\angle DBF = 60°$ 이므로 $\angle BFD + \angle BDF = 120°$
따라서 $\angle BDF = y$ 라 할 수 있다.
$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로 $\angle FCE = \angle DBF$ 이고, $\angle BDF = \angle CFE$ 이다.
그러므로 $\triangle BDF \backsim \triangle CFE$ (AA 닮음)
접었으므로 $\overline{AD} = \overline{FD} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = \overline{FE}$
정삼각형 한 변의 길이는
$\overline{AD} + \overline{BD} = 7 + 8 = 15$ (cm)
$\overline{FC} = 15 - \overline{BF} = 15 - 3 = 12$ (cm)
$\overline{DF} : \overline{FE} = \overline{BD} : \overline{FC}$
$7 : \overline{FE} = 8 : 12$
$\therefore\ \overline{FE} = \frac{7 \times 12}{8} = \frac{21}{2}$ (cm)
따라서 $\overline{AE} = \overline{FE} = \frac{21}{2}$ (cm) 이다.

20. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{DN} = \overline{CN}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

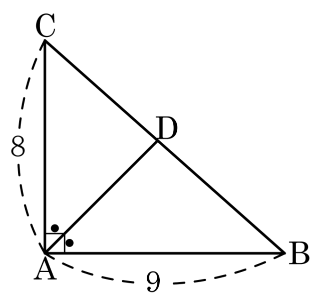
해설

$\overline{MQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 8\ (\mathrm{cm})$

$\overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{AD} = 5\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{PQ} = 8 - 5 = 3\ (\mathrm{cm})$

21. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



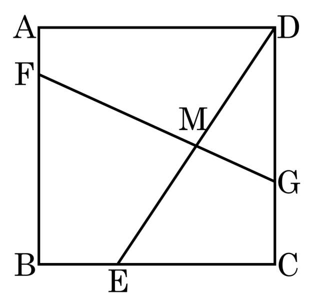
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $\frac{324}{17}$ cm^2

해설

$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 넓이는 $9 \times 8 \times \frac{1}{2} = 36$ 이다. $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 밑변의 길이의 비는 $9 : 8$ 이고 높이는 서로 같으므로 넓이의 비도 $9 : 8$ 이다. 따라서 $\triangle ABD$ 의 넓이는 $\frac{324}{17} cm^2$ 이다.

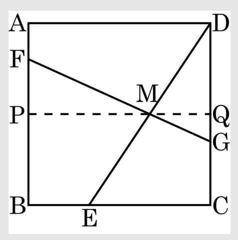
22. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 12 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{DM}} = \overline{\mathrm{EM}}$ 이고, $\overline{\mathrm{CE}} = 8$, 선분 GM 이 5 일 때, 선분 FM 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설



점 M 을 지나고 선분 AD 와 평행한 직선이 선분 AB , 선분 CD 와 만나는 점을 P, Q 라 두면,

△DEC 에서 삼각형 중점연결 정리에 의해,

$\overline{\mathrm{MQ}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{CE}} = 4$

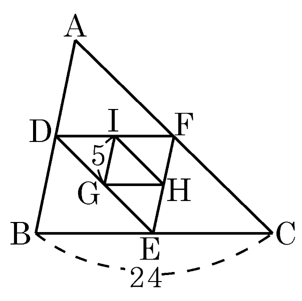
$\overline{\mathrm{PM}} = \overline{\mathrm{PQ}} - \overline{\mathrm{MQ}} = 8$

△FMP 와 △GMQ 는 닮음이므로,

$\overline{\mathrm{FM}} : \overline{\mathrm{GM}} = \overline{\mathrm{PM}} : \overline{\mathrm{MQ}} = 8 : 4 = 2 : 1$

$\therefore \overline{\mathrm{FM}} = 10$

23. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 세 변의 중점을 각각 D, E, F, $\triangle DEF$ 의 세 변의 중점을 각각 G, H, I 라 할 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이가 36 일 때, $\overline{IH}$ 와 $\overline{AB}$ 의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$\overline{GH} = \frac{1}{4} \times \overline{BC} = 6$

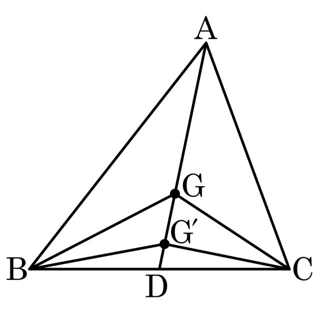
$\triangle DEF$ 의 둘레가 36 이므로 $\triangle IGH$ 의 둘레는

$\frac{1}{2} \times \triangle DEF = 18$

$\overline{IH} = 18 - 5 - 6 = 7$, $\overline{AB} = 4 \times \overline{IG} = 20$

따라서 $\overline{IH}$ 와 $\overline{AB}$ 의 길이의 합은 $20 + 7 = 27$ 이다.

24. 다음 그림에서 점 G 와 G′ 은 각각 $\triangle$ABC 와 $\triangle$GBC 의 무게중심일 때, $\overline{AG} : \overline{GG'} : \overline{G'D}$ 는?

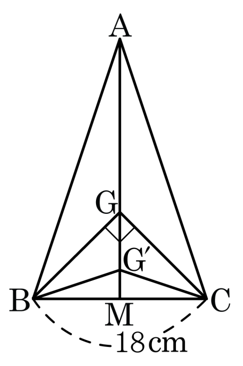


① 2 : 1 : 1　② 3 : 2 : 1　③ 4 : 2 : 1
④ 5 : 2 : 1　⑤ 6 : 2 : 1

해설

점 G 와 G′ 은 각각 $\triangle$ABC 와 $\triangle$GBC 의 무게중심이므로 $\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2 : 1$, $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이다.
$\overline{GG'} = 2\overline{G'D}$, $\overline{AG} = 6\overline{G'D}$ 이므로 $\overline{AG} : \overline{GG'} : \overline{G'D} = 6 : 2 : 1$ 이다.

25. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle$ABC 의 무게중심이고 점 G′ 은 $\triangle$GBC 의 무게중심이다. $\angle BGC = 90°$, $\overline{BC} = 18cm$ 일 때, $\overline{AG'}$ 의 길이는?



① 20cm ② 22cm ③ 24cm ④ 26cm ⑤ 28cm

해설

$\triangle$GBC 에서 $\overline{GM} = \overline{BM} = \overline{MC} = 9(cm)$ 점 G′ 은 $\triangle$GBC 의 무게중심이므로 $\overline{GG'} = \frac{2}{3}\overline{GM} = \frac{2}{3} \times 9 = 6(cm)$ 점 G는 $\triangle$ABC 의 무게중심이므로 $\overline{AG} = 2\overline{GM} = 18(cm)$ $\therefore \overline{AG'} = \overline{AG} + \overline{GG'} = 18 + 6 = 24(cm)$